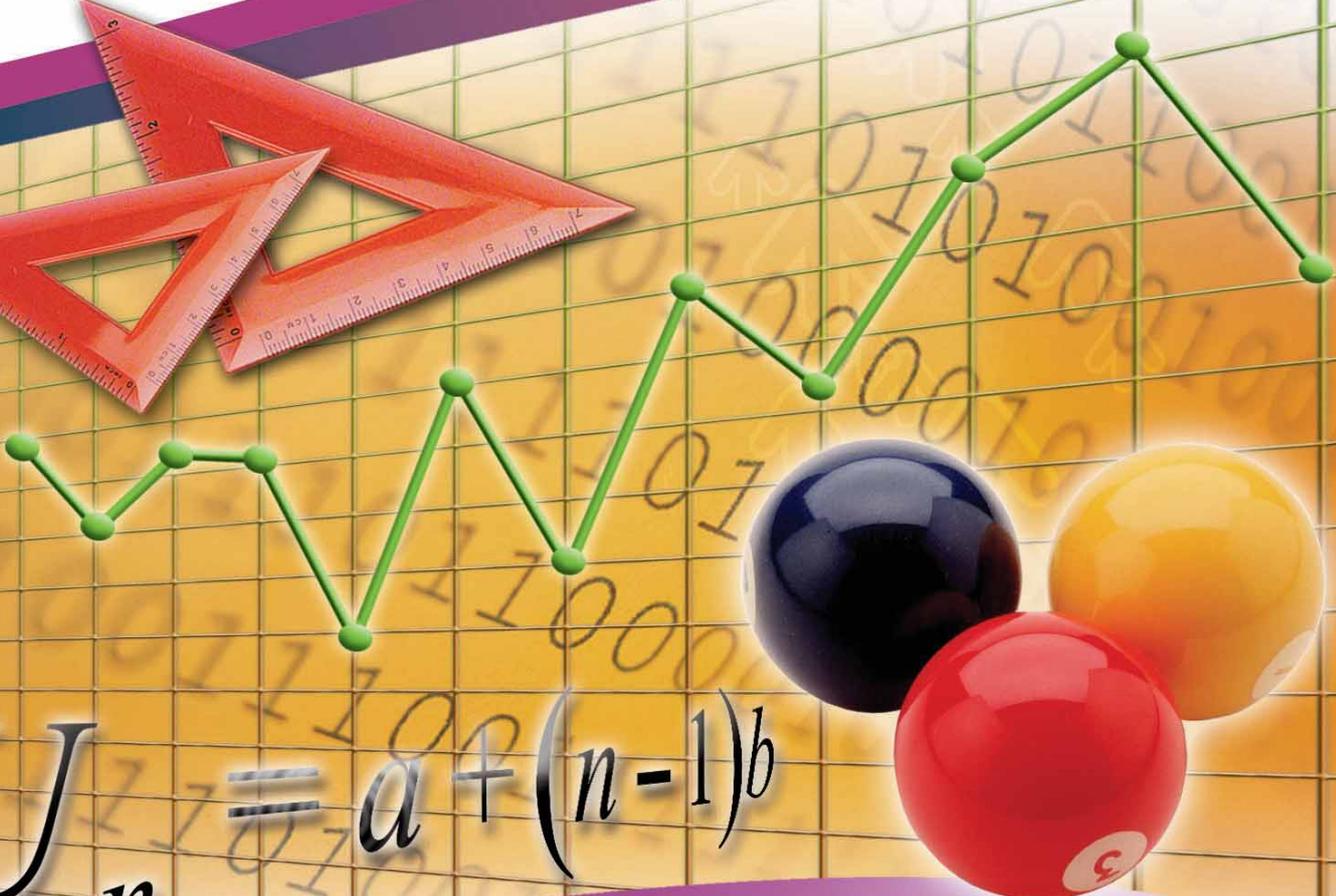


Nuniek Avianti Agus

Nuniek Avianti Agus

Mudah Belajar Matematika

untuk Kelas IX SMP/MTs


$$U_n = a + (n-1)b$$

Mudah Belajar Matematika

untuk Kelas IX
Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

3

Nuniek Avianti Agus



Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional

Mudah Belajar
Matematika

untuk Kelas IX
Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah

3

Hak Cipta pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

MUDAH BELAJAR MATEMATIKA 3

Untuk Kelas IX Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah

Penulis : Nuniek Avianti Agus

Ukuran Buku : 21 x 28

510.07

AGU

AGUS, Nuniek Avianti

M

Mudah belajar matematika 3: untuk kelas IX Sekolah Menengah
Pertama/Madrasah Tsanawiyah/Oleh Nuniek Avianti Agus. -- Jakarta:
Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008

viii, 138 hlm.: ilus.; 30 cm.

Bibliografi: hlm. 138

Indeks: hlm. 136-137

ISBN 979-462-818-2

1. Matematika-Studi dan Pengajaran

I. Judul

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2007

Diperbanyak oleh

SAMBUTAN

Buku teks pelajaran ini merupakan salah satu dari buku teks pelajaran yang telah dilakukan penilaian oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 46 Tahun 2007.

Buku teks pelajaran ini telah dibeli hak ciptanya oleh Departemen Pendidikan Nasional pada tahun 2007. saya menyampaikan penghargaan tinggi kepada para penulis buku teks pelajaran ini, yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Departemen Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para pendidik dan peserta didik di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Departemen Pendidikan Nasional ini dapat diunduh (down load), digandakan, dicetak, dialih mediakan, atau di fotokopi oleh masyarakat. Namun untuk penggandaan yang bersifat komersial, harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah antara lain dengan harga eceran tertinggi. Diharapkan buku teks pelajaran ini akan lebih mudah dijangkau masyarakat sehingga peserta didik dan pendidik di seluruh Indonesia dapat memperoleh sumber belajar yang bermutu.

Program pengalihan/pembelian hak cipta buku teks pelajaran ini merupakan satu program terobosan yang ditempuh pemerintah melalui Departemen Pendidikan Nasional.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini agar anak didik memperoleh kesempatan belajar dengan baik. Kepada para siswa, kami menyampaikan selamat belajar, manfaatkan buku ini sebaik-baiknya. Kepada para guru, kami menghimbau agar dapat memberdayakan buku ini seluas-luasnya bagi keperluan pembelajaran di sekolah.

Akhir kata, saya menyampaikan Selamat Mereguk Ilmu Pengetahuan Melalui Buku Teks Pelajaran Bermutu.

Jakarta, 25 Pebruari 2008
Kepala Pusat Perbukuan

Sugijanto

Panduan Menggunakan Buku

Buku Mudah Belajar Matematika untuk Kelas IX Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah ini merupakan buku penuntun utukmu dalam mempelajari matematika. Untuk membantumu mempelajarinya, kenallilah terlebih dahulu bagian-bagian buku ini, yaitu sebagai berikut.



- 1 Gambar Pembuka Bab**
Setiap bab diawali oleh sebuah foto yang mengilustrasikan materi pengantar.
- 2 Judul Bab**
- 3 Judul-Judul Subbab**
- 4 Materi Pengantar**

Berisi gambaran penggunaan materi yang akan dipelajari dalam kehidupan sehari-hari.

5 Uji Kompetensi Awal

Berisi soal-soal materi prasyarat untuk memudahkanmu memahami konsep pada bab tertentu.

6 Materi Pembelajaran

Berisi materi pokok yang disajikan secara sistematis dan menggunakan bahasa yang sederhana.

7 Gambar, Foto, atau Ilustrasi

Materi dalam buku ini disertai dengan gambar, foto, atau ilustrasi yang akan membantumu dalam memahami materi.

8 Contoh Soal

Berisi soal-soal yang disertai langkah-langkah cara menjawabnya.

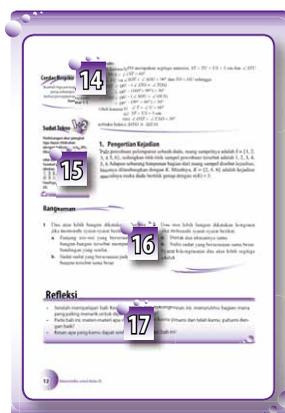
9 Plus +

10 Kegiatan

Berisi kegiatan untuk menemukan sifat atau rumus.

11 Tugas

Berisi tugas untuk mencari informasi, berdiskusi, dan melaporkan.



12 Solusi Matematika

Berisi soal-soal terpilih EBTANAS, UAN, dan UN beserta pembahasannya.

13 Uji Kompetensi Subbab

Berisi soal-soal untuk mengukur pemahamanmu terhadap materi yang telah kamu pelajari pada subbab tertentu.

14 Cerdas Berpikir

Berisi soal-soal yang memiliki lebih dari satu jawaban.

15 Sudut Tekno

16 Rangkuman

Berisi ringkasan materi yang telah dipelajari.

17 Refleksi

Berisi pertanyaan-pertanyaan untuk mengukur pemahamanmu tentang materi yang telah dipelajari.

18 Problematika

19 Situs Matematika

20 Peta Konsep

21 Uji Kompetensi Bab

Disajikan sebagai sarana evaluasi utukmu setelah selesai mempelajari bab tertentu.

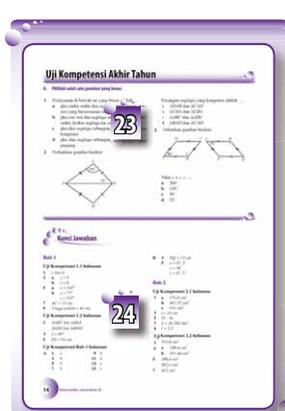
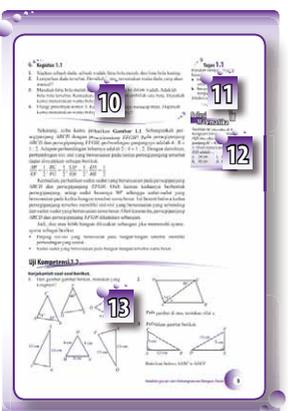
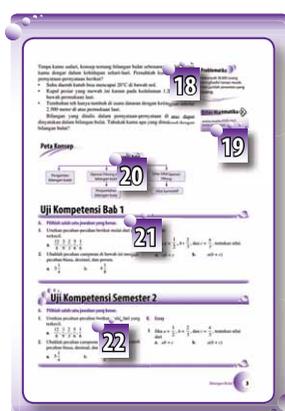
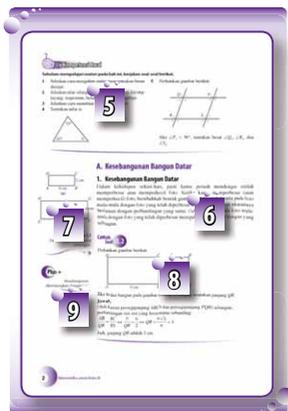
22 Uji Kompetensi Semester

Berisi soal-soal utukmu sebagai persiapan menghadapi Ujian Akhir Semester.

23 Uji Kompetensi Akhir Tahun

Berisi soal-soal dari semua materi yang telah kamu pelajari selama satu tahun.

24 Kunci Jawaban



Prakata

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena buku ini akhirnya dapat diselesaikan. Buku ini penulis hadirkan sebagai panduan bagi siswa dalam mempelajari matematika.

Saat ini, masih banyak siswa yang menganggap matematika sebagai pelajaran yang sulit dan membosankan. Biasanya, anggapan ini muncul karena cara penyampaian materi yang berbelit-belit dan menggunakan bahasa yang sulit dipahami.

Setelah mempelajari materi pada buku ini, siswa diharapkan memahami materi yang disajikan. Oleh karena itu, konsep yang disajikan pada buku Mudah Belajar Matematika untuk Kelas IX Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah ini disampaikan secara logis, sistematis, dan menggunakan bahasa yang sederhana. Selain itu, buku ini juga memiliki tampilan yang menarik sehingga siswa tidak merasa bosan.

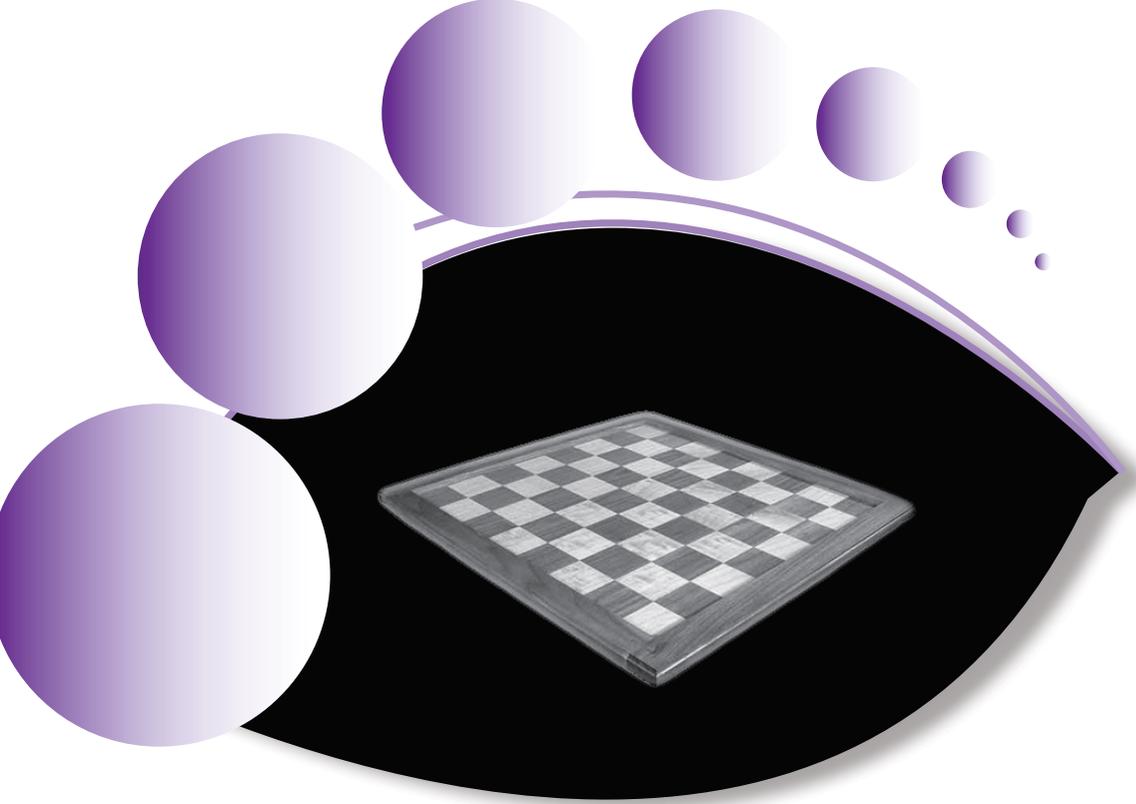
Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih pada semua pihak yang telah membantu terwujudnya buku ini. Semoga buku ini berguna dan dapat dijadikan panduan dalam mempelajari matematika. Percayalah, matematika itu mudah dan menyenangkan. Selamat belajar.

Penulis

Daftar Isi

| | |
|---|-----------|
| Sambutan | iii |
| Panduan Menggunakan Buku | v |
| Prakata..... | vi |
| Daftar Isi | vii |
| Bab 1 Kesebangunan dan Kekongruenan Bangun Datar | 1 |
| A. Kesebangunan Bangun Datar | 2 |
| B. Kekongruenan Bangun Datar | 8 |
| Uji Kompetensi Bab 1 | 14 |
| Bab 2 Bangun Ruang Sisi Lengkung | 17 |
| A. Tabung | 18 |
| B. Kerucut | 23 |
| C. Bola | 28 |
| Uji Kompetensi Bab 2 | 35 |
| Bab 3 Statistika | 37 |
| A. Penyajian Data..... | 38 |
| B. Ukuran Pemusatan Data | 44 |
| C. Ukuran Penyebaran Data..... | 48 |
| Uji Kompetensi Bab 3 | 52 |
| Bab 4 Peluang | 55 |
| A. Dasar-Dasar Peluang..... | 56 |
| B. Perhitungan Peluang | 59 |
| C. Frekuensi Harapan (Pengayaan)..... | 63 |
| Uji Kompetensi Bab 4 | 67 |
| Uji Kompetensi Semester 1 | 70 |

| | |
|--|-----------|
| Bab 5 Pangkat Tak Sebenarnya | 73 |
| A. Bilangan Berpangkat Bulat..... | 74 |
| B. Bentuk Akar dan Pangkat Pecahan..... | 85 |
| Uji Kompetensi Bab 5 | 97 |
| | |
| Bab 6 Pola Bilangan, Barisan, dan Deret | 99 |
| A. Pola Bilangan..... | 100 |
| B. Barisan Bilangan..... | 107 |
| C. Deret Bilangan | 114 |
| Uji Kompetensi Bab 6 | 124 |
| Uji Kompetensi Semester 2 | 126 |
| Uji Kompetensi Akhir Tahun | 128 |
| Kunci Jawaban | 131 |
| Daftar Pustaka | 138 |



Sumber: CD Image

Bab 1

Kesebangunan dan Kekongruenan Bangun Datar

Di Kelas VII, kamu telah mempelajari bangun datar segitiga dan segiempat, seperti persegi panjang, persegi, jajargenjang, belah ketupat, layang-layang, dan trapesium. Pada bagian ini, kamu akan mempelajari kesebangunan dan kekongruenan bangun-bangun datar tersebut.

Pernahkah kamu memperhatikan papan catur? Setiap petak satuan pada papan catur, baik yang berwarna hitam maupun yang berwarna putih, memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Tahukah kamu, disebut apakah bangun-bangun yang sama bentuk dan ukurannya? Untuk menjawabnya, pelajarilah bab ini dengan baik.

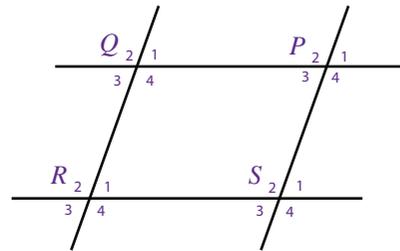
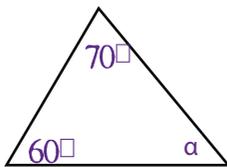
- A. Kesebangunan Bangun Datar
- B. Kekongruenan Bangun Datar



Uji Kompetensi Awal

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakan soal-soal berikut.

1. Jelaskan cara mengukur sudut menggunakan busur derajat.
2. Jelaskan sifat-sifat persegi panjang, persegi, layang-layang, trapesium, belah ketupat, dan segitiga.
3. Jelaskan cara membuat segitiga sama sisi.
4. Tentukan nilai a .
5. Perhatikan gambar berikut.

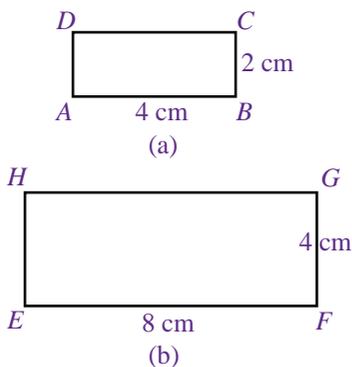


Jika $\angle P_1 = 50^\circ$, tentukan besar $\angle Q_2$, $\angle R_3$, dan $\angle S_4$.

A. Kesebangunan Bangun Datar

1. Kesebangunan Bangun Datar

Dalam kehidupan sehari-hari, pasti kamu pernah mendengar istilah memperbesar atau memperkecil foto. Ketika kamu memperbesar (atau memperkecil) foto, berubahkah bentuk gambarnya? Bentuk benda pada foto mula-mula dengan foto yang telah diperbesar adalah sama, tetapi ukurannya berlainan dengan perbandingan yang sama. Gambar benda pada foto mula-mula dengan foto yang telah diperbesar merupakan contoh dua bangun yang sebangun.



Gambar 1.1

Dua persegi panjang yang sebangun.

Sekarang, coba kamu perhatikan Gambar 1.1. Sebangunkah persegi panjang $ABCD$ dengan persegi panjang $EFGH$? Pada persegi panjang $ABCD$ dan persegi panjang $EFGH$, perbandingan panjangnya adalah $4 : 8 = 1 : 2$. Adapun perbandingan lebarnya adalah $2 : 4 = 1 : 2$. Dengan demikian, perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian pada kedua persegi panjang tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{1}{2}; \frac{BC}{FG} = \frac{1}{2}; \frac{CD}{GH} = \frac{1}{2}; \frac{DA}{HE} = \frac{1}{2}$$

Kemudian, perhatikan sudut-sudut yang bersesuaian pada persegi panjang $ABCD$ dan persegi panjang $EFGH$. Oleh karena keduanya berbentuk persegi panjang, setiap sudut besarnya 90° sehingga sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua bangun tersebut sama besar. Artinya kedua persegi panjang tersebut memiliki sisi-sisi yang bersesuaian dan sebangun sedangkan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Oleh karena itu, persegi panjang $ABCD$ dan persegi panjang $EFGH$ dikatakan **sebangun**.

Jadi, dua atau lebih bangun dikatakan sebangun jika memenuhi syarat-syarat sebagai berikut.

- Panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut memiliki perbandingan yang senilai.
- Sudut-sudut yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut sama besar.

Plus +

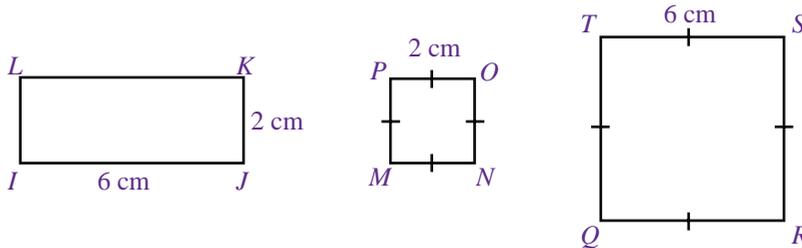
Kesebangunan dilambangkan dengan “ \sim ”.

Cerdas Berpikir

Buatlah tiga persegi panjang yang sebangun dengan kedua persegi panjang pada Gambar 1.1.

Contoh Soal 1.1

Di antara gambar-gambar berikut, manakah yang sebangun?



Jawab:

- a. Perhatikan persegipanjang $IJKL$ dan persegi $MNOP$.
 - (i) Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah

$$\frac{IJ}{MN} = \frac{6}{2}; \frac{JK}{NO} = \frac{2}{2}; \frac{KL}{OP} = \frac{6}{2}; \frac{LI}{PM} = \frac{2}{2}$$
 Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian pada persegipanjang $IJKL$ dan persegi $MNOP$ tidak sebanding.
 - (ii) Besar setiap sudut pada persegipanjang dan persegi adalah 90° sehingga sudut-sudut yang bersesuaian pada persegipanjang $IJKL$ dan persegi $MNOP$ sama besar.

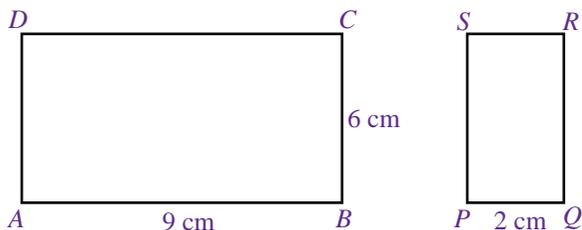
Dari (i) dan (ii) dapat disimpulkan bahwa persegipanjang $IJKL$ dan persegi $MNOP$ tidak sebangun.
- b. Perhatikan persegi $MNOP$ dan persegi $QRST$.
 - (i) Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah

$$\frac{MN}{QR} = \frac{2}{6}; \frac{NO}{RS} = \frac{2}{6}; \frac{OP}{ST} = \frac{2}{6}; \frac{PM}{TQ} = \frac{2}{6}$$
 Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian pada persegi $MNOP$ dan persegi $QRST$ sebanding.
 - (ii) Oleh karena bangun $MNOP$ dan $QRST$ berbentuk persegi, besar setiap sudutnya 90° sehingga sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua bangun tersebut sama besar.

Dari (i) dan (ii) dapat disimpulkan bahwa persegi $MNOP$ dan persegi $QRST$ sebangun.
- c. Dari jawaban a telah diketahui bahwa persegipanjang $IJKL$ tidak sebangun dengan persegi $MNOP$. Dengan demikian, persegipanjang $IJKL$ juga tidak sebangun dengan persegi $QRST$. Coba kamu jelaskan alasannya ■

Contoh Soal 1.2

Perhatikan gambar berikut.



Jika kedua bangun pada gambar tersebut sebangun, tentukan panjang QR .

Jawab:

Oleh karena persegipanjang $ABCD$ dan persegipanjang $PQRS$ sebangun, perbandingan sisi-sisi yang bersesuaiannya sebanding.

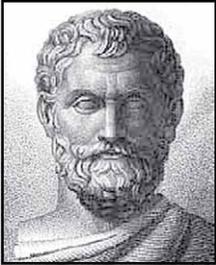
$$\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{RS} \iff \frac{9}{QR} = \frac{6}{2} \iff QR = \frac{9 \times 2}{6} = 3$$

Jadi, panjang QR adalah 3 cm.

Contoh Soal 1.3

Sekilas Matematika

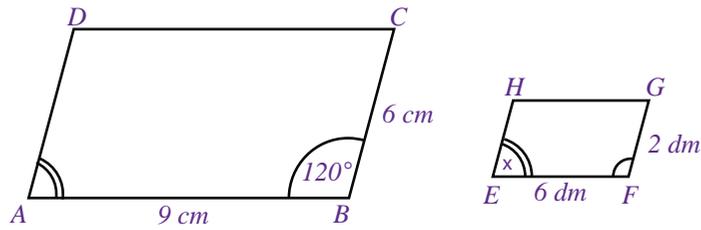
Thales
624 SM–546 SM



Thales adalah seorang ahli filsafat. Pada zamannya, seorang ahli filsafat itu mempelajari matematika, astronomi, fisika, dan ilmu pengetahuan lain. Dalam matematika, ia terkenal dengan caranya mengukur tinggi piramida di Mesir dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga.

Sumber: Matematika, Khazanah Pengetahuan Bagi Anak-anak, 1979.

Diketahui dua jajargenjang yang sebangun seperti gambar berikut.



Tentukan nilai x .

Jawab:

Perhatikan jajargenjang $ABCD$.

$$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 120^\circ$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Oleh karena jajargenjang $ABCD$ sebangun dengan jajargenjang $EFGH$, besar sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Dengan demikian, $\sphericalangle E = \sphericalangle A = 60^\circ$.

Jadi, nilai $x = 60^\circ$.

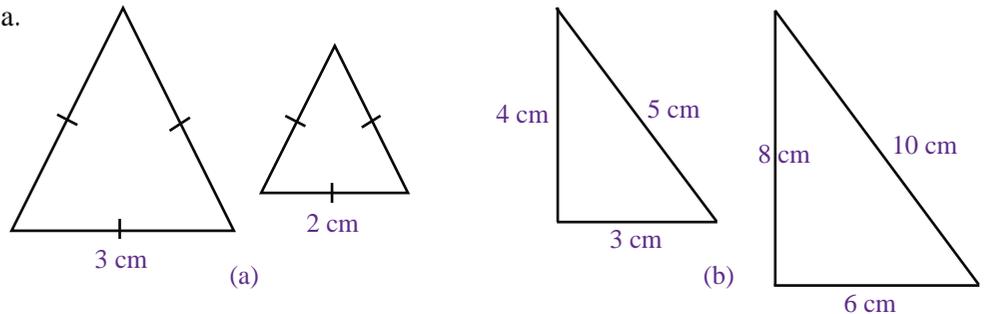
2. Kesebangunan pada Segitiga

Berbeda dengan bangun datar yang lain, syarat-syarat untuk membuktikan kesebangunan pada segitiga memiliki keistimewaan tersendiri. Untuk mengetahuinya, lakukan kegiatan berikut dengan kelompok belajarmu.

Kegiatan

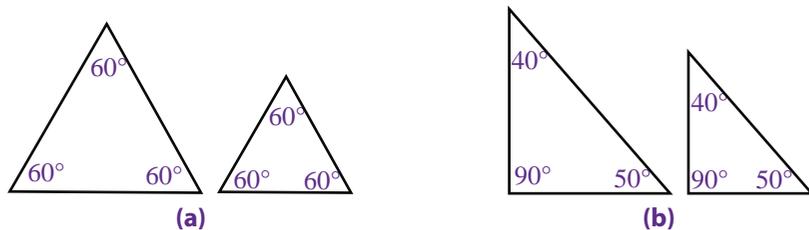
Perhatikan pasangan-pasangan segitiga berikut ini, kemudian jawab pertanyaannya.

a.



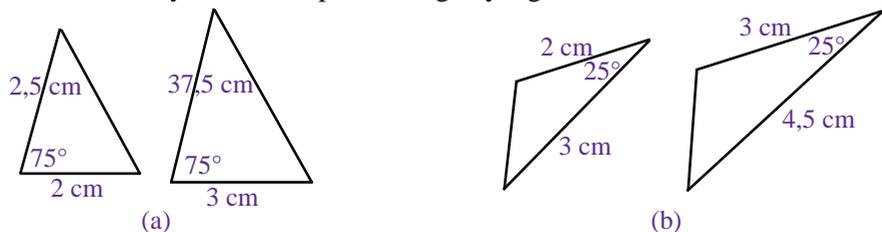
Padakedua pasangan segitiga tersebut, perbandingan sisi-sisi yang bersesuaiannya sama. Ukurlah besar sudut-sudut yang bersesuaiannya, apakah sama besar?

b.



Pasangan-pasangan segitiga tersebut memiliki sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Coba kamu ukur panjang sisi-sisinya. Apakah sisi-sisi yang bersesuaiannya memiliki perbandingan yang sama?

c.



Pasangan-pasangan segitiga tersebut memiliki 2 sisi bersesuaian yang sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar. Coba kamu ukur panjang sisi-sisi yang belum diketahui. Apakah sisi-sisi tersebut memiliki perbandingan yang sama dengan sisi-sisi yang lainnya? Kemudian, ukur pula sudut-sudut yang bersesuaiannya, apakah hasilnya sama besar? ■

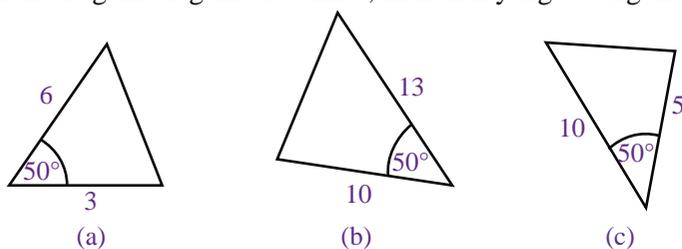
Jika kamu mengerjakan kegiatan tersebut dengan benar, akan diperoleh kesimpulan bahwa untuk memeriksa kesebangunan pada segitiga, cukup lakukan tes pada kedua segitiga tersebut sesuai dengan unsur-unsur yang diketahui.

Tabel 1.1 Syarat kesebangunan pada segitiga

| Unsur-Unsur yang Diketahui Pada Segitiga | Syarat Kesebangunan |
|--|---|
| (i) Sisi-sisi-sisi (s.s.s) | Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama. |
| (ii) Sudut-sudut-sudut (sd.sd.sd) | Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. |
| (iii) Sisi-sudut-sisi (s.sd.s) | Dua sisi yang bersesuaian memiliki perbandingan yang sama dan sudut bersesuaian yang diapit sama besar. |

Contoh Soal 1.4

Di antara gambar-gambar berikut, manakah yang sebangun?



Jawab:

Oleh karena pada setiap segitiga diketahui panjang dua sisi dan besar sudut yang diapitnya, gunakan syarat kesebangunan ke-(iii), yaitu sisi-sudut-sisi.

- a. Besar sudut yang diapit oleh kedua sisi sama besar, yaitu 50° .
- b. Perbandingan dua sisi yang bersesuaian sebagai berikut.

Untuk segitiga (a) dan (b).

$$\frac{3}{10} = 0,3 \text{ dan } \frac{6}{13} = 0,46$$

Untuk segitiga (a) dan (c).

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

Untuk segitiga (b) dan (c).

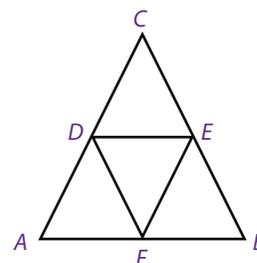
$$\frac{10}{5} = 2 \text{ dan } \frac{13}{10} = 1,3$$

Jadi, segitiga yang sebangun adalah segitiga (a) dan (c) ■

Ketiga syarat kesebangunan pada segitiga dapat digunakan untuk mencari panjang salah satu sisi segitiga yang belum diketahui dari dua buah segitiga yang sebangun.

Problematika

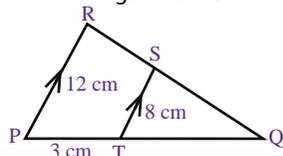
Dari gambar berikut, ada berapa buah segitiga yang sebangun? Sebutkan dan jelaskan jawabanmu.



Solusi Matematika



Perhatikan gambar berikut.

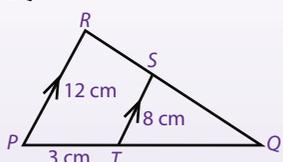


Panjang QT adalah

- a. 4 cm
- b. 5 cm
- c. 6 cm
- d. 8 cm

Jawab:

ΔQST sebangun dengan ΔQRP .



$$\frac{ST}{RP} = \frac{QT}{QP}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{QT}{QT + 3}$$

$$8(QT + 3) = 12QT$$

$$8QT + 24 = 12QT$$

$$4QT = 24$$

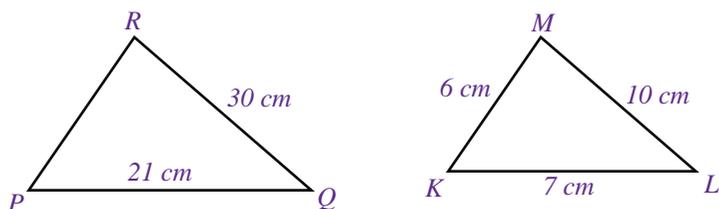
$$QT = 6$$

Jadi, panjang QT adalah 6 cm.

Jawaban: c
Soal UN, 2007

Contoh Soal 1.5

Perhatikan gambar berikut.



Jika kedua segitiga pada gambar tersebut sebangun, tentukan panjang PR.

Jawab:

$$PQ = 3 KL = 21 \text{ cm}$$

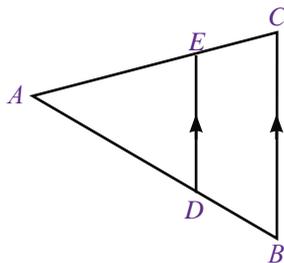
$$QR = 3 LM = 30 \text{ cm}$$

$$PR = 3 MK = 3 \times 6 = 18$$

Jadi, panjang PR adalah 18 cm ■

Contoh Soal 1.6

Gambar berikut menunjukkan ΔABC dengan DE sejajar BC . Jika panjang $AD = 8$ cm, $BD = 2$ cm, dan $DE = 4$ cm, tentukan panjang BC .



Jawab:

Oleh karena ΔABC sebangun dengan ΔADE ,

$$\frac{AD}{AD + DB} = \frac{DE}{BC} \text{ maka } \frac{8}{8 + 2} = \frac{4}{BC}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{4}{BC}$$

$$BC = \frac{4 \times 10}{8} = 5$$

Jadi, panjang BC adalah 5 cm ■

Contoh Soal 1.7

Sebuah tongkat yang tingginya 1,5 m mempunyai bayangan 1 m. Jika pada saat yang sama, bayangan sebuah tiang bendera adalah 2,5 m, tentukan tinggi tiang bendera tersebut.

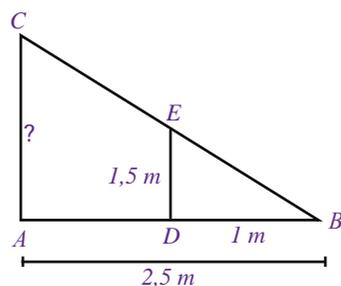
Jawab :

Misalkan, DE = tinggi tongkat

BD = bayangan tongkat

AB = bayangan tiang bendera

AC = tinggi tiang bendera



$$\frac{BD}{AB} = \frac{DE}{AC} \text{ maka } \frac{1}{2,5} = \frac{1,5}{AC}$$

$$AC = \frac{2,5 \times 1,5}{1}$$

$$= 3,75$$

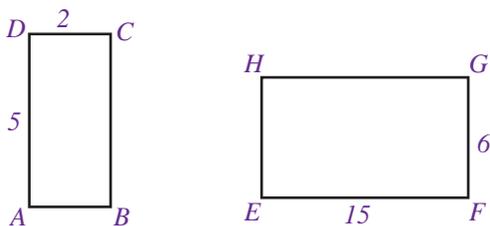
Jadi, panjang tiang bendera tersebut adalah 3,75 m ■

Uji Kompetensi 1.1

Kerjakanlah soal-soal berikut.

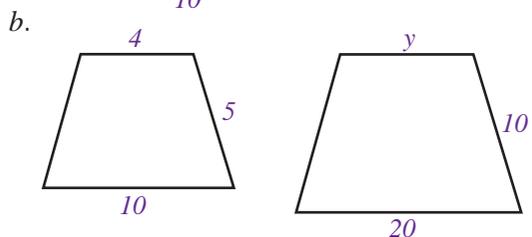
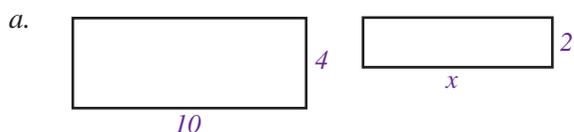
- Manakah di antara bangun-bangun berikut yang pasti sebangun?
 - Dua jajargenjang
 - Dua trapesium
 - Dua persegi
 - Dua lingkaran
 - Dua persegipanjang

- Perhatikan gambar berikut.

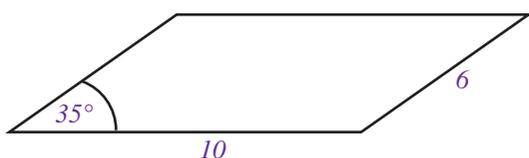


Sebangunkah persegipanjang $ABCD$ dan persegipanjang $EFGH$? Jelaskan jawabanmu.

- Gambar-gambar berikut merupakan dua bangun yang sebangun. Tentukanlah nilai x dan y .

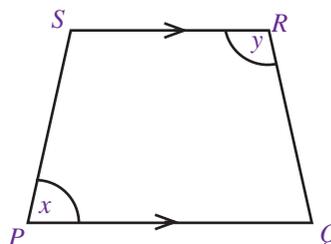
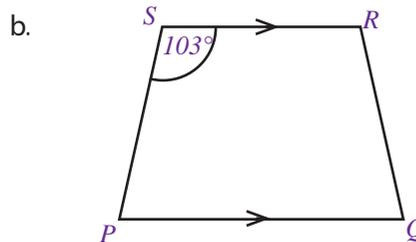
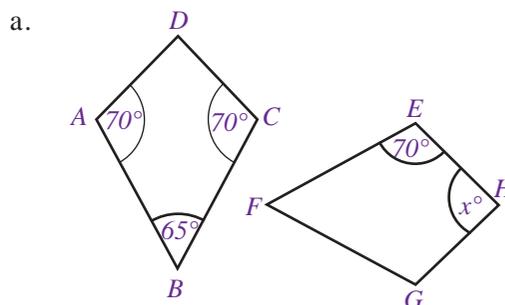


- Deni membuat sebuah jajargenjang seperti gambar berikut.

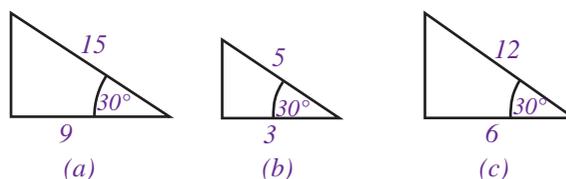


Buatlah tiga jajargenjang yang sebangun dengan jajargenjang yang dibuat Deni.

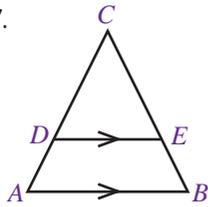
- Tentukan nilai x dan y pada pasangan bangun-bangun yang sebangun berikut.



- Di antara gambar-gambar berikut, manakah yang sebangun?

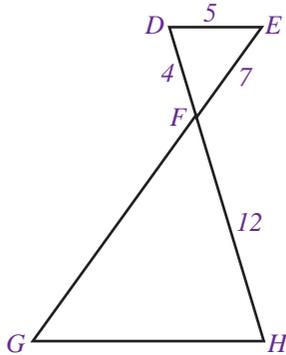


7.

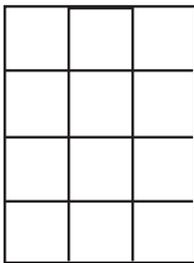
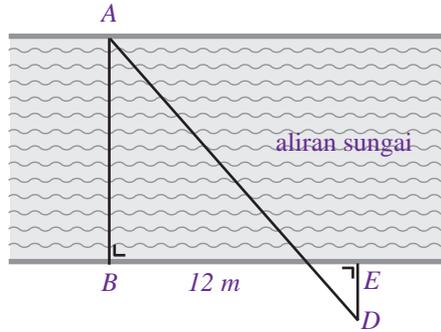


Pada gambar di samping, $DE \parallel AB$.
Jika $AB = 12$ cm, $DE = 8$ cm, dan $DC = 10$ cm, tentukan panjang AC .

8. Buktikan bahwa $\triangle DEF$ sebangun dengan $\triangle GHF$.



9. Sebuah tongkat yang tingginya 2 m mempunyai bayangan 1,5 m. Jika pada saat yang sama, sebuah pohon mempunyai bayangan 30 m, tentukan tinggi pohon tersebut.
10. Seorang pemuda menghitung lebar sungai dengan menancapkan tongkat di titik B , C , D , dan E (seperti pada gambar) sehingga DCA terletak pada satu garis. Tentukan lebar sungai tersebut.



Sumber: Dokumentasi Penulis

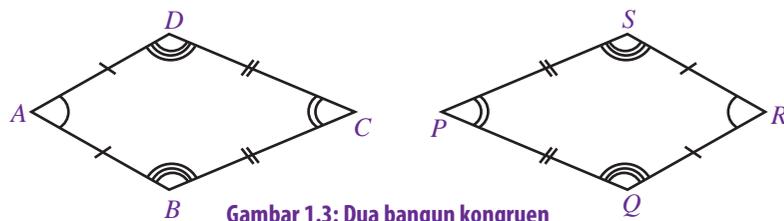
Gambar 1.2

B. Kekongruenan Bangun Datar

1. Kekongruenan Bangun Datar

Pernahkah kamu memperhatikan ubin-ubin yang dipasang di lantai kelasmu? Ubin-ubin tersebut bentuk dan ukurannya sama. Di dalam matematika, dua atau lebih benda yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama disebut benda-benda yang kongruen. Coba kamu sebutkan benda-benda lain di sekitarmu yang kongruen.

Perhatikan Gambar 1.3



Gambar 1.3: Dua bangun kongruen

Gambar 1.3 menunjukkan dua bangun datar, yaitu layang-layang $ABCD$ dan layang-layang $PQRS$. Panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada kedua layang-layang tersebut sama besar, yaitu $AB = QR = AD = RS$ dan $BC = PQ = CD = SP$. Sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua layang-layang tersebut juga sama besar, yaitu $\sphericalangle A = \sphericalangle R$, $\sphericalangle C = \sphericalangle P$, $\sphericalangle B = \sphericalangle Q$, dan $\sphericalangle D = \sphericalangle S$. Oleh karena itu, layang-layang $ABCD$ dan layang-layang $PQRS$ kongruen, ditulis layang-layang $ABCD \cong$ layang-layang $PQRS$.

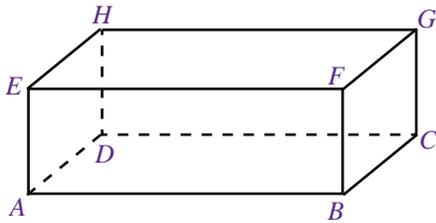
Plus+

Kongruen disebut juga sama dan sebangun, dilambangkan dengan " \cong ".

Dua bangun atau lebih dikatakan kongruen jika bangun-bangun tersebut memiliki bentuk dan ukuran yang sama serta sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Contoh Soal 1.8

Perhatikan gambar berikut.



Tentukan sisi-sisi yang kongruen pada bangun tersebut.

Jawab :

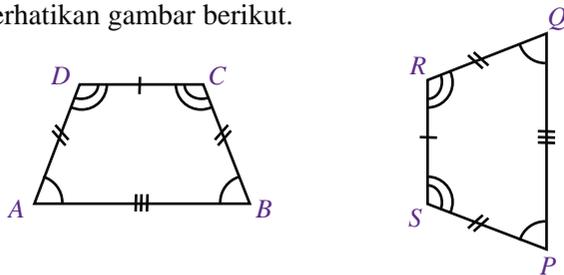
Syarat kekongruenan pada bangun datar adalah sama bentuk dan ukurannya.

Pada balok $ABCD, EFGH$, sisi-sisi yang kongruen adalah

- sisi $ABCD \cong$ sisi $EFGH$
- sisi $ABFE \cong$ sisi $CDHG$
- sisi $BCGF \cong$ sisi $ADHE$

Contoh Soal 1.9

Perhatikan gambar berikut.



Tunjukkan bahwa kedua bangun tersebut kongruen.

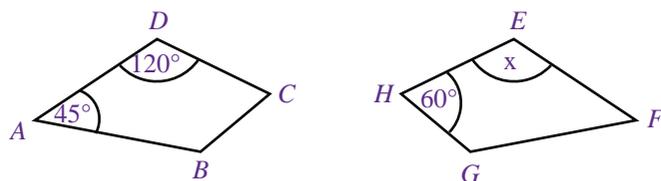
Jawab :

- a. Panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada trapesium $ABCD$ dan trapesium $PQRS$ sama besar, yaitu $AB = PQ, BC = QR, CD = RS$, dan $AD = PS$.
- b. Sudut-sudut yang bersesuaian pada kedua trapesium tersebut sama besar, yaitu $\sphericalangle A = \sphericalangle P = \sphericalangle E = \sphericalangle Q$ dan $\sphericalangle C = \sphericalangle R = \sphericalangle D = \sphericalangle S$.

Dari jawaban a dan b terbukti bahwa trapesium $ABCD \cong$ trapesium $PQRS$ ■

Contoh Soal 1.10

Perhatikan dua bangun datar yang kongruen berikut.



Tentukan besar $\sphericalangle E$.

Tugas

Manakah pernyataan yang benar?

- a. Bangun-bangun yang sebangun pasti kongruen.
 - b. Bangun-bangun yang kongruen pasti sebangun.
- Jelaskan jawabanmu.

Jawab :

Oleh karena kedua bangun datar tersebut kongruen, sudut-sudut yang bersesuaian sudah pasti sama besar.

$$\sphericalangle A = \sphericalangle F = 45^\circ$$

$$\sphericalangle C = \sphericalangle H = 60^\circ$$

$$\sphericalangle D = \sphericalangle G = 120^\circ$$

$$\sphericalangle B = \sphericalangle E = ?$$

Jumlah sudut pada bangun datar $ABCD =$ jumlah sudut pada bangun datar $EFGH = 360^\circ$.

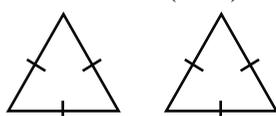
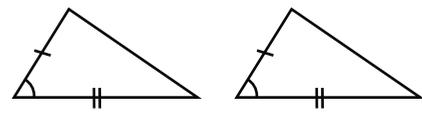
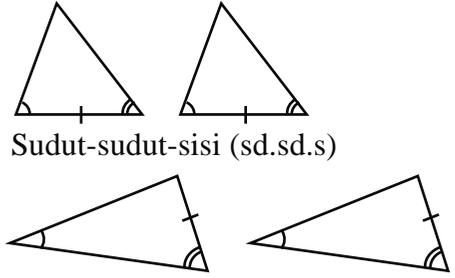
$$\begin{aligned} E &= 360^\circ - (\sphericalangle F + \sphericalangle G + \sphericalangle H) \\ &= 360^\circ - (45^\circ + 120^\circ + 60^\circ) \\ &= 360^\circ - 225^\circ = 35^\circ \end{aligned}$$

Jadi, $\sphericalangle E = 35^\circ$ ■

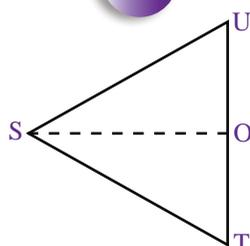
2. Kekongruenan Segitiga

Pada bagian ini, pembahasan bangun-bangun yang kongruen difokuskan pada bangun segitiga. Untuk menunjukkan apakah dua segitiga kongruen atau tidak, cukup ukur setiap sisi dan sudut pada segitiga. Kemudian, bandingkan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian. Perhatikan tabel syarat kekongruenan dua segitiga berikut.

Tabel 1.2 Syarat kekongruenan pada segitiga

| Unsur-Unsur yang Diketahui Pada Segitiga | Syarat Kekongruenan |
|--|--|
| (i) Sisi-sisi-sisi (s.s.s)  | Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. |
| (ii) Sisi-sudut-sisi (s.sd.s)  | Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan satu sudut yang diapit oleh kedua sisi tersebut sama besar. |
| (iii) Sudut-sisi-sudut (sd.s.sd) atau Sudut-sudut-sisi (sd.sd.s)  | Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang. |

Contoh Soal 1.11



Gambar di samping merupakan gambar segitiga samasisi STU . Jika SO tegak lurus TU dan panjang sisi-sisinya 3 cm, buktikan bahwa $\triangle STO \cong \triangle SUO$.

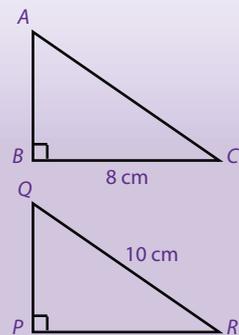
Solusi Matematika



Diketahui segitiga ABC dengan siku-siku di B ; kongruen dengan segitiga PQR dengan siku-siku di P . Jika panjang $BC = 8$ cm dan $QR = 10$ cm maka luas segitiga PQR adalah

- a. 24 cm c. 48 cm
b. 40 cm d. 80 cm

Jawab:



Oleh karena $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ maka $BC = PR = 8$ cm.

Menurut Teorema Pythagoras,

$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{QR^2 - PR^2} \\ &= \sqrt{10^2 - 8^2} \\ &= \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle PQR &= \frac{1}{2} \times PR \times PQ \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \end{aligned}$$

Jadi, luas $\triangle PQR$ adalah 24 cm².

Jawaban: a
Soal UN, 2007

Jawab:

- $\triangle STO$ merupakan segitiga samasisi sehingga $ST = TU = US = 3$ cm dan $\angle STU = \angle TUS = \angle UST = 60^\circ$.
- SO tegak lurus TU maka $\angle SOT = \angle SOU = 90^\circ$ dan $TO = OU$ sehingga
 - $\angle OST = 180^\circ - (\angle STO + \angle TOS)$
 $= 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$
 - $\angle USO = 180^\circ - (\angle SOU + \angle OUS)$
 $= 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

Oleh karena (i) $\angle T = \angle U = 60^\circ$

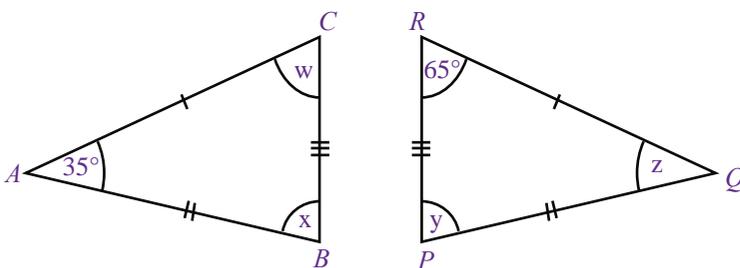
(ii) $ST = US = 3$ cm

(iii) $\angle OST = \angle USO = 30^\circ$

terbukti bahwa $\triangle STO \cong \triangle SUO$ ■

Contoh Soal 1.12

Perhatikan dua segitiga yang kongruen berikut.



Tentukan nilai w , x , y , dan z .

Jawab:

Oleh karena $\triangle ABC \cong \triangle PQR$, sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, yaitu

$$\angle A = \angle Q = z = 35^\circ$$

$$\angle C = \angle R = w = 65^\circ$$

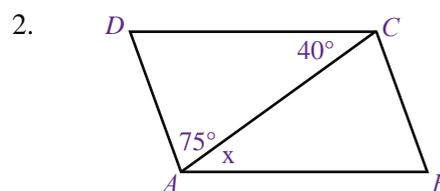
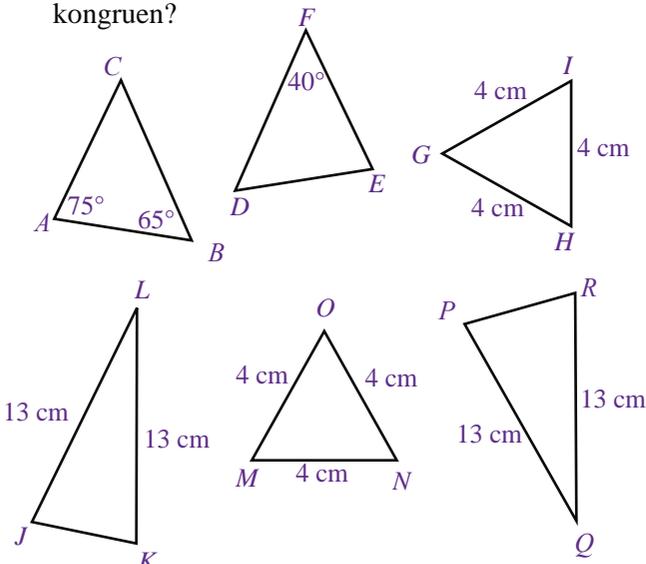
$$\begin{aligned} \angle B = \angle P = x = y &= 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) \\ &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \end{aligned}$$

Jadi, $w = 65^\circ$, $x = y = 80^\circ$, dan $z = 35^\circ$.

Uji Kompetensi 1.2

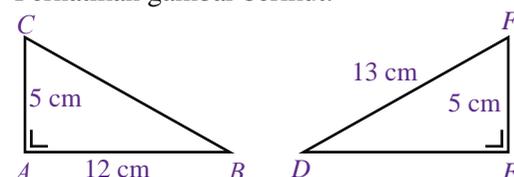
Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Dari gambar-gambar berikut, manakah yang kongruen?



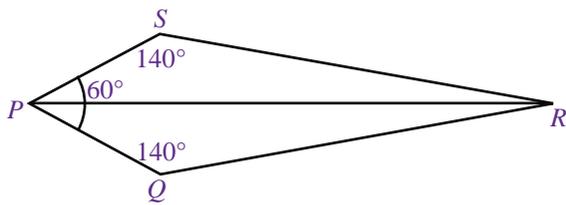
Pada gambar di atas, tentukan nilai x .

3. Perhatikan gambar berikut.



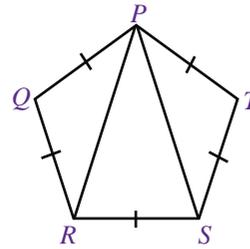
Buktikan bahwa $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

4.



Jika $\angle PSR = 140^\circ$ dan $\angle SPR = 30^\circ$, tentukan besar $\angle PRQ$.

5. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar tersebut, panjang $PR = (5x + 3)$ cm dan $PS = (2x + 21)$ cm. Tentukan panjang PS .

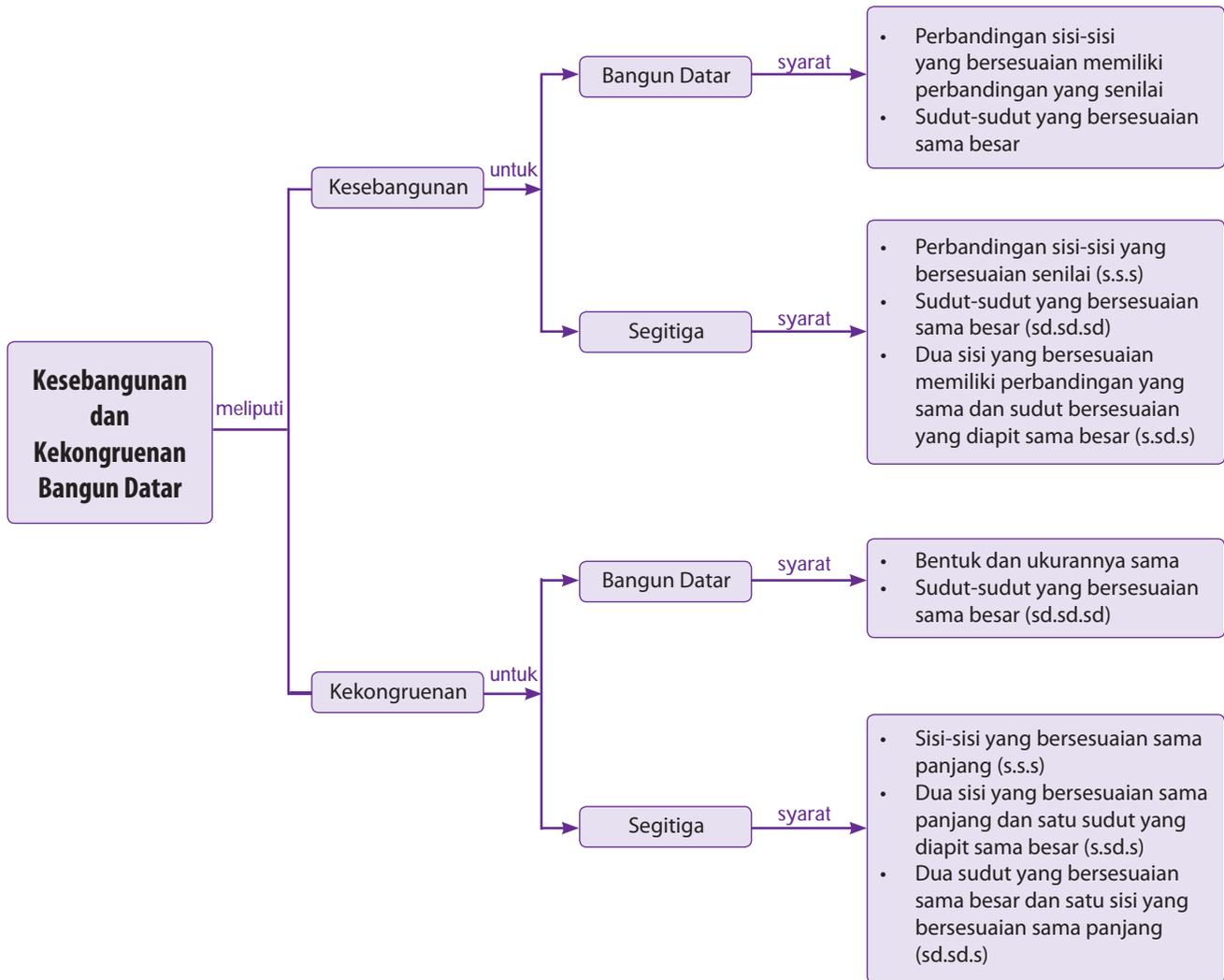
Rangkuman

- Dua atau lebih bangun dikatakan sebangun jika memenuhi syarat-syarat berikut.
 - Panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut mempunyai perbandingan yang senilai.
 - Sudut-sudut yang bersesuaian pada bangun-bangun tersebut sama besar.
- Syarat kesebangunan pada dua atau lebih segitiga adalah
 - perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai (s.s.s),
 - sudut-sudut yang bersesuaian sama besar (sd.sd.sd), atau
 - dua sisi yang bersesuaian memiliki perbandingan yang sama dan sudut yang diapit oleh kedua sisi tersebut sama besar.
- Dua atau lebih bangun dikatakan kongruen jika memenuhi syarat-syarat berikut.
 - Bentuk dan ukurannya sama.
 - Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
- Syarat kekongruenan dua atau lebih segitiga adalah
 - sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang,
 - dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan satu sudut yang diapit oleh kedua sisi tersebut sama besar, atau
 - dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang.

Refleksi

- Setelah mempelajari bab Kesebangunan dan Kekongruenan ini, menurutmu bagian mana yang paling menarik untuk dipelajari? Mengapa?
- Pada bab ini, materi-materi apa saja yang belum kamu pahami dan telah kamu pahami dengan baik?
- Kesan apa yang kamu dapat setelah mempelajari bab ini?

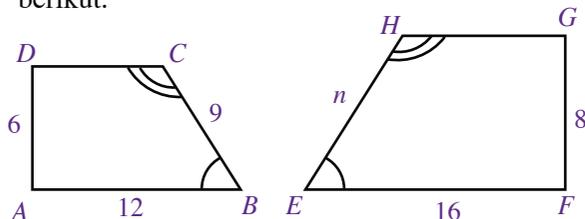
Peta Konsep



Uji Kompetensi Bab 1

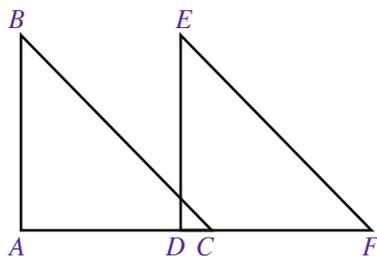
A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

- Berikut adalah syarat kesebangunan pada bangun datar, *kecuali*
 - perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai
 - sudut-sudut yang bersesuaian sama besar
 - sudut-sudut yang bersesuaian memiliki perbandingan yang senilai
 - pernyataan (a) dan (b)
- Perhatikan gambar dua trapesium yang sebangun berikut.



Nilai n yang memenuhi adalah

- 12
 - 14
 - 16
 - 18
- Ukuran persegipanjang yang sebangun dengan persegipanjang berukuran $4 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ adalah
 - $4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 - $18 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$
 - $8 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$
 - $20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$
 - Bangun-bangun di bawah ini pasti sebangun, *kecuali*
 - dua persegi
 - dua persegipanjang
 - dua lingkaran
 - dua segitiga samasisi
 - Perhatikan gambar berikut.

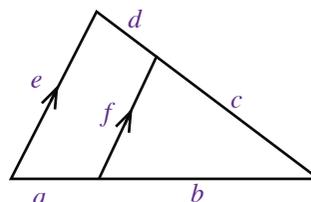


Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ sebangun, pernyataan yang benar adalah

- $AC = DF$
- $AB : DE = BC : EF$

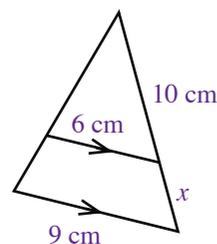
- $AB \times AC = FD \times ED$
- $AC : AB = DE : DF$

- Pernyataan yang benar mengenai gambar berikut adalah



- $\frac{e}{f} = \frac{a+b}{b}$
- $\frac{e}{f} = \frac{d+c}{d}$
- $\frac{e}{f} = \frac{b}{a}$
- $\frac{e}{f} = \frac{c}{d}$

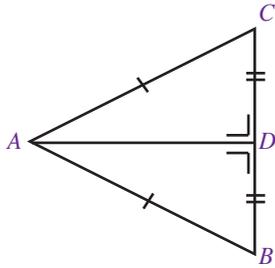
- Perhatikan gambar berikut.



Nilai x sama dengan

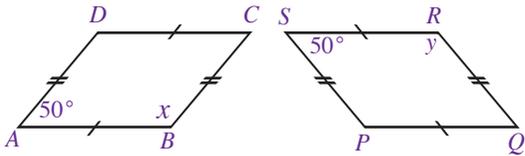
- 6,7 cm
 - 5,0 cm
 - 4,1 cm
 - 3,8 cm
- Diketahui $\triangle PQR$ dengan ST sejajar PQ , $PS = 6 \text{ cm}$, $ST = 10 \text{ cm}$, dan $RP = 15 \text{ cm}$. Panjang BS adalah ... cm.
 - 9 cm
 - 10 cm
 - 12 cm
 - 15 cm
 - Jika $\triangle DEF$ kongruen dengan $\triangle KLM$, pernyataan yang benar adalah
 - $\angle D = \angle L$
 - $\angle E = \angle K$
 - $DF = LM$
 - $DE = KL$

10. Pernyataan di bawah ini yang benar adalah
- jika sudut-sudut dua segitiga sama besar, sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang
 - jika sisi-sisi dua segitiga sama panjang sudut-sudut, kedua segitiga itu sama besar
 - jika dua segitiga sebangun, kedua segitiga itu kongruen
 - jika dua segitiga sebangun, sisi-sisinya sama panjang
11. Perhatikan gambar berikut.



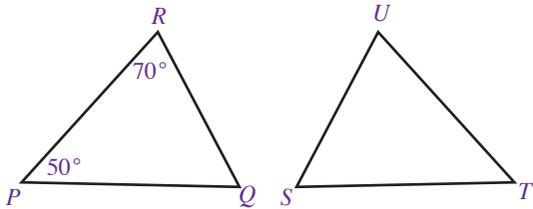
Pasangan segitiga yang kongruen adalah

- $\triangle DAB$ dan $\triangle CAD$
 - $\triangle CDA$ dan $\triangle CBA$
 - $\triangle ABC$ dan $\triangle ADC$
 - $\triangle BAD$ dan $\triangle CAD$
12. Perhatikan gambar berikut.



Nilai $x + y = \dots$

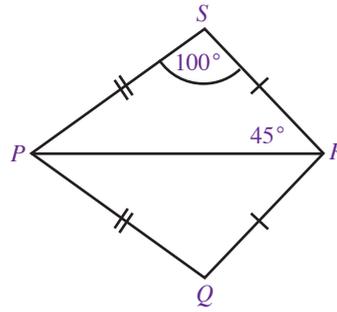
- 260°
 - 130°
 - 50°
 - 25°
13. Pada gambar berikut, $\triangle PQR \cong \triangle STU$.



Pernyataan yang benar adalah

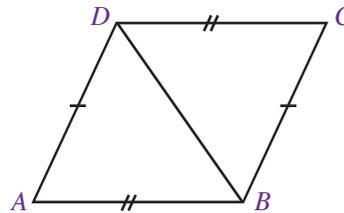
- $\angle S = 50^\circ$
- $\angle T = 70^\circ$
- $\angle S = 60^\circ$
- $\angle U = 60^\circ$

14.



Pada gambar di atas, besar $\angle RSP$ adalah

- 45°
 - 40°
 - 35°
 - 30°
15. Perhatikan gambar berikut.

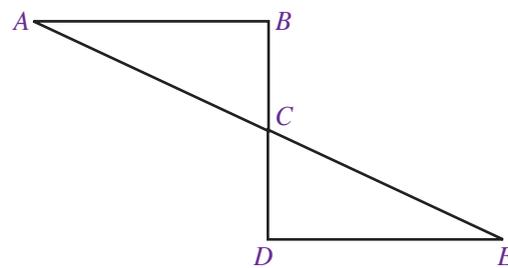


Jika panjang $AB = (6x - 31)$ cm, $CD = (3x - 1)$ cm, dan $BC = (2x + 3)$ cm, panjang $AD = \dots$

- 29 cm
- 26 cm
- 23 cm
- 20 cm

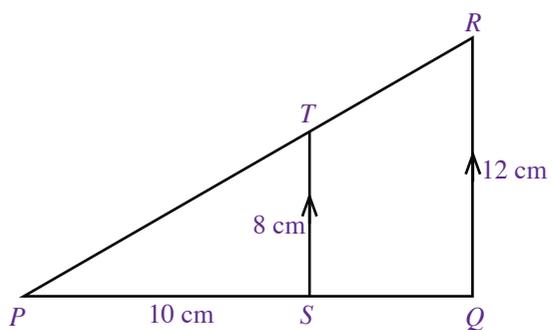
B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Buatlah tiga pasang bangun datar yang sebangun. Kemudian, berikan alasan jawabannya.
- Perhatikan gambar berikut.



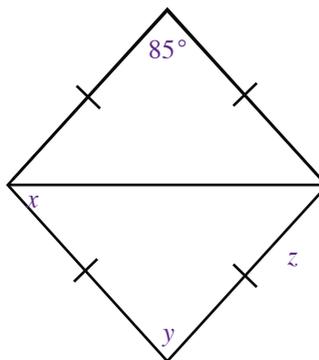
Tunjukkan bahwa $\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle CDE$.

3. Pada gambar berikut, tentukan panjang PQ .



4. Jelaskan cara menguji kekongruenan dua segitiga dengan kata-katamu sendiri.

5. Perhatikan gambar berikut.



Tentukan nilai x , y , dan z .

Bab 2



Sumber: www.contain.ca

Bangun Ruang Sisi Lengkung

Di Sekolah Dasar, kamu telah mengenal bangun-bangun ruang seperti tabung, kerucut, dan bola. Bangun-bangun ruang tersebut akan kamu pelajari kembali pada bab ini.

Dalam kehidupan sehari-hari, kamu mungkin sering melihat benda-benda yang berbentuk tabung, kerucut, dan bola. Misalnya, sebuah tangki berbentuk tabung memiliki jari-jari 15 m dan tingginya 50 m. Jika tangki tersebut akan diisi minyak tanah sampai penuh, berapa liter minyak tanah yang diperlukan? Untuk menjawabnya, pelajailah bab ini dengan baik.

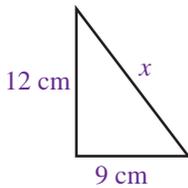
- A. Tabung
- B. Kerucut
- C. Bola



Uji Kompetensi Awal

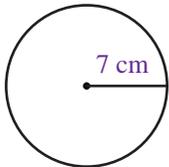
Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakan soal-soal berikut.

1.



Tentukan nilai x .

2.



Tentukan luas bangun di samping.

- Gambarlah jaring-jaring prisma segiempat beraturan.
- Tentukan luas permukaan kubus yang memiliki panjang rusuk 5 cm.
- Sebuah limas segiempat memiliki panjang alas 15 cm dan lebarnya 12 cm. Tentukan volume limas tersebut.

Di Kelas VIII, kamu telah mempelajari bangun ruang sisi tegak seperti kubus, balok, prisma, dan limas. Pada bab ini, bangun ruang tersebut akan diperluas dengan mempelajari bangun ruang sisi lengkung, yaitu tabung, kerucut, dan bola.

Di dalam kehidupan sehari-hari, kamu pasti pernah menemukan benda-benda seperti kaleng susu, nasi tumpeng, dan bola sepak.



(a)



(b)



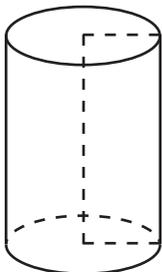
(c)

Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 2.1 : Contoh bangun ruang sisi lengkung

Perhatikan Gambar 2.1 . Gambar (a), (b), dan (c) merupakan contoh-contoh bangun ruang sisi lengkung. Sekarang, coba kamu sebutkan nama-nama bangun ruang yang diwakili oleh gambar-gambar tersebut.

A. Tabung

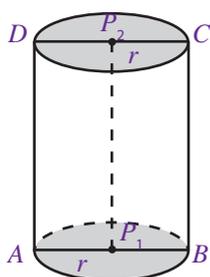


Gambar 2.2 Tabung atau silinder.

Perhatikan Gambar 2.2 . Amatilah bentuk geometri bangun tersebut. Tabung (silinder) merupakan bangun sisi lengkung yang memiliki bidang alas dan bidang atas berbentuk lingkaran yang sejajar dan kongruen.

1. Unsur-Unsur Tabung

Perhatikan Gambar 2.3 . Tabung memiliki unsur-unsur sebagai berikut.

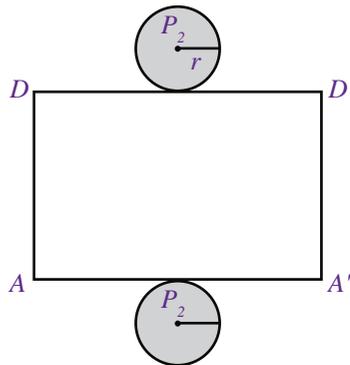


Gambar 2.3 : Tabung

- Sisi alas, yaitu sisi yang berbentuk lingkaran dengan pusat P_1 , dan sisi atas, yaitu sisi yang berbentuk lingkaran dengan pusat P_2 .
- Selimut tabung, yaitu sisi lengkung tabung (sisi yang tidak diraster).
- Diameter lingkaran alas, yaitu ruas garis AB , dan diameter lingkaran atas, yaitu ruas garis CD .
- Jari-jari lingkaran alas (r), yaitu garis P_1A dan P_1B , serta jari-jari lingkaran atas (r), yaitu ruas garis P_2C dan P_2D .
- Tinggi tabung, yaitu panjang ruas garis P_2P_1 , DA , dan CB .

2. Luas Permukaan Tabung

Perhatikan kembali Gambar 2.3 . Jika tabung pada gambar tersebut dipotong sepanjang garis AD , keliling sisi alas, dan keliling sisi atasnya, akan diperoleh jaring-jaring tabung seperti pada Gambar 2.4 .



Gambar 2.4 : Jaring-jaring tabung.

Selimut tabung pada Gambar 2.4 berbentuk persegi panjang dengan panjang $\overline{AA'} = \overline{DD'}$ = keliling alas tabung = $2\pi r$ dan lebar $\overline{AD} = \overline{A'D'}$ = tinggi tabung = t .

Jadi, luas selimut tabung = luas persegi panjang = $p \times l = 2\pi r t$.

Luas permukaan tabung merupakan gabungan luas selimut tabung, luas sisi alas, dan luas sisi atas tabung.

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan tabung} &= \text{luas selimut} + \text{luas sisi alas} + \text{luas sisi atas} \\ &= 2\pi r t + \pi r^2 + \pi r^2 \\ &= 2\pi r t + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r (r + t) \end{aligned}$$

Dengan demikian, untuk tabung yang tertutup, berlaku rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Luas selimut tabung} &= 2\pi r t \\ \text{Luas permukaan tabung} &= 2\pi r (r + t) \end{aligned}$$

Contoh Soal 2.1

Diketahui suatu tabung jari-jari alasnya 7 cm dan tingginya 10 cm. Tentukan luas selimut tabung dan luas permukaan tabung tersebut.

Jawab:

Diketahui : $r = 7$ cm
 $t = 10$ cm

Ditanyakan : • luas selimut tabung
• luas permukaan tabung

Penyelesaian:

- Luas selimut tabung = $2\pi r t$
 $= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 10 = 440 \text{ cm}^2$
- Luas permukaan tabung = $2\pi r (r + t)$
 $= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot (7 + 10) = 748 \text{ cm}^2$

Jadi, luas selimut tabungnya adalah 440 cm^2 dan luas permukaan tabungnya adalah 748 cm^2 ■

Tugas 2.1

Diskusikan dengan teman sebangkumu tentang rumus luas permukaan tabung tanpa tutup. Laporkan hasilnya di depan kelas.

Plus+

- Jika pada bangun ruang terdapat unsur yang nilainya kelipatan 7, gunakan nilai $\pi = \frac{22}{7}$.
- Jika pada bangun ruang tidak terdapat unsur yang nilainya kelipatan 7, gunakan nilai $\pi = 3,14$.

Contoh Soal 2.2

Diketahui luas selimut suatu tabung adalah 1.408 cm^2 . Jika jari-jari alasnya 14 cm , tentukan luas permukaan tabung tersebut.

Jawab :

Diketahui : luas selimut tabung = 1.408 cm^2

$$r = 14 \text{ cm}$$

Ditanyakan : luas permukaan tabung

Penyelesaian:

Luas selimut tabung = $2\pi r t$

$$1.408 = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot t$$

$$t = \frac{1.408}{88} = 16 \text{ cm}$$

Luas permukaan tabung = $2\pi r (r + t)$

$$= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot (14 + 16)$$

$$= 2.640 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas permukaan tabung tersebut adalah 1.640 cm^2 ■

Contoh Soal 2.3

Jika luas permukaan tabung di samping adalah $1.406,72 \text{ cm}^2$, tentukan tinggi tabung tersebut.

Jawab:

Diketahui: luas permukaan tabung = $1.406,72 \text{ cm}^2$

$$r = 8 \text{ cm.}$$

Ditanyakan: tinggi (t)

Penyelesaian:

Luas permukaan tabung = $2\pi r (r + t)$

$$1.406,72 = 2 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot (8 + t)$$

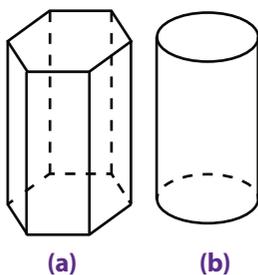
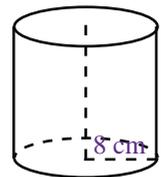
$$= 50,24 (8 + t)$$

$$= 401,92 + 50,24 \cdot t$$

$$50,24 \cdot t = 1.004,8$$

$$t = \frac{1.004,8}{50,24} = 20$$

Jadi, tinggi tabung tersebut adalah 20 cm ■



Gambar 2.5 : Prisma dan Tabung

3. Volume Tabung

Masih ingatkah kamu pelajaran mengenai prisma di Kelas VIII? Pada dasarnya, tabung juga merupakan prisma karena bidang alas dan bidang atas tabung sejajar dan kongruen. Untuk lebih jelasnya, perhatikan Gambar 2.5. Dengan demikian, volume tabung sama dengan volume prisma, yaitu luas alas dikali tinggi. Oleh karena alas tabung berbentuk lingkaran, volume tabung dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Volume tabung} &= \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= \pi r^2 t \end{aligned}$$

Contoh Soal 2.4

Diketahui jari-jari alas suatu tabung adalah 12 cm. Jika tinggi tabung tersebut 10 cm, tentukan volume tabung tersebut.

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{Diketahui : } r &= 12 \text{ cm} \\ t &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ditanyakan : volume tabung

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Volume tabung} &= \pi r^2 t \\ &= 3,14 \cdot (12)^2 \cdot 10 = 4.521,6 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Jadi, volume tabung tersebut adalah 4.521,6 cm³ ■

Plus+

Volume digunakan untuk menyatakan ukuran besar suatu ruang.

Contoh Soal 2.5

Diketahui jari-jari suatu tabung adalah 7,5 cm. Tentukan tinggi tabung tersebut jika volumenya 3.532,5 cm³.

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{Diketahui: } r &= 7,5 \text{ cm} \\ V &= 3.532,5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Ditanyakan: tinggi (t)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \pi r^2 t \\ 3.532,5 &= 3,14 (7,5)^2 \cdot t \\ &= 176,625 \cdot t \\ t &= \frac{3.532,5}{176,625} = 20 \end{aligned}$$

Jadi, tinggi tabung tersebut adalah 20 cm ■

Contoh Soal 2.6

Volume sebuah tabung adalah 20.790 cm³. Jika tinggi tabung tersebut 15 cm, tentukan panjang jari-jari dan luas selimut tabung tersebut.

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{Diketahui : } t &= 15 \text{ cm} \\ V &= 20.790 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Ditanyakan : panjang jari-jari (r) dan luas selimut tabung.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \text{Volume} &= \pi r^2 t \\ 20.790 &= \frac{22}{7} \cdot r^2 \cdot 15 \\ r^2 &= \frac{20.790 \times 7}{330} = 441 \\ r &= \sqrt{441} = 21 \text{ cm} \end{aligned}$$

Problematika

Diketahui suatu tabung memiliki jari-jari r dan tinggi t . Jika jari-jarinya

diperbesar menjadi $\frac{3}{2}r$ dan

tingginya diperkecil menjadi

$\frac{1}{3}t$, tentukan perbandingan

volume tabung sebelum dan sesudah mengalami perubahan.

- Luas selimut tabung = $2\pi r t$
 $= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 21 \cdot 15 = 1.980 \text{ cm}^2$

Jadi, jari-jari tabung tersebut adalah 21 cm dan luas selimutnya 1.980 cm².

Contoh Soal 2.7

Jari-jari alas suatu tabung adalah 14 cm. Jika luas permukaannya 3.432 cm², tentukan volume tabung tersebut.

Jawab :

Diketahui: $r = 14 \text{ cm}$

Luas permukaan = 3.432 cm²

Ditanyakan : volume (V)

Penyelesaian:

Luas permukaan = $2\pi r (r + t)$

$$3.432 = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot (14 + t)$$

$$= 1.232 + 88 \cdot t$$

$$88 \cdot t = 2.200$$

$$t = \frac{2.200}{88} = 25$$

Volume = $\pi r^2 t$

$$= \frac{22}{7} \cdot (14)^2 \cdot 25$$

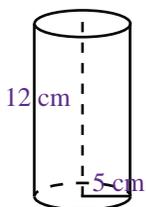
$$= 15.400$$

Jadi, volume tabung tersebut adalah 15.400 cm³ ■

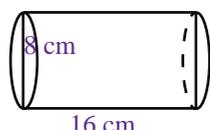
Uji Kompetensi 2.1

Kerjakanlah soal-soal berikut.

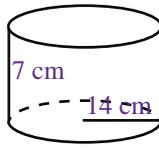
1. Hitunglah luas selimut tabung-tabung berikut.



(a)



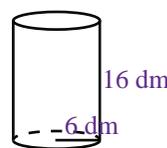
(b)



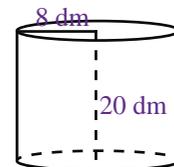
(c)

- Diketahui suatu tabung memiliki jari-jari 4 cm. Jika tinggi tabung tersebut 16,5 cm, tentukan luas selimut tabung tersebut.
- Luas selimut suatu tabung 628 cm². Tentukan tinggi tabung tersebut jika diketahui jari-jari alasnya 10 cm.
- Hitunglah luas permukaan suatu tabung yang memiliki jari-jari 7 cm dan tinggi 12 cm.

5. Perhatikan gambar berikut.



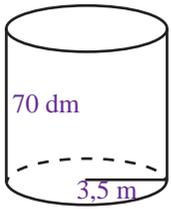
(a)



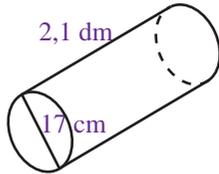
(b)

- Tentukan perbandingan luas permukaan tabung (a) dan tabung (b).
- Sebuah tabung tanpa tutup memiliki jari-jari 6,5 cm dan tinggi 18 cm. Tentukan luas permukaan tabung tersebut.
- Diketahui jari-jari alas sebuah tabung 28 cm. Jika tingginya 20 cm, tentukan volume tabung tersebut.

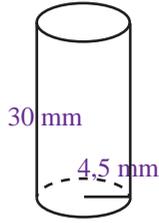
8. Hitunglah volume tabung-tabung berikut.



(a)



(b)



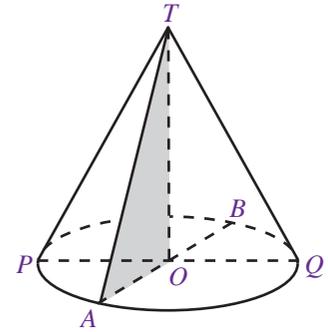
(c)

9. Sebuah tabung memiliki volume $192,5 \text{ cm}^3$. Jika tinggi tabung tersebut adalah $0,5 \text{ dm}$, tentukan panjang jari-jari alasnya.

10. Diketahui sebuah tabung memiliki luas selimut 7.536 cm^2 . Tentukan volume tabung tersebut jika tingginya 40 cm .

B. Kerucut

Kerucut merupakan bangun ruang sisi lengkung yang menyerupai limas segi- n beraturan yang bidang alasnya berbentuk lingkaran. Kerucut dapat dibentuk dari sebuah segitiga siku-siku yang diputar sejauh 360° , di mana sisi siku-sikunya sebagai pusat putaran. Perhatikan Gambar 2.6 . Kerucut pada Gambar 2.6 dapat dibentuk dari segitiga siku-siku TOA yang diputar, di mana sisi TO sebagai pusat putaran.



Gambar 2.6 Kerucut.

1. Unsur-Unsur Kerucut

Amatilah Gambar 2.7 . Kerucut memiliki unsur-unsur sebagai berikut.

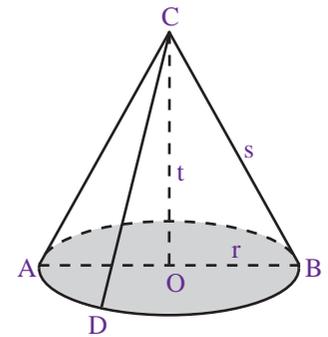
- Bidang alas, yaitu sisi yang berbentuk lingkaran (daerah yang diraster).
- Diameter bidang alas (d), yaitu ruas garis AB .
- Jari-jari bidang alas (r), yaitu garis OA dan ruas garis OB .
- Tinggi kerucut (t), yaitu jarak dari titik puncak kerucut ke pusat bidang alas (ruas garis CO).
- Selimut kerucut, yaitu sisi kerucut yang tidak diraster.
- Garis pelukis (s), yaitu garis-garis pada selimut kerucut yang ditarik dari titik puncak C ke titik pada lingkaran.

Hubungan antara r , s , dan t pada kerucut dinyatakan dengan persamaan-persamaan berikut.

$$s^2 = r^2 + t^2$$

$$r^2 = s^2 - t^2$$

$$t^2 = s^2 - r^2$$



Gambar 2.7 Kerucut.

2. Luas Permukaan Kerucut

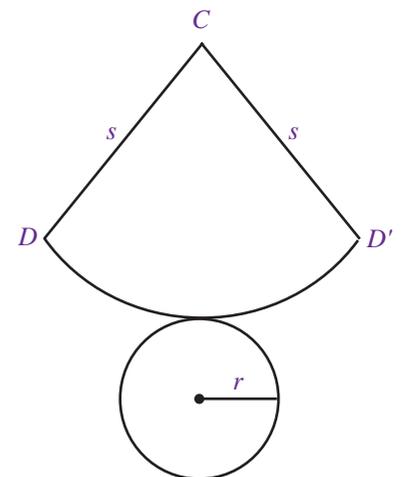
Perhatikan kembali Gambar 2.7 . Jika kerucut tersebut dibelah sepanjang garis CD dan keliling alasnya, akan diperoleh jaring-jaring kerucut seperti pada Gambar 2.8. Jaring-jaring kerucut pada Gambar 2.8 terdiri atas:

- juring lingkaran CDD' yang merupakan selimut kerucut.
- lingkaran dengan jari-jari r yang merupakan sisi alas kerucut.

Pada Gambar 2.8 , terlihat bahwa panjang jari-jari juring lingkaran sama dengan s (garis pelukis kerucut). Adapun panjang busur DD' sama dengan keliling alas kerucut, yaitu $2\pi r$. Jadi, luas selimut kerucut sama dengan luas juring CDD' .

$$\frac{\text{Luas juring } CDD'}{\text{Luas lingkaran}} = \frac{\text{Panjang busur } DD'}{\text{Keliling lingkaran}}$$

$$\frac{\text{Luas juring } CDD'}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$



Gambar 2.8 : Jaring-jaring kerucut.

Solusi Matematika



Diketahui jari-jari alas sebuah kerucut 3,5 cm dan tingginya 12 cm. Jika digunakan $\pi = \frac{22}{7}$, luas sisi

kerucut tersebut adalah ...

- a. 132 cm
- b. 154 cm
- c. 176 cm
- d. 198 cm

Jawab:

$$r = 3,5 \text{ cm}$$

$$t = 12 \text{ cm}$$

$$s = \sqrt{t^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + 3,5^2}$$

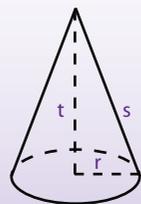
$$= 12,5$$

$$\text{Luas sisi kerucut} = \pi r (s + r)$$

$$= \frac{22}{7} \cdot 3,5 \cdot (12,5 + 3,5)$$

$$= 176 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas sisi kerucut tersebut adalah 176 cm².



Jawaban: c
Soal UAN, 2003

$$\begin{aligned} \text{Luas juring CDD}' &= \frac{2\pi r}{2\pi s} \cdot \pi s^2 \\ &= \pi r s \end{aligned}$$

Jadi, luas selimut kerucut = $\pi r s$.

Luas permukaan kerucut = luas selimut + luas alas

$$= \pi r s + \pi r^2$$

$$= \pi r (s + r)$$

Dengan demikian, pada kerucut berlaku rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Luas selimut kerucut} &= \pi r s \\ \text{Luas permukaan kerucut} &= \pi r (s + r) \end{aligned}$$

Contoh Soal 2.8

Diketahui jari-jari alas sebuah kerucut adalah 7 cm dan panjang garis pelukisnya 15 cm. Hitunglah luas permukaan kerucut tersebut.

Jawab :

Diketahui: $r = 7 \text{ cm}$

$$s = 15 \text{ cm}$$

Ditanyakan: luas permukaan kerucut

Penyelesaian:

Luas permukaan kerucut = $\pi r (s + r)$

$$= \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot (15 + 7) = 484 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas permukaan kerucut tersebut adalah 484 cm² ■

Contoh Soal 2.9

Jika diameter sebuah kerucut adalah 10 cm dan tingginya 12 cm, tentukan:

- a. panjang garis pelukis (s),
- b. luas selimut kerucut,
- c. luas permukaan kerucut.

Jawab:

Diketahui : $d = 10$ maka $r = 5 \text{ cm}$

$$t = 12 \text{ cm}$$

Ditanyakan : a. panjang garis pelukis (s)

b. luas selimut kerucut

c. luas permukaan kerucut

Penyelesaian:

$$\text{a. } s^2 = t^2 + r^2$$

$$= 12^2 + 5^2$$

$$= 144 + 25 = 169$$

$$s = \sqrt{169} = 13$$

Jadi, panjang garis pelukis kerucut tersebut adalah 13 cm.

b. Luas selimut kerucut = $\pi r s$

$$= 3,14 \cdot 5 \cdot 13 = 204,1$$

Jadi, luas selimut kerucut tersebut adalah 204,1 cm².

c. Luas permukaan kerucut = $\pi r (s + r)$

$$= 3,14 \cdot 5 \cdot (13 + 5) = 282,6$$

Jadi, luas permukaan kerucut tersebut adalah 282,6 cm² ■

Contoh Soal 2.10

Diketahui luas permukaan suatu kerucut adalah $376,8 \text{ dm}^2$. Jika jari-jari alasnya 6 dm , tentukan panjang garis pelukis kerucut tersebut.

Jawab:

Diketahui: luas permukaan kerucut = $376,8 \text{ dm}^2$

$$r = 6 \text{ dm}$$

Ditanyakan: panjang garis pelukis (s)

Penyelesaian:

Luas permukaan kerucut = $\pi r (s + r)$

$$376,8 = 3,14 \cdot 6 \cdot (s + 6)$$

$$376,8 = 18,84s + 113,04$$

$$s = \frac{376,8 - 113,04}{18,84} = 14$$

Jadi, panjang garis pelukis kerucut tersebut adalah 14 dm ■

Contoh Soal 2.11

Jika luas selimut suatu kerucut adalah $113,04 \text{ cm}^2$ dan jari-jarinya 4 cm , tentukan luas permukaan kerucut tersebut.

Jawab :

Diketahui: luas selimut kerucut = $113,04 \text{ cm}^2$

$$r = 4 \text{ cm}$$

Ditanyakan: luas permukaan kerucut

Penyelesaian:

Luas selimut = $\pi r s$

$$113,04 = 3,14 \cdot 4 \cdot s$$

$$= 12,56s$$

$$s = \frac{113,04}{12,56} = 9$$

Luas permukaan = $\pi r (s + r)$

$$= 3,14 \cdot 4 \cdot (9 + 4)$$

$$= 12,56 \cdot 13$$

$$= 163,28$$

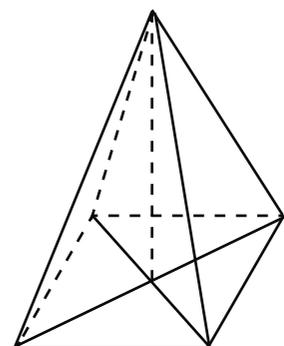
Jadi, luas permukaan kerucut tersebut adalah $163,28 \text{ cm}^2$ ■

3. Volume Kerucut

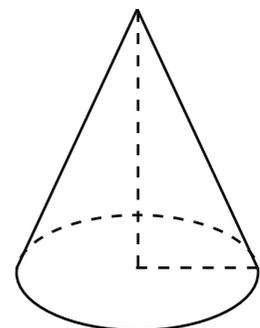
Perhatikan Gambar 2.9 . Dapatkah kamu menemukan persamaan antara gambar (a) dan gambar (b)? Pada dasarnya, kerucut merupakan limas karena memiliki titik puncak sehingga volume kerucut sama dengan volume limas, yaitu $\frac{1}{3}$ kali

luas alas kali tinggi. Oleh karena alas kerucut berbentuk lingkaran, volume kerucut dinyatakan oleh rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Volume kerucut} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 t \end{aligned}$$



(a)



(b)

Gambar 2.9 : Limas dan Kerucut

Contoh Soal 2.12

Hitunglah volume suatu kerucut yang memiliki jari-jari 2,5 dm dan tinggi 9 dm.

Jawab :

Diketahui: $r = 2,5$ dm

$t = 9$ dm

Ditanyakan: volume kerucut

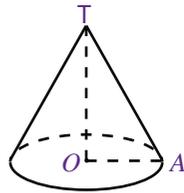
Penyelesaian:

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3}\pi r^2 t$$

$$= \left[\frac{1}{3}\right] \cdot 3,14 \cdot (2,5)^2 \cdot 9 = 58,875 \text{ dm}^3$$

Jadi, volume kerucut tersebut adalah 58,875 dm³ ■

Contoh Soal 2.13



Jika panjang $OA = 30$ mm dan $TA = 5$ cm, hitunglah volume kerucut di samping.

Jawab :

Diketahui : $OA = r = 30$ mm = 3 cm

$TA = s = 5$ cm

Ditanyakan : volume kerucut

Situs Matematika >>
www.mate-mati-kaku.com
www.krenllinst.org

Jawab:

$$\begin{aligned} t^2 &= s^2 - r^2 \\ &= 5^2 - 3^2 \\ &= 25 - 9 = 16 \end{aligned}$$

$$t = \sqrt{16} = 4$$

∴ Tinggi kerucut = 4 cm.

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3}\pi r^2 t$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot (3)^2 \cdot 4 = 37,68$$

Jadi, volume kerucut tersebut adalah 37,68 cm³ ■

Contoh Soal 2.14

Diketahui volume kerucut adalah 254,34 cm³. Jika jari-jarinya 4,5 cm, tentukan tinggi kerucut tersebut.

Jawab :

Diketahui: $V = 254,34$ cm³

$r = 4,5$ cm

Ditanyakan: tinggi kerucut (t)

Penyelesaian:

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 t$$

$$254,34 = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot (4,5)^2 \cdot t$$

$$254,34 = \frac{1}{3} \cdot 63,585 \cdot t$$

$$t = \frac{254,34 \times 3}{63,585} = 12$$

Jadi, tinggi kerucut tersebut adalah 12 cm ■

Contoh Soal 2.15

Diketahui jari-jari suatu kerucut adalah 9 dm. Tentukan volume kerucut tersebut jika luas permukaannya 678,24 dm².

Jawab :

Diketahui: $r = 9$ dm

luas permukaan = 678,24 dm²

Ditanyakan: volume kerucut

Penyelesaian:

Luas permukaan = $2r(s + t)$

$$678,24 = 3,14 \cdot 9 \cdot (s + 9)$$

$$= 28,26 \cdot (s + 9)$$

$$= 28,26 \cdot s + 254,34$$

$$28,26 \cdot s = 423,9$$

$$s = \frac{423,9}{28,26} = 15$$

Oleh karena garis pelukisnya 15 dm,

$$t^2 = s^2 - r^2$$

$$= 15^2 - 9^2$$

$$= 144$$

$$t = \sqrt{144} = 12$$

Dengan tinggi 12 dm maka

$$\text{Volume} = \frac{1}{3} 2r^2 t$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3,14(9)^2 \cdot 12$$

$$= 1.017,36$$

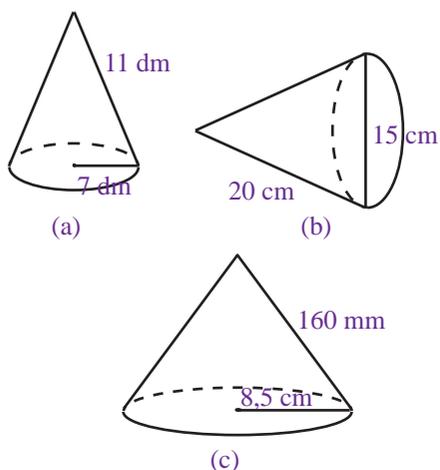
Jadi, volume kerucut tersebut adalah 1.017,36 dm³ ■

Uji Kompetensi 2.2

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Hitunglah luas selimut kerucut yang memiliki jari-jari 10 cm dan panjang garis pelukis 17 cm.
2. Diketahui luas selimut suatu kerucut adalah 220 dm². Jika panjang garis pelukisnya 14 dm, tentukan panjang jari-jari kerucut tersebut.
3. Jika jari-jari alas sebuah kerucut 6 dm dan tingginya 80 cm, hitunglah luas selimut dan luas permukaan kerucut tersebut.
4. Diketahui luas permukaan suatu kerucut 438,815 dm². Jika jari-jarinya 6,5 dm, tentukan luas selimut kerucut tersebut.
5. Tentukan luas selimut dan luas permukaan suatu kerucut yang memiliki jari-jari 5 cm dan tinggi 13 cm.

6. Hitunglah luas permukaan kerucut-kerucut berikut.



7. Suatu kerucut memiliki jari-jari 70 mm dan luas selimut 308 cm^2 . Tentukan luas permukaan kerucut tersebut ■

8. Hitunglah volume kerucut yang memiliki:

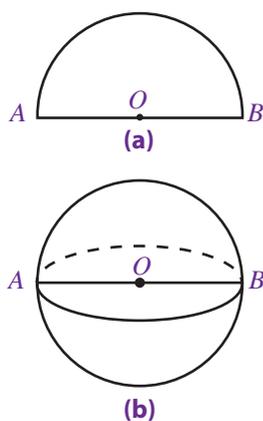
- $r = 8 \text{ cm}$ dan $t = 15 \text{ cm}$
- $r = 7 \text{ cm}$ dan $s = 25 \text{ cm}$
- $r = 10 \text{ cm}$ dan $t = 21 \text{ cm}$

9. Diketahui suatu kerucut memiliki jari-jari 5 cm dan tinggi 12 cm. Tentukan:

- luas selimut kerucut,
- luas permukaan kerucut,
- volume kerucut.

10. Suatu kerucut memiliki volume 1.884 dm^3 . Jika tingginya 8 dm, tentukan:

- panjang jari-jari alas kerucut,
- panjang garis pelukis,
- luas selimut kerucut,
- luas permukaan kerucut.



Gambar 2.10

Bangun setengah lingkaran dan Bola

C. Bola

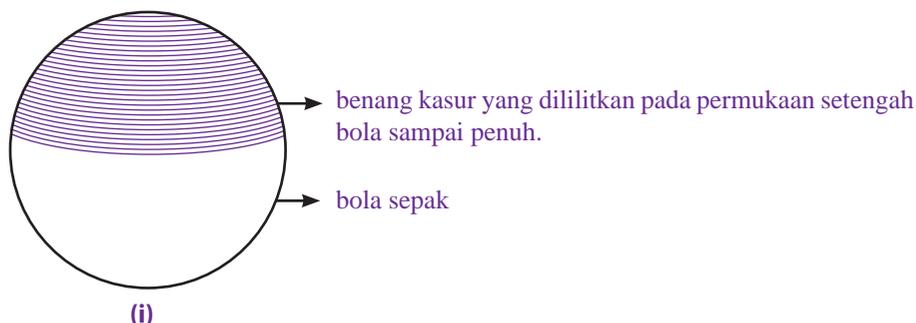
Bola merupakan bangun ruang sisi lengkung yang dibatasi oleh satu bidang lengkung. Bola dapat dibentuk dari bangun setengah lingkaran yang diputar sejauh 360° pada garis tengahnya. Perhatikan Gambar 2.10. Gambar (a) merupakan gambar setengah lingkaran. Jika bangun tersebut diputar 360° pada garis tengah AB, diperoleh bangun seperti pada gambar (b).

1. Luas Permukaan Bola

Untuk mengetahui luas permukaan bola, lakukanlah kegiatan berikut dengan kelompok belajarmu.

Kegiatan 2.1

- Sediakan sebuah bola berukuran sedang, misalnya bola sepak, benang kasur, karton, penggaris, dan pulpen.
- Ukurlah keliling bola tersebut menggunakan benang kasur.
- Lilitkan benang kasur pada permukaan setengah bola sampai penuh, seperti pada gambar (i).

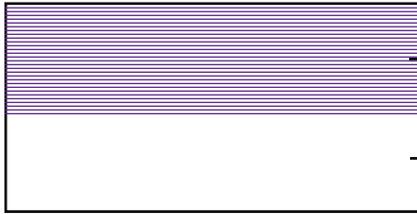


4. Buatlah persegi panjang dari kertas karton dengan ukuran panjang sama dengan keliling bola dan lebar sama dengan diameter bola seperti pada gambar (ii).



(ii)

5. Lilitkan benang yang tadi digunakan untuk melilit permukaan setengah bola pada persegi panjang yang kamu buat tadi. Lilitkan sampai habis.



benang kasar yang dililitkan

persegi panjang dari karton

6. Jika kamu melakukannya dengan benar, tampak bahwa benang dapat menutupi persegi panjang selebar jari-jari bola (r).
 7. Hitunglah luas persegi panjang yang telah ditutupi benang. Dapatkah kamu menemukan hubungannya dengan luas permukaan setengah bola?

Dari Kegiatan 2.1, jelaslah bahwa luas permukaan setengah bola sama dengan luas persegi panjang.

Luas permukaan setengah bola = luas persegi panjang

$$\begin{aligned}
 &= p \times l \\
 &= 2\pi r \times r \\
 &= 2\pi r^2
 \end{aligned}$$

sehingga

luas permukaan bola = $2 \times$ luas permukaan setengah bola

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times 2\pi r^2 \\
 &= 4\pi r^2
 \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan bola dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.

$$\text{Luas permukaan bola} = 4\pi r^2$$

Contoh Soal 2.16

Diketahui sebuah bola dengan jari-jari 7 dm. Tentukan luas permukaan bola tersebut.

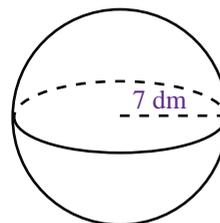
Jawab:

Diketahui: $r = 7$ dm

Ditanyakan: luas permukaan bola

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 \text{Luas permukaan bola} &= 4\pi r^2 \\
 &= 4 \cdot \frac{22}{7} \cdot (7)^2 = 616
 \end{aligned}$$



Jadi, luas permukaan bola tersebut adalah 616 dm² ■

Tugas 2.2

Amatilah Gambar 2.10 (b). Coba tuliskan unsur-unsur yang dimiliki bola pada buku latihanmu. Bacakan hasilnya di depan kelasmu.

Contoh Soal 2.17

Jika luas permukaan suatu bola 154 cm^2 , tentukan panjang jari-jari bola tersebut.

Jawab:

Diketahui : luas permukaan bola = 154 cm^2

Ditanyakan : panjang jari-jari (r)

Penyelesaian:

Luas permukaan bola = $4\pi r^2$

$$154 = 4 \cdot \frac{22}{7} \cdot r^2$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{88} = 12,25$$

$$r = \sqrt{12,25} = 3,5$$

Jadi, panjang jari-jari bola tersebut adalah $3,5 \text{ cm}$ ■

Contoh Soal 2.18

Tentukan luas permukaan sebuah bola yang berdiameter 56 mm .

Jawab :

Diketahui: $d = 56 \text{ mm}$

$$r = \left[\frac{56}{2} \right] \text{ mm} = 28 \text{ mm}$$

Ditanyakan: luas permukaan bola

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan bola} &= 4\pi r^2 \\ &= 4 \cdot 3,14 \cdot (28)^2 \\ &= 9.807,04 \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan bola tersebut adalah $9.807,04 \text{ cm}^2$ ■

Contoh Soal 2.19

Sebuah bangun berbentuk belahan bola padat memiliki jari-jari 10 cm . Tentukan luas permukaan bangun tersebut.

Jawab :

Diketahui: belahan bola padat berbentuk $\frac{1}{2}$ bola dengan $r = 10 \text{ cm}$.

Ditanyakan: luas permukaan belahan bola padat

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan belahan bola padat} &= \text{luas permukaan } \frac{1}{2} \text{ bola} + \text{luas lingkaran} \\ &= \frac{1}{2} (4\pi r^2) + ? r^2 \\ &= 2\pi r^2 + ? r^2 \\ &= 3\pi r^2 \\ &= 3 \cdot 3,14 \cdot (10)^2 \\ &= 942 \end{aligned}$$

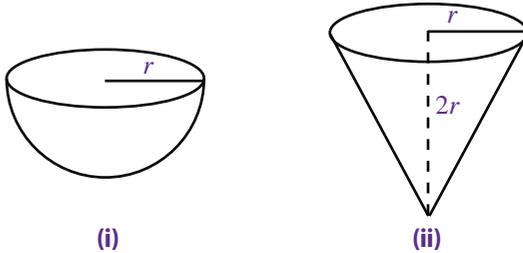
Jadi, luas permukaan bangun tersebut adalah 942 cm^2 ■

2. Volume Bola

Untuk mengetahui rumus volume bola, lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 2.2

1. Siapkan sebuah wadah yang berbentuk setengah bola berjari-jari r (wadah (i)) dan sebuah wadah yang berbentuk kerucut berjari-jari r dan tingginya $2r$ (wadah (ii)).



2. Isikan pasir ke wadah (ii) sampai penuh.
3. Pindahkan pasir di dalam wadah (ii) ke wadah (i). Apakah yang terjadi?

Dari kegiatan di atas, dapat dilihat bahwa volume pasir yang dituangkan ke dalam wadah setengah bola tidak berubah. Ini berarti, untuk bangun setengah bola, dan kerucut yang berjari-jari sama, dan tinggi kerucut sama dengan dua kali jari-jarinya maka :

volume setengah bola = volume kerucut

$$\frac{1}{2} \text{ volume bola} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

$$\text{volume bola} = \frac{2}{3} \pi r^2 (2r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Jadi, volume bola dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Contoh Soal 2.20

Hitunglah volume bola yang memiliki jari-jari 9 cm.

Jawab:

Diketahui: $r = 9$ cm

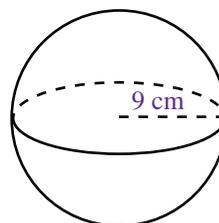
Ditanyakan: volume bola

Penyelesaian:

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (9)^3 = 3.052,08$$

Jadi, volume bola tersebut adalah 3.052,08 cm³ ■



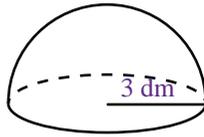


Sumber: www.defiant.corban.edu

Gunung es adalah suatu bongkahan es air tawar yang telah terpecah dari gletser dan mengambang di perairan terbuka. Pada umumnya, sekitar 90% volume gunung es berada di bawah permukaan laut.

Sumber: www.id.wikipedia.org

Contoh Soal 2.21



Hitunglah volume bangun di samping.

Jawab:

Diketahui : $r = 3$ dm

Ditanyakan : Volume setengah bola

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Volume setengah bola} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \cdot 3,14 \cdot (3)^3 = 56,52 \end{aligned}$$

Jadi, volume bangun tersebut adalah 56,52 dm³ ■

Contoh Soal 2.22

Diketahui volume sebuah bola adalah 38.808 cm³. Tentukan diameter bola tersebut.

Jawab :

Diketahui: volume = 38.808 cm³

Ditanyakan: diameter (d)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ 38.808 &= \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot r^3 \\ &= \frac{88}{21} \cdot r^3 \\ r^3 &= 38.808 \times \frac{21}{88} \\ &= 9.261 \\ r &= \sqrt[3]{9.261} = 21 \end{aligned}$$

Oleh karena panjang diameter adalah dua kali panjang jari-jarinya, $d = 2r = 2 \cdot 21 = 42$.

Jadi, diameter bola tersebut adalah 42 cm ■

Contoh Soal 2.23

Diketahui volume udara yang dimasukkan ke dalam sebuah bola sepak plastik adalah 4.846,59 cm³. Tentukan panjang jari-jari bola sepak tersebut.

Jawab:

Diketahui: volume udara = volume bola = 4.846,59 cm³.

Ditanyakan: panjang jari-jari bola (r)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Volume bola} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ 4.846,59 &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot r^3 \end{aligned}$$

$$r^3 = \frac{4.846,59 \times 3}{4 \times 3,14} = 1.157,625$$

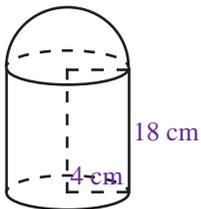
$$r = \sqrt[3]{1.157,625} = 10,5$$

Jadi, panjang jari-jari bola sepak tersebut adalah 10,5 cm ■

Uji Kompetensi 2.3

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Diketahui sebuah bola memiliki panjang jari-jari 5 cm. Hitunglah luas permukaan bola tersebut.
- Hitunglah luas permukaan setengah bola padat yang berjari-jari 14 mm.
- Suatu bola memiliki luas permukaan 803,84 cm². Tentukan panjang jari-jari bola tersebut.
- Dua bola jari-jarinya masing-masing adalah r_1 dan r_2 . Adapun luas permukaannya masing-masing L_1 dan L_2 . Jika $r_2 = 3r_1$, tentukan perbandingan $L_1 : L_2$.
- Perhatikan gambar berikut.

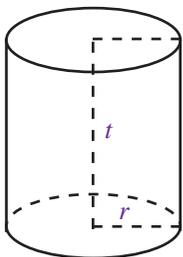


Hitunglah luas permukaan bangun tersebut.

- Tentukan volume bola yang memiliki:
 - $r = 5$ cm
 - $r = 4,2$ dm
 - $d = 12$ cm
- Hitunglah volume sebuah bola yang memiliki jari-jari 3 dm.
- Diketahui volume sebuah bola adalah 381,51 cm³. Tentukan panjang jari-jari bola tersebut.
- Diketahui volume sebuah kerucut sama dengan volume sebuah bola. Jika jari-jari alas kerucut sama dengan jari-jari bola, yaitu r , nyatakan tinggi kerucut dalam r .
- Sebuah bola dimasukkan ke dalam tabung. Jika diameter bola sama dengan diameter tabung, yaitu 12 cm, dan tinggi tabung sama dengan 20 cm, tentukan volume tabung di luar bola.

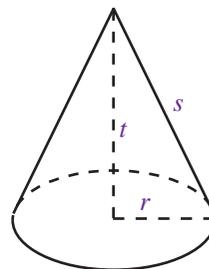
Rangkuman

- Yang termasuk bangun ruang sisi lengkung adalah tabung, kerucut, dan bola.
- Pada sebuah tabung, berlaku rumus-rumus:



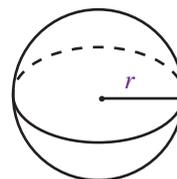
$$\begin{aligned} \text{Luas selimut} &= 2\pi r t \\ \text{Luas permukaan} &= 2\pi r (r + t) \\ \text{Volume} &= \pi r^2 t \end{aligned}$$

- Pada sebuah kerucut, berlaku rumus-rumus:



$$\begin{aligned} \text{Luas selimut} &= \pi r s \\ \text{Luas permukaan} &= \pi r (r + s) \\ \text{Volume} &= \frac{1}{3} \pi r^2 t \end{aligned}$$

- Pada sebuah bola, berlaku rumus-rumus:

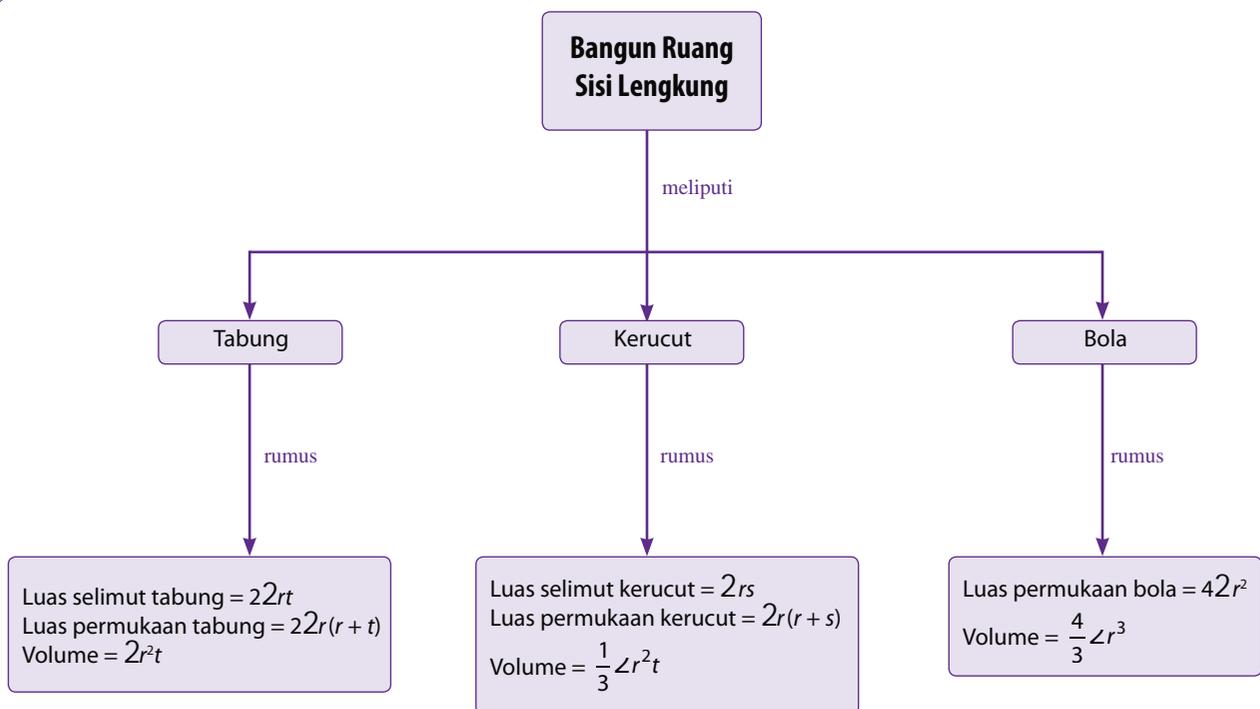


$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan} &= 4\pi r^2 \\ \text{Volume} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \end{aligned}$$

Refleksi

- Pada bab Bangun Ruang Sisi Lengkung ini, materi apa sajakah yang belum kamu pahami dan sudah kamu pahami dengan baik?
- Pada bab ini, menurutmu bagian mana yang paling menarik untuk dipelajari? Mengapa?
- Kesan apa yang kamu dapat setelah mempelajari bab ini?

Peta Konsep

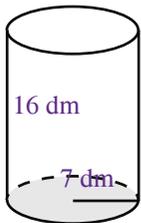


Uji Kompetensi Bab 2

A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

- Yang tidak termasuk bangun ruang sisi lengkung adalah
 - kerucut
 - tabung
 - balok
 - bola
- Selimit tabung berbentuk
 - juring lingkaran
 - persegi panjang
 - segitiga
 - lingkaran
- Sebuah tabung jari-jarinya 3,5 cm dan tingginya 10 cm. Luas selimit tabung tersebut adalah
 - 2.200 cm²
 - 220 cm²
 - 219,8 cm²
 - 2.198 cm²
- Diketahui diameter sebuah tabung 8 cm. Jika tingginya 16 cm, luas permukaan tabung tersebut adalah
 - 251,2 cm²
 - 160 cm²
 - 125,6 cm²
 - 502,4 cm²

5.

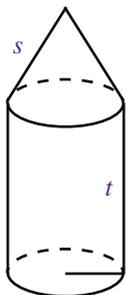


Gambar di samping menunjukkan sebuah tabung tanpa tutup. Luas permukaan tabung tersebut adalah

- 154 dm²
 - 704 dm²
 - 858 dm²
 - 975 dm²
- Diketahui luas permukaan tabung 2.992 dm². Jika jari-jari alasnya 14 dm, tinggi tabung tersebut adalah
 - 7 dm
 - 14 dm
 - 20 dm
 - 22 dm
 - Volume tabung yang jari-jarinya 6,5 cm dan tingginya 15 cm adalah
 - 1.897,691 cm³
 - 1.835,433 cm³
 - 1.995,866 cm³
 - 1.899,975 cm³

- Sebuah tangki minyak berbentuk tabung berisi minyak sebanyak 183,69 liter. Jika jari-jari tangki tersebut adalah 30 cm, tingginya adalah
 - 3,5 dm
 - 4,5 dm
 - 5,5 dm
 - 6,5 dm
- Luas selimit suatu kerucut 353,25 cm. Jika jari-jari alas kerucut tersebut 7,5 cm, luas permukaan kerucut tersebut adalah
 - 529,875 cm²
 - 451,777 cm²
 - 397,256 cm²
 - 354,106 cm²
- Jika d adalah diameter alas kerucut dan t adalah tinggi kerucut, luas permukaan kerucut dinyatakan dengan rumus
 - $\pi d (d + s)$
 - $\frac{1}{2} \pi d \left(\frac{1}{2} d + s \right)$
 - $\frac{1}{4} \pi d \left(d + \frac{1}{4} s \right)$
 - $\frac{1}{2} \pi d \left(\frac{1}{4} d + s \right)$
- Sebuah kerucut memiliki jari-jari alas 4 cm dan tinggi 12 cm. Volume kerucut tersebut adalah
 - 200,96 cm³
 - 150,75 cm³
 - 301,44 cm³
 - 602,88 cm³
- Volume sebuah kerucut adalah 588,75 mm³. Jika jari-jarinya 7,5 mm, tingginya adalah
 - 6 mm
 - 8 mm
 - 10 mm
 - 12 mm
- Perbandingan volume dua kerucut yang jari-jarinya 3 cm dan 9 cm adalah
 - 3 : 4
 - 2 : 5
 - 1 : 7
 - 1 : 9
- Sebuah tempat es krim yang berbentuk kerucut memiliki diameter 5 cm dan tinggi 12 cm. Banyak es krim yang diperlukan untuk mengisi tempat tersebut sampai penuh adalah
 - 60 cm³
 - 314 cm³
 - 471 cm³
 - 942 cm³

15. Perhatikan gambar berikut.



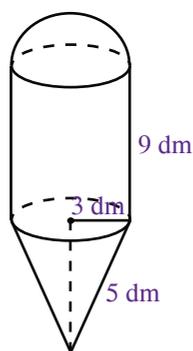
Luas permukaan benda tersebut adalah

- a. $\pi rs + 4\pi r + \pi r^2$
- b. $\pi r (s + 2t + r)$
- c. $\pi r (s + 4t + r)$
- d. $\pi rs + 2\pi rt + \pi r^2$

16. Luas permukaan bola yang berjari-jari 4 cm adalah

- a. 96,375 cm²
- b. 100,43 cm²
- c. 200,96 cm²
- d. 213,01 cm²

17. Perhatikan gambar berikut.



Luas permukaan bangun tersebut adalah

- a. 47,1 dm²
- b. 56,52 dm²
- c. 169,56 dm²
- d. 273,18 dm²

18. Diketahui bangun setengah bola padat memiliki jari-jari 10 cm. Luas permukaan bangun tersebut adalah ...

- a. 942 cm²
- b. 853 cm²
- c. 628 cm²
- d. 314 cm²

19. Diketahui volume sebuah bola adalah 36π m³. Luas permukaan bola tersebut adalah ...

- a. 9π m²
- b. 18π m²
- c. 36π m²
- d. 72π m²

20. Volume bola terbesar yang dapat dimasukkan ke dalam kubus dengan panjang rusuk 12 cm adalah ...

- a. 904,32 cm³
- b. 343,89 cm³
- c. 673,11 cm³
- d. 510,88 cm³

B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Diketahui volume sebuah tabung 196,25 cm³. Jika tingginya 10 cm, tentukan:
 - a. panjang jari-jari kerucut,
 - b. luas selimut kerucut,
 - c. luas permukaan kerucut.
2. Sebuah bak air yang berbentuk tabung dengan jari-jari lingkaran alas 1 m dan tinggi 1 m akan diisi penuh dengan air. Jika setiap $\frac{1}{2}$ menit air yang diisikan adalah $\frac{1}{2}$ liter, tentukan:
 - a. volume bak air dalam liter,
 - b. waktu yang diperlukan untuk mengisi bak air itu sampai penuh (dalam jam).
3. Luas selimut suatu kerucut 1.177,5 cm² dan jari-jarinya 15 cm. Tentukan:
 - a. panjang garis pelukis,
 - b. luas permukaan kerucut.
4. Diketahui jari-jari alas kerucut 7 cm dan tingginya 9 cm.
 - a. Sketsalah gambar kerucut dengan ukurannya.
 - b. Hitunglah volume kerucut tersebut dengan langkah langkahnya.
5. Sebuah bola berdiameter 7 dm. Tentukan:
 - a. luas permukaan bola,
 - b. volume bola.

Bab 3



Sumber: Dokumentasi Penulis

Statistika

Di Sekolah Dasar, kamu telah mempelajari Statistika, di antaranya cara menyajikan data dalam bentuk diagram dan menghitung rata-rata dari sekelompok data. Pada bagian ini, materi tersebut akan dikembangkan sampai dengan ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran data.

Lima orang siswa ditanya mengenai waktu belajar di rumah setiap harinya, hasilnya ditampilkan pada tabel berikut.

| Nama | Waktu (menit) |
|-------|---------------|
| Hanif | 30 |
| Erika | 60 |
| Maria | 60 |
| Cucu | 75 |
| Yadi | 30 |

Dari tabel tersebut, dapatkah kamu menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut?

- Siapakah yang waktu belajarnya paling lama?
- Berapa menit rata-rata kelima siswa tersebut belajar di rumah setiap harinya?
- Berapa menit jangkauannya?

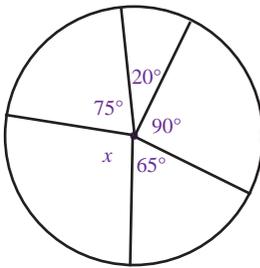
Untuk menjawabnya, pelajari bab ini dengan baik.

- Penyajian Data
- Ukuran Pemusatan Data
- Ukuran Penyebaran Data



Uji Kompetensi Awal

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakan soal-soal berikut.

- Tentukan nilai terkecil dan nilai terbesar dari bilangan-bilangan berikut.
 - 3, 2, 5, 2, 1, 6, 7, 9, 8, 5, 5
 - 23, 30, 35, 36, 25, 27, 35, 28, 27
- Urutkan mulai dari yang terbesar.
 - 8, 9, 3, 5, 4, 7, 8, 8, 9, 9, 5
 - 53, 25, 29, 43, 20, 11, 49, 38
- Hitunglah:
 - $\frac{1}{8} \times 360^\circ$
 - $\frac{2}{3} \times 360^\circ$
- Hitunglah:
 - $\frac{5 + 8 + 7 + 9 + 7 + 7 + 6}{7}$
 - $\frac{(2 \times 3) + (6 \times 4) + (2 \times 5)}{8}$
- 

Tentukan nilai x .

A. Penyajian Data

1. Pengertian Data dan Statistika

Statistika sangat erat kaitannya dengan data. Oleh karena itu, sebelum membahas mengenai statistika, akan dijelaskan terlebih dahulu mengenai data.

Data merupakan kumpulan datum, di mana **datum** merupakan fakta tunggal. Untuk lebih jelasnya, pelajari uraian berikut.

Ibu guru meminta Ratna untuk mengukur tinggi badan lima siswa Kelas XI A secara acak. Hasilnya adalah sebagai berikut.

Tabel 3.1 Daftar tinggi badan lima siswa Kelas IX A

| Nama | Dwi | Willi | Nita | Wulan | Dani |
|-------------|-----|-------|------|-------|------|
| Tinggi (cm) | 155 | 160 | 158 | 160 | 165 |

Perhatikan Tabel 3.1. Bilangan 155 cm merupakan tinggi badan seorang siswa. Fakta tunggal ini dinamakan **datum**. Adapun hasil seluruh pengukuran terhadap lima orang siswa disebut **data**.

Berdasarkan data yang diperoleh pada Tabel 3.1, Ratna menyimpulkan bahwa dari kelima siswa tersebut,

- siswa yang paling tinggi badannya adalah Dani,
- siswa yang paling pendek badannya adalah Dwi, dan
- tinggi badan Willi dan Wulan sama.

Ketika Ratna menarik kesimpulan di atas, sebenarnya ia telah menggunakan statistika. **Statistika** adalah ilmu yang berhubungan dengan pengumpulan data, perhitungan atau pengolahan data, serta penarikan kesimpulan berdasarkan data yang diperoleh.

Berdasarkan jenisnya, data dibedakan menjadi 2 macam, yaitu:

- Data Kuantitatif, yaitu data yang berupa bilangan dan nilainya bisa berubah-ubah.

Contoh: Jumlah siswa Kelas IX SMP Tunas Harapan sebanyak 650 siswa.

Tugas 3.1

Tuliskan olehmu, langkah-langkah kegiatan yang dilakukan Ratna ketika melakukan

- pengumpulan data,
 - pengolahan data, dan
 - penarikan kesimpulan.
- Bacakan hasilnya di depan kelasmu.

Statistika telah digunakan ribuan tahun yang lalu. Statistika awal, seperti sensus bangsa Babilonia kuno, Mesir kuno, dan Cina kuno, digunakan untuk menghitung jumlah populasi untuk tujuan pemungutan pajak. Sejak awal abad ke-15 sampai sekarang, ahli-ahli statistika mulai menyadari bahwa statistika bisa digunakan dalam bidang yang lebih luas, seperti industri, kedokteran, genetika, dan lain-lain.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*, 2002

b. Data Kualitatif, yaitu data yang menggambarkan keadaan objek yang dimaksud.

Contoh : Selain ramah, Andri juga pintar.

2. Populasi dan Sampel

Untuk menarik kesimpulan, kadang-kadang tidak diambil berdasarkan keseluruhan data. Misalnya, seorang peneliti ingin menguji kandungan air di sebuah sungai sehingga air tersebut layak diminum atau tidak. Untuk mengetahuinya, tentu tidak praktis untuk menguji semua air yang ada di sungai tersebut. Peneliti tersebut cukup mengambil satu gelas air sungai untuk diuji. Pada kasus ini, seluruh air tersebut dinamakan **populasi**, sedangkan satu gelas air untuk diuji dinamakan **sampel**

Contoh Soal 3.1

Tentukan populasi dan sampel yang mungkin jika seseorang ingin mengetahui tingkat penghasilan setiap kepala keluarga di suatu kelurahan.

Jawab:

Seluruh kepala keluarga yang ada di kelurahan tersebut merupakan populasi. Adapun beberapa kepala keluarga yang ditanya di kelurahan tersebut merupakan sampel ■

3. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel

Untuk memudahkan membaca data, biasanya data disajikan dalam bentuk tabel atau diagram. Pada bagian ini, akan dibahas penyajian data dalam bentuk tabel.

Diketahui data nilai ulangan Matematika 30 siswa Kelas IX A sebagai berikut.

6 8 7 6 6 5 7 8 8 5
 9 9 8 6 7 7 7 6 8 7
 10 8 8 6 6 5 9 9 7 6

Dapatkah kamu membaca data tersebut? Tentu saja dapat, meskipun untuk membacanya memerlukan waktu yang cukup lama. Jika data tersebut disajikan dalam tabel distribusi frekuensi, hasilnya akan tampak sebagai berikut.

Tabel 3.2 Tabel distribusi frekuensi nilai ulangan Matematika 30 siswa Kelas IX A

| Nilai | Turus | Jumlah Siswa |
|--------|-------|--------------|
| 5 | III | 3 |
| 6 | IIII | 8 |
| 7 | IIII | 7 |
| 8 | IIII | 7 |
| 9 | IIII | 4 |
| 10 | I | 1 |
| Jumlah | | 30 |

Sekarang, coba kamu baca data yang telah disajikan dalam bentuk tabel distribusi frekuensi, kemudian bandingkan, manakah yang lebih mudah untuk dibaca?

Contoh Soal 3.2

Diketahui data berat badan (dalam kg) 30 balita di sebuah kelurahan adalah sebagai berikut.

30 30 28 27 25 29 30 25 28 30
 27 25 30 26 29 29 27 25 27 26
 26 25 28 30 27 27 30 30 26 26

Sajikan data tersebut dalam bentuk tabel distribusi frekuensi.

Jawab:

Situs Matematika 

www.library.gunadarma.ac.id
www.mathworld.wolfram.com

| Berat Badan (kg) | Turus | Frekuensi |
|------------------|-------|-----------|
| 25 | | 5 |
| 26 | | 5 |
| 27 | | 6 |
| 28 | | 3 |
| 29 | | 3 |
| 30 | | 8 |
| Jumlah | | 30 |

4. Penyajian Data dalam Bentuk Diagram

a. Diagram Gambar

Diagram gambar atau **piktogram** adalah bagan yang menampilkan data dalam bentuk gambar. Menyajikan data dalam bentuk piktogram merupakan cara yang paling sederhana.

Contoh Soal 3.3

Jumlah penduduk di suatu kecamatan adalah sebagai berikut.

Kelurahan A sebanyak 800 orang.

Kelurahan B sebanyak 650 orang.

Kelurahan C sebanyak 700 orang.

Sajikan data tersebut dalam bentuk piktogram.

Jawab:

| Kelurahan | Jumlah Penduduk ( = 100 orang) |
|-----------|--|
| A |  |
| B |  |
| C |  |

Pada dasarnya, penyajian data dalam bentuk piktogram memang menarik. Akan tetapi, penggunaan piktogram sangatlah terbatas. Misalnya pada Contoh Soal 3.3, bagaimanakah cara menggambarkan piktogram kelurahan D yang memiliki penduduk sebanyak 627 orang? Dapatkah kamu menggambarannya?

b. Diagram Batang

Diagram batang biasanya digunakan untuk menyajikan data dalam bentuk kategori. Untuk menggambar diagram batang, diperlukan sumbu datar dan sumbu tegak yang saling berpotongan. Terdapat dua macam diagram batang, yaitu diagram batang vertikal dan diagram batang horizontal.

Contoh Soal 3.4

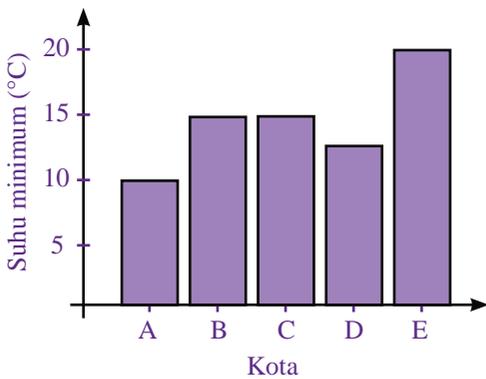
Diketahui data suhu minimum dan suhu maksimum di kota A, B, C, D, dan E sebagai berikut.

| Kota | A | B | C | D | E |
|--------------------|----|----|----|----|----|
| Suhu Minimum (°C) | 10 | 15 | 15 | 12 | 20 |
| Suhu Maksimum (°C) | 25 | 30 | 32 | 27 | 35 |

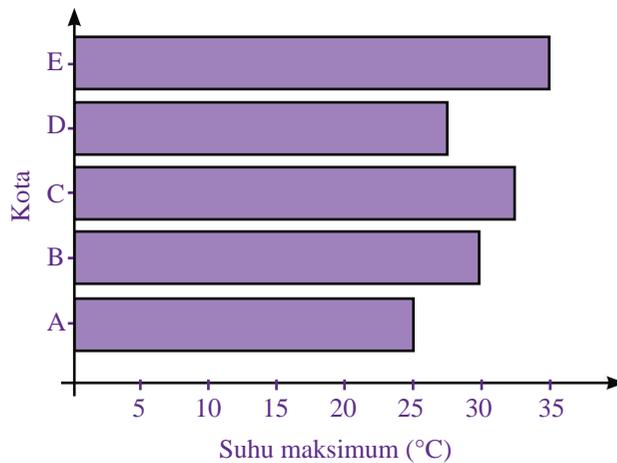
Sajikan data suhu minimum dalam diagram batang vertikal dan suhu maksimum dalam diagram batang horizontal.

Jawab:

a. Diagram Batang Vertikal



b. Diagram Batang Horizontal



c. Diagram Garis

Diagram garis biasanya digunakan untuk menyajikan data yang berkesinambungan dan berkala. Seperti pada diagram batang, untuk menggambar diagram garis, diperlukan sumbu datar dan sumbu tegak yang saling berpotongan.

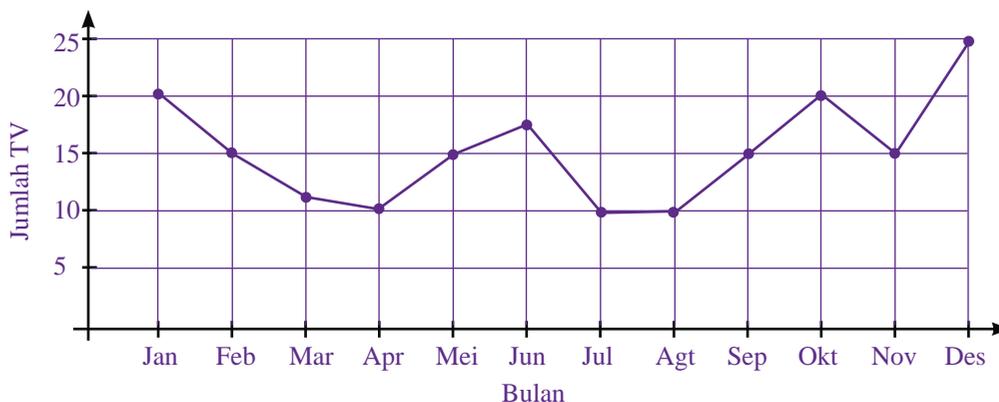
Contoh Soal 3.5

Diketahui data jumlah TV berwarna yang terjual di toko elektronik Maju Bersama setiap bulannya pada tahun 2006 adalah sebagai berikut.

| Bulan | Jan | Feb | Mar | Apr | Mei | Jun | Jul | Agt | Sept | Okt | Nov | Des |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| Jumlah TV | 20 | 15 | 12 | 10 | 15 | 17 | 10 | 10 | 15 | 20 | 15 | 25 |

Sajikan data tersebut dalam bentuk diagram garis.

Jawab:



Tugas 3.2

Carilah informasi bagaimana menyajikan diagram lingkaran dalam persen (%). Kemudian, sajikan data pada Contoh Soal 3.6 dalam bentuk diagram lingkaran dalam persen (%) ■

Solusi

Matematika

Diagram di bawah ini menggambarkan hobi 40 siswa di suatu sekolah.



Banyak siswa yang hobi sepakbola adalah

- a. 4 orang
- b. 6 orang
- c. 8 orang
- d. 14 orang

Jawab:

Jumlah siswa = 40 siswa.
 Besar sudut untuk siswa yang gemar sepakbola adalah
 $360^\circ - (36^\circ + 72^\circ + 126^\circ + 72^\circ) = 54^\circ$.

Jadi, banyaknya siswa yang hobi sepakbola adalah

$$\frac{54^\circ}{360^\circ} \times 40 \text{ siswa} = 6 \text{ siswa.}$$

Jawaban: b
 Soal UN, 2007

d. Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran biasanya digunakan untuk menunjukkan perbandingan suatu data terhadap keseluruhan. Biasanya, besar daerah pada lingkaran dinyatakan dalam persen (%) atau derajat ($^\circ$). Untuk diagram lingkaran yang dinyatakan dalam derajat, kamu harus membagi lingkaran menjadi juring-juring atau sektor-sektor. Untuk lebih jelasnya, pelajailah contoh soal berikut.

Contoh Soal 3.6

Diketahui data warna yang disukai 40 anak usia 12 sampai dengan 15 tahun sebagai berikut.

| Warna | Frekuensi |
|------------|-----------|
| Putih | 10 |
| Merah muda | 4 |
| Merah | 8 |
| Biru | 8 |
| Kuning | 5 |
| Hijau | 5 |

Sajikan data tersebut dalam bentuk diagram lingkaran.

Jawab:

Sebelum menyajikan data tersebut dalam bentuk diagram lingkaran, tentukan besar sudut pusat juring untuk setiap warna.

$$\text{Putih} = \frac{10}{40} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$\text{Biru} = \frac{8}{40} \times 360^\circ = 72^\circ$$

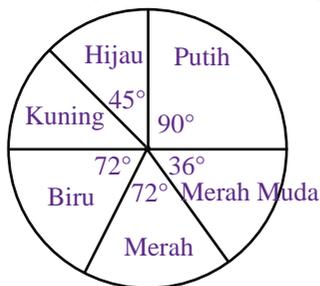
$$\text{Merah muda} = \frac{4}{40} \times 360^\circ = 36^\circ$$

$$\text{Kuning} = \frac{5}{40} \times 360^\circ = 45^\circ$$

$$\text{Merah} = \frac{8}{40} \times 360^\circ = 72^\circ$$

$$\text{Hijau} = \frac{5}{40} \times 360^\circ = 45^\circ$$

Diagram lingkaran adalah sebagai berikut.



Tugas 3.3

Bersama kelompok belajarmu, carilah contoh lain penggunaan diagram batang, garis, dan lingkaran dalam kehidupan sehari-hari. Kamu dapat mencarinya di koran atau majalah. Kemudian, ceritakan data yang diwakili diagram-diagram tersebut di depan kelas ■

Uji Kompetensi 3.1

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Tentukan populasi dan sampel yang mungkin dari pernyataan-pernyataan berikut ini.
 - Petugas puskesmas ingin mengetahui tingkat kesehatan balita di suatu kelurahan.
 - Ibu mencicipi sayur sop untuk mengetahui rasanya.
- Buatlah masing-masing tiga contoh populasi dan sampelnya.
- Diketahui nilai tes IPA 20 siswa sebagai berikut.
78 53 60 65 88 78 60 50 77 53
55 80 85 85 85 70 70 65 53 78

Tentukan datum terkecil dan datum terbesar dari data tersebut.

- Berikut adalah tabel jenis olahraga yang disukai oleh siswa Kelas IX A.

| Jenis Olahraga | Jumlah Siswa |
|----------------|--------------|
| Sepakbola | 30 |
| Bulutangkis | 25 |
| Kasti | 10 |
| Basket | 20 |
| Voli | 15 |

Sajikan data tersebut dalam bentuk piktogram.

- Banyak anak yang dimiliki setiap keluarga di suatu daerah adalah sebagai berikut.

4, 3, 4, 0, 0, 1, 2, 4, 5, 3, 2, 3, 5, 2, 2, 2, 1, 0, 0

Sajikan data tersebut dalam bentuk tabel distribusi frekuensi, kemudian tentukan:

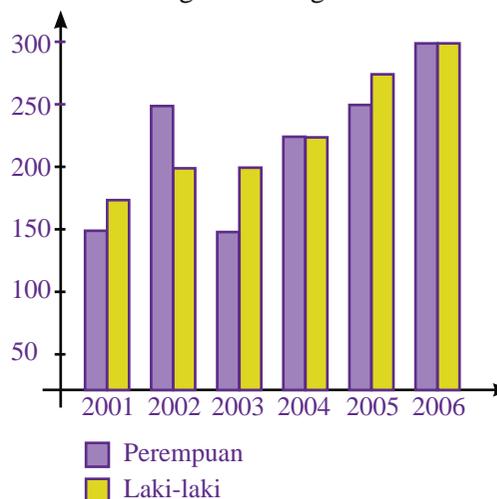
- banyak keluarga yang disurvei.
 - banyak keluarga yang tidak memiliki anak.
- Misalkan, data mengenai jumlah siswa SD, SMP, SMA, dan Perguruan Tinggi di suatu kota pada tahun 2006 berturut-turut adalah 14.600 orang, 12.800 orang, 9.500 orang, dan 6.700 orang. Buatlah diagram batang dari data tersebut.

- Banyaknya buku yang terjual di toko buku Gemar Membaca selama satu minggu adalah sebagai berikut.

| Hari | Jumlah Buku |
|--------|-------------|
| Senin | 40 |
| Selasa | 25 |
| Rabu | 35 |
| Kamis | 40 |
| Jumat | 30 |
| Sabtu | 50 |
| Minggu | 55 |

Buatlah diagram garis dari data tersebut.

- Perhatikan diagram batang berikut.



- Buatlah judul yang sesuai dengan diagram batang tersebut.
- Pada tahun berapa terjadi kenaikan jumlah perempuan dan laki-laki terbesar ?
- Pada tahun berapa terjadi penurunan jumlah perempuan dan laki-laki terbesar ?

9. Diketahui data cara 100 siswa Kelas IX pergi ke sekolah.
10. Perhatikan diagram lingkaran berikut.

| Jenis Kendaraan | Jumlah Siswa |
|-----------------|--------------|
| Jalan kaki | 20 |
| Bis | 15 |
| Angkutan umum | 25 |
| Sepeda | 30 |
| Jemputan | 10 |

Buatlah diagram lingkaran dari data tersebut.

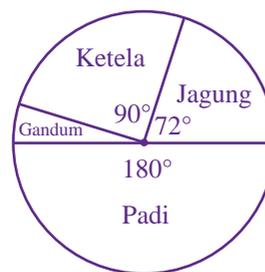


Diagram lingkaran tersebut menunjukkan banyaknya hasil pertanian (dalam ton) di suatu daerah. Jika hasil pertanian di daerah tersebut 40 ton, tentukan jumlah hasil panen padi, jagung, gandum, dan ketela.

B. Ukuran Pemusatan Data

1. Mean

Salah satu ukuran pemusatan data adalah mean atau rata-rata. Mean suatu data adalah jumlah seluruh datum dibagi oleh banyaknya datum. Mean dilambangkan dengan huruf kecil dengan garis di atasnya. Misalnya \bar{n} , \bar{x} , atau \bar{y} . Akan tetapi, biasanya mean dilambangkan dengan \bar{x} (dibaca eks bar).

Jika suatu data terdiri atas n datum, yaitu x_1, x_2, \dots, x_n , mean dari data tersebut dirumuskan sebagai berikut.

$$\text{Mean } (\bar{x}) = \frac{\text{Jumlah datum}}{\text{Banyak datum}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Contoh Soal 3.7

Nilai delapan kali ulangan Matematika Dina adalah sebagai berikut.
8, 8, 6, 7, 6, 7, 9, 9

Tentukan mean dari data tersebut.

Jawab:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\text{jumlah datum}}{\text{banyak datum}} = \frac{8 + 8 + 6 + 7 + 6 + 7 + 9 + 9}{8} \\ &= \frac{60}{8} = 7,5 \end{aligned}$$

Jadi, mean dari data tersebut adalah 7,5 ■

Contoh Soal 3.8

Rata-rata nilai ulangan Geografi 10 orang siswa adalah 7,0. Jika nilai Rino dimasukkan, nilai rata-rata tersebut berubah menjadi 6,8. Tentukan nilai ulangan Geografi Rino.

Jawab:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$7,0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} \text{ maka } x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 70$$

Sudut Tekno

1+2

Perhitungan mean dapat dilakukan dengan kalkulator scientific.

Misalnya, diketahui data sebagai berikut.

6, 7, 6, 8, 5, 7

Untuk menghitung

mean dari data tersebut, sebelumnya kamu harus menset kalkulator tersebut pada fungsi statistika, yaitu dengan menekan tombol

MODE 3. Kemudian, tekan tombol SHIFT KAC

6 DATA 7 DATA 6

DATA 8 DATA 5 DATA

7 DATA. Kemudian, untuk

menentukan meannya, tekan tombol SHIFT \bar{x} . Hasilnya pada layar adalah 6,5.

Jika nilai Rino ($x_{n+1} = x_{11}$) dimasukkan,

$$6,8 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10} + x_{11}}{11} \text{ maka } 6,8 = \frac{70 + x_{11}}{11}$$

$$\begin{aligned} 74,8 &= 70 + x_{11} \\ x_{11} &= 74,8 - 70 \\ &= 4,8 \end{aligned}$$

Jadi, nilai ulangan Geografi Rino adalah 4,8 ■

Misalkan suatu data terdiri atas n datum, yaitu $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, dan memiliki frekuensi f_1, f_2, \dots, f_i seperti yang disajikan pada Tabel 3.2.

Mean dari data tersebut dinyatakan oleh rumus sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_ix_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i}$$

Tabel 3.3 Tabel distribusi frekuensi

| Nilai (x_i) | Frekuensi (f_i) |
|-----------------|---------------------|
| x_1 | f_1 |
| x_2 | f_2 |
| \vdots | \vdots |
| x_n | f_n |

Contoh Soal 3.9

Hasil pengukuran berat badan 10 siswa SMP disajikan di dalam tabel distribusi frekuensi seperti pada gambar tersebut.

| Berat Badan (kg) (x_i) | Frekuensi (f_i) | $f_i \cdot x_i$ |
|----------------------------|---------------------|-----------------|
| 42 | 2 | 84 |
| 43 | 3 | 129 |
| 44 | 1 | 44 |
| 45 | 4 | 80 |
| Jumlah | 10 | 437 |

Tentukan mean dari data tersebut.

Jawab:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + f_4x_4}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4} \\ &= \frac{(2 \times 42) + (3 \times 43) + (1 \times 44) + (4 \times 45)}{2 + 3 + 1 + 4} \\ &= \frac{84 + 129 + 44 + 80}{10} = \frac{437}{10} = 43,7 \end{aligned}$$

Jadi, mean dari data tersebut adalah 43,7 kg ■

2. Modus

Dalam 12 kali ulangan Bahasa Indonesia, Ukok memperoleh tujuh kali nilai 8. Artinya, nilai yang paling sering diperoleh Ukok adalah 8. Dalam statistika, nilai yang paling sering muncul di dalam suatu data disebut **modus**. Modus suatu data bisa satu, dua, tiga, atau lebih, bahkan tidak ada.

Contoh Soal 3.10

Berikut adalah data penjualan berbagai merek TV berwarna di toko elektronik Maju selama satu bulan.

| Merek | A | B | C | D | E | F |
|--------|---|---|---|---|---|---|
| Jumlah | 5 | 3 | 7 | 4 | 5 | 6 |

Solusi Matematika

Perhatikan tabel di bawah ini.

| Nilai | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|---|---|---|---|---|
| Frekuensi | 2 | 4 | 7 | 5 | 2 |

Tabel tersebut menunjukkan data nilai ulangan matematika sekelompok siswa. Nilai rata-rata dari data tersebut adalah

- a. 6,50 c. 6,00
- b. 6,05 d. 5,00

Jawab:

$$\text{Rata-rata} = \frac{\text{jumlah datum}}{\text{banyak datum}}$$

$$= \frac{8 + 20 + 42 + 35 + 16}{20}$$

$$= \frac{121}{20} = 6,05$$

Jadi, rata-ratanya adalah 6,05.

Jawaban: b
Soal UN, 2006

TV berwarna merek apakah yang paling banyak terjual selama satu bulan tersebut?

Jawab:

Modus = nilai yang paling sering muncul
= 7

Jadi, TV berwarna yang paling banyak terjual adalah TV merek C ■

Contoh Soal 3.11

Diberikan sekumpulan data sebagai berikut.

1, 4, 3, 5, 2, 3, 2, 2, 5, 4, 3, 1

Tentukan modus dari data tersebut.

Jawab:

Perhatikan data tersebut dan beri tanda pada datum/nilai yang paling sering muncul.

1, 4, 3, 5, $\boxed{2}$, 3, $\boxed{2}$, $\boxed{2}$, 5, 4, 3, 1

Datum yang paling sering muncul adalah 2.

Jadi, modus dari data tersebut adalah 2 ■

3. Median

Median adalah nilai tengah suatu data yang telah diurutkan. Dengan demikian, median membagi data menjadi dua bagian sama banyak. Cara penentuan median tergantung pada banyaknya datum.

Jika pada suatu data jumlah datumnya ganjil, mediannya adalah nilai tengah data yang telah diurutkan. Jika pada suatu data jumlah datumnya genap, mediannya adalah mean dari dua datum yang di tengah setelah data diurutkan.

Contoh Soal 3.12

Tentukan median dari data berikut.

6, 7, 6, 6, 5, 8, 7

Jawab:

Urutkan data terlebih dahulu.

5, 6, 6, $\boxed{6}$, 7, 7, 8 (banyaknya datum = 7 (ganjil)).

↓

Median

Jadi, median dari data tersebut adalah 6 ■

Contoh Soal 3.13

Setelah delapan kali ulangan Fisika, Budhi memperoleh nilai sebagai berikut.

7, 7, 10, 8, 6, 6, 7, 8. Tentukan median dari data tersebut.

Jawab:

Setelah diurutkan, data nilai Fisika Budhi akan tampak seperti berikut.

6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 10 (banyaknya datum = 8 (genap)).

↓

$$\text{Median} = \frac{7+7}{2} = 7$$

Jadi, median dari data tersebut adalah 7 ■

Contoh Soal 3.14

Tentukan mean, modus, dan median data pada tabel-tabel berikut.

a.

| Nilai (x_i) | Frekuensi (f_i) |
|-----------------|---------------------|
| 5 | 4 |
| 6 | 5 |
| 7 | 5 |
| 8 | 8 |
| 9 | 2 |
| 10 | 1 |

b.

| Nilai (x_i) | Frekuensi (f_i) |
|-----------------|---------------------|
| 5 | 3 |
| 6 | 5 |
| 7 | 8 |
| 8 | 8 |
| 9 | 5 |
| 10 | 3 |

Jawab:

a. (i) Mean = $\bar{x} = \frac{x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 + x_4f_4 + x_5f_5 + x_6f_6}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6}$

$$= \frac{(5 \times 4) + (6 \times 5) + (7 \times 5) + (8 \times 8) + (9 \times 2) + (10 \times 1)}{4 + 5 + 5 + 8 + 2 + 1}$$

$$= \frac{177}{25} = 7,08$$

Jadi, mean dari data tersebut adalah 7,08.

(ii) Modus adalah nilai yang paling sering muncul. Pada tabel (a), nilai yang paling sering muncul adalah 8. Jadi, modus data tersebut adalah 8.

(iii) Oleh karena banyak datum pada tabel (a) adalah 25 (ganjil), mediannya adalah datum ke- $\frac{n+1}{2} = \text{datum ke-} \frac{25+1}{2} = \text{datum ke-} \frac{16}{2} = \text{datum ke-} 8$.

Dari tabel (a) diketahui:

- datum ke-1 sampai dengan datum ke-4 adalah 5.
- datum ke-5 sampai dengan datum ke-9 adalah 6.
- datum ke-10 sampai dengan datum ke-14 adalah 7.

Oleh karena datum ke-8 terletak pada interval ke-3, mediannya adalah 7.

b. Coba kamu tentukan mean, modus, dan median pada tabel (b). bandingkan hasilnya dengan teman sebangkumu ■

Uji Kompetensi 3.2

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Tentukan mean dari data-data berikut.
 - 3, 2, 4, 3, 3, 5, 4
 - 12, 14, 14, 13, 10, 12
 - 27, 30, 29, 28, 27, 30, 28, 27
 - 7,5; 6,5; 4,5; 6,5; 4,5; 5,5; 5,5; 6,5; 7,5; 7,5
- Mean dari 10 data adalah 5,8. Tentukan jumlah seluruh data tersebut.
- Rata-rata tinggi badan 15 anak adalah 152 cm. Jika tinggi badan Indra dimasukkan ke dalam perhitungan tersebut, rata-ratanya menjadi 152,5 cm. Tentukan tinggi badan Indra.
- Data nilai ulangan Bahasa Indonesia 15 siswa Kelas XI adalah sebagai berikut.
7, 5, 4, 6, 5, 7, 8, 6, 4, 4, 5, 9, 5, 6, 4
Jika siswa yang dianggap lulus adalah yang nilainya di atas rata-rata, tentukan banyak siswa yang lulus.
- Berdasarkan hasil survei yang dilakukan oleh sebuah perusahaan pakaian selama satu bulan, diperoleh data nomor celana yang terjual selama satu bulan, yaitu sebagai berikut.
27 35 32 30 30 32 32 28
29 30 32 27 27 30 28 29
29 29 27 28 28 30 32 27

Tentukan modus dari data tersebut.

Jawab:

- a. Urutkan data terlebih dahulu.

16, 18, 25, 26, 30, 40, 45



Datum terkecil

Datum terbesar

$J = \text{datum terbesar} - \text{datum terkecil}$

$= 45 - 16 = 29$

Jadi, jangkauan data tersebut adalah 29.

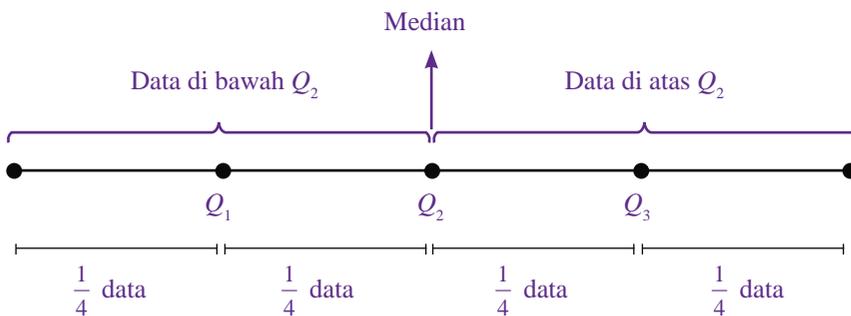
- b. Data ini jangkauannya nol. Mengapa? Coba kamu jelaskan alasannya ■

2. Kuartil

Kuartil suatu data diperoleh dengan membagi suatu data terurut menjadi empat bagian sama besar. Kuartil terdiri atas tiga macam, yaitu:

- kuartil bawah (Q_1)
- kuartil tengah/median (Q_2)
- kuartil atas (Q_3)

Jika suatu data dilambangkan dengan garis lurus, letak kuartil bawah, kuartil tengah, dan kuartil atasnya adalah sebagai berikut.



Gambar 3.1

Letak kuartil bawah (Q_1), kuartil tengah (Q_2), dan kuartil atas (Q_3) pada suatu data.

Cara menentukan kuartil sebagai berikut.

- Urutkan data dari yang terkecil sampai dengan yang terbesar.
- Tentukan Q_2 atau median.
- Tentukan Q_1 dengan membagi data di bawah Q_2 menjadi dua bagian yang sama besar.
- Tentukan Q_3 dengan membagi data di atas Q_2 menjadi dua bagian sama besar.

Untuk lebih jelasnya, pelajari contoh soal berikut.

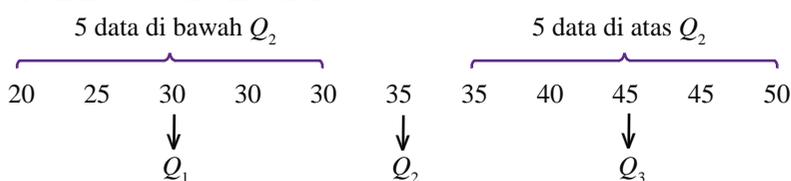
Contoh Soal 3.15

Tentukan kuartil bawah (Q_1), kuartil tengah (Q_2), dan kuartil atas (Q_3) dari data-data berikut.

- 20 35 50 45 30 30 25 40 45 30 35
- 11 13 10 10 12 15 14 12

Jawab:

- a. Urutkan data terlebih dahulu.



Jadi, $Q_1 = 30$, $Q_2 = 35$, dan $Q_3 = 45$.

b. Urutkan data terlebih dahulu.

$$\begin{array}{ccccccc}
 10 & 10 & 11 & 12 & 12 & 13 & 14 & 15 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & & Q_1 & & Q_2 & & Q_3 & \\
 & & = \frac{10+11}{2} & & = \frac{12+12}{2} & & = \frac{13+14}{2} & \\
 & & = 10,5 & & = 12 & & = 13,5 &
 \end{array}$$

Jadi, $Q_1 = 10,5$; $Q_2 = 12$; dan $Q_3 = 13,5$ ■

Uji Kompetensi 3.3

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Tentukan jangkauan dari data-data berikut.
 - 13, 11, 14, 11, 13, 15, 12, 11
 - 27, 30, 45, 60, 11, 37, 41, 45
 - 209, 317, 211, 453, 194, 317
 - 16,8; 25,3; 17,7; 26,1; 38,4; 17,7
- Diketahui dua data sebagai berikut.
 - 273, 840, 728, 963, 543, 189
 - 110, 231, 601, 335, 815, 588
 Manakah yang jangkauannya lebih besar?
- Tentukan kuartil bawah, kuartil tengah, dan kuartil atas data-data berikut.
 - 8, 9, 7, 5, 3, 4, 6, 3, 5
 - 23, 23, 37, 40, 38, 37
 - 119, 203, 483, 423, 119, 200
 - 50,9; 35,8; 40,1; 35,8; 49,7
- Diketahui data nilai ulangan Bahasa Indonesia 15 siswa sebagai berikut.

| | | | | | | | |
|---|---|---|----|----|---|---|---|
| 8 | 6 | 7 | 8 | 7 | 5 | 9 | 6 |
| 5 | 8 | 8 | 10 | 10 | 7 | 6 | |
- Tentukan nilai Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .
 - Berapa banyak siswa yang nilainya di bawah Q_2 ?
 - Berapa banyak siswa yang nilainya di atas Q_2 ?
 - Apa yang dapat kamu simpulkan dari data tersebut?
- Seorang guru mengukur tinggi badan (dalam cm) 10 orang siswa, hasilnya adalah sebagai berikut.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 150 | 155 | 153 | 154 | 160 |
| 150 | 155 | 155 | 150 | 153 |

 Tentukan:
 - jangkauan,
 - mean, modus, dan median,
 - Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .
- Jelaskan pengertian jangkauan dan kuartil serta cara menentukannya dengan kata-katamu sendiri.

Rangkuman

- Datum adalah fakta tunggal. Adapun data adalah kumpulan datum.
- Statistika adalah ilmu yang berhubungan dengan pengumpulan data, perhitungan atau pengolahan data, serta penarikan kesimpulan berdasarkan data yang diperoleh.
- Data biasanya disajikan dalam bentuk tabel dan diagram (diagram gambar, batang, garis, dan lingkaran).
- Mean suatu data adalah jumlah seluruh datum dibagi oleh banyaknya datum. Mean dirumuskan sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{\text{Jumlah datum}}{\text{Banyak datum}}$$
- Modus adalah nilai yang paling sering muncul.
- Median adalah nilai tengah suatu data.

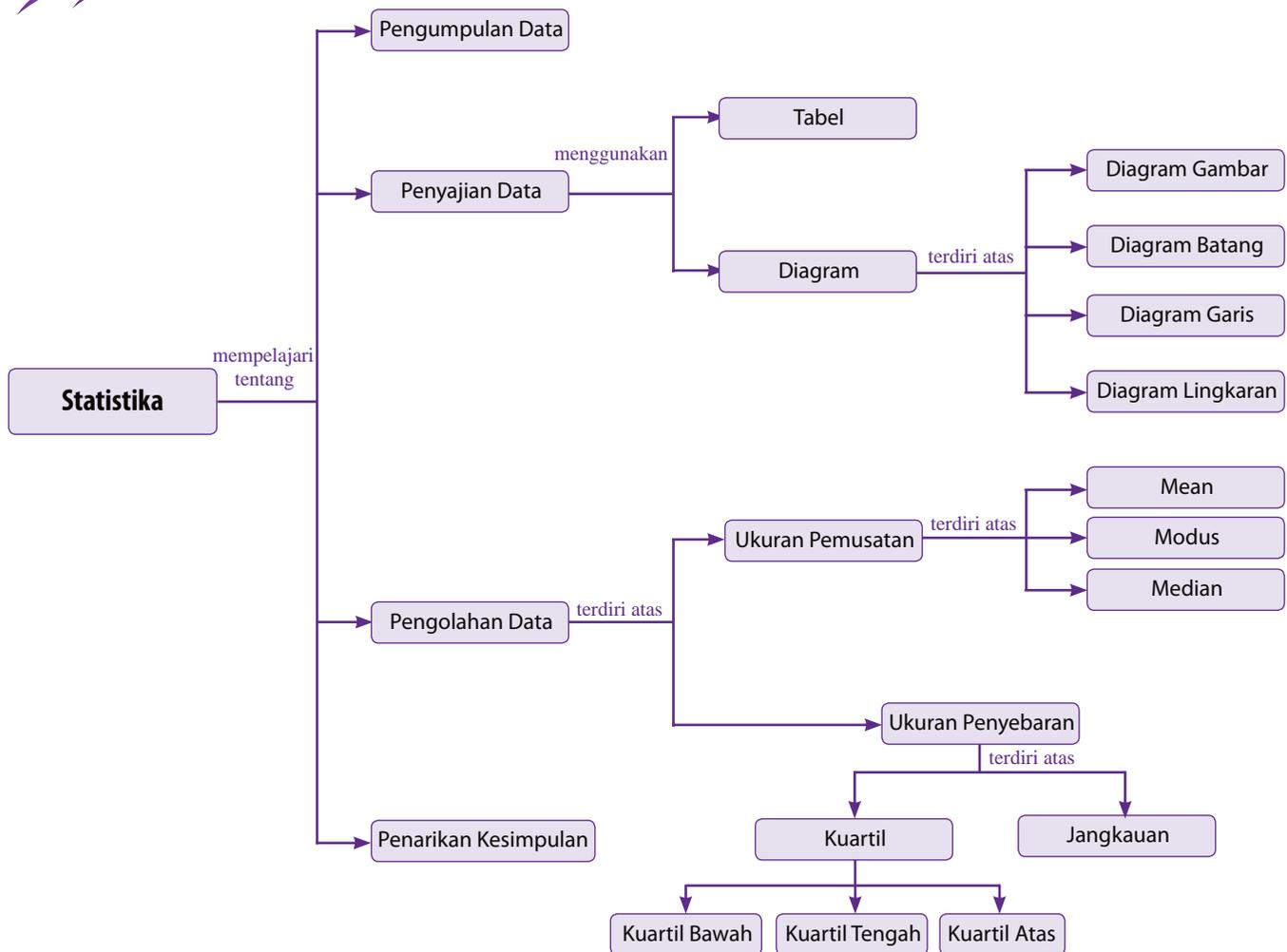
- Jangkauan suatu data adalah selisih datum terbesar dengan datum terkecil. Jangkauan dirumuskan sebagai berikut.
- Kuartil terdiri atas tiga macam, yaitu kuartil bawah (Q_1), kuartil tengah (Q_2), dan kuartil atas (Q_3).

$$J = \text{datum terbesar} - \text{datum terkecil}$$

Refleksi

- Pada bab Statistika ini, adakah materi yang menurutmu sulit untuk kamu pahami? Mengapa?
- Pada bab ini, bagian mana yang paling menarik untuk dipelajari? Mengapa?
- Kesan apa yang kamu dapat setelah mempelajari bab ini?

Peta Konsep



Uji Kompetensi Bab 3

A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

- Yang bukan termasuk data kuantitatif adalah
 - nomor sepatu siswa
 - warna kesukaan siswa
 - olahraga kesukaan siswa
 - cara siswa pergi ke sekolah
- Petugas Departemen Kesehatan melakukan penelitian mengenai kesehatan balita di kota Solo. Sampel untuk penelitian tersebut adalah
 - balita di kota Solo
 - balita di luar kota Solo
 - beberapa balita di kota Solo
 - seluruh balita di kota Solo
- Pernyataan yang benar mengenai diagram batang adalah
 - memerlukan sumbu datar dan sumbu tegak yang saling berpotongan
 - terbagi menjadi beberapa sektor/juring
 - dapat disajikan secara vertikal maupun horizontal
 - terbagi menjadi 2 kategori
- Perhatikan diagram garis berikut.

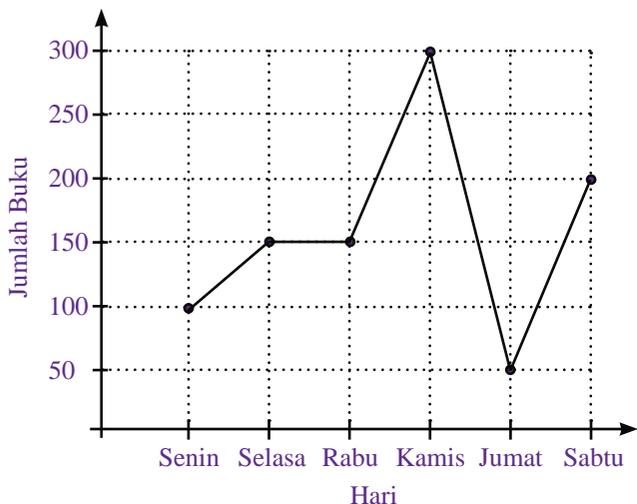
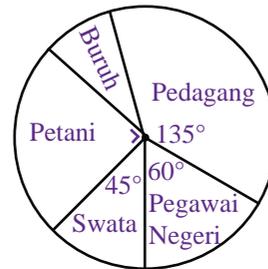


Diagram tersebut menunjukkan jumlah buku yang terjual selama satu minggu di toko buku Baca-Baca. Kenaikan penjualan terbesar terjadi pada hari

- Senin dan Kamis
- Kamis dan Sabtu
- Kamis
- Senin

- Diagram berikut menunjukkan jenis pekerjaan penduduk di kota A.



Jika banyak penduduk yang menjadi pegawai negeri sebanyak 28 orang, perbandingan jumlah penduduk pekerja swasta dengan buruh adalah

- 6 : 5
 - 5 : 4
 - 4 : 3
 - 3 : 2
- Mean data 8, 8, 7, 4, 5, 4, 5, 6, 7, 10, 9, 5 adalah
 - 6,5
 - 6,4
 - 6,3
 - 6,2
 - Nilai rata-rata dari tabel berikut adalah

| Nilai (x_i) | Frekuensi (f_i) |
|-----------------|---------------------|
| 4 | 2 |
| 5 | 7 |
| 6 | 13 |
| 7 | 6 |
| 8 | 1 |
| 9 | 1 |

- 6
 - 6,5
 - 7
 - 7,5
- Diketahui data nilai ulangan matematika 15 orang siswa sebagai berikut.
7, 5, 4, 6, 5, 7, 8, 6, 4, 4, 5, 9, 5, 6, 4
Banyak siswa yang nilainya di atas rata-rata adalah ... orang.
 - 4
 - 7
 - 8
 - 11
 - Mean dari data 7, 8, 5, 7, 5, n, 6, 5, 9, 8 adalah 6,3
Nilai n sama dengan
 - 5
 - 4
 - 3
 - 2

10. Rata-rata pendapatan per hari seorang pedagang koran di sebuah terminal bus adalah Rp 7.000,00. Oleh karena ada pedagang koran yang baru, rata-rata pendapatannya menjadi Rp 6.800,00. Besar pendapatan pedagang koran yang baru tersebut adalah

- a. Rp 2.800,00
- b. Rp 3.000,00
- c. Rp 4.000,00
- d. Rp 6.800,00

11. Diketahui data sebagai berikut.

53 55 40 45 30 30 53 55
 54 53 45 53 45 55 53 54
 56 57 43 63 65 40 54 55

Modus data tersebut adalah

- a. 53
- b. 54
- c. 55
- d. 56

12. Dari hasil ulangan Sejarah selama semester satu, Winda memperoleh nilai sebagai berikut.

7,8; 8,1; 6,5; 8,3; 8,1; 7,6; 6,9; 8,1

Modus dari data tersebut adalah

- a. 6,1
- b. 6,9
- c. 7,6
- d. 8,1

13. Diketahui data pengeluaran harian dari beberapa keluarga di sebuah Rukun Warga (dalam ribuan) sebagai berikut.

30 20 25 20 25 37 26
 18 20 26 20 24 30 19

Modus pengeluaran harian dari beberapa keluarga tersebut (dalam ribuan) adalah

- a. 30
- b. 25
- c. 24
- d. 20

14. Diketahui data sebagai berikut.

25, 26, 22, 24, 26, 28, 21, 24, 26, 27, 28, 28, 30, 25,
 29, 22, 21, 23, 25, 26, 23

Median dari data tersebut adalah

- a. 25
- b. 26
- c. 27
- d. 28

15. Nilai tengah dari data

153 155 203 153 158 211 190 155 adalah

- a. 155
- b. 156,5
- c. 157
- d. 158,5

16. Perhatikan tabel distribusi frekuensi berikut.

| Nilai Matematika | Frekuensi |
|------------------|-----------|
| 5 | 5 |
| 6 | 7 |
| 7 | 6 |
| 8 | 3 |
| 9 | 5 |

Median dari data tersebut adalah

- a. 5
- b. 6
- c. 7
- d. 8

17. Diketahui data tinggi badan 24 siswa Kelas IX SMP Bina Bangsa sebagai berikut (dalam cm).

150 153 160 147 150 155 155 148
 148 155 150 158 147 160 160 150
 155 162 150 155 147 153 153 160

Jangkauan data tersebut adalah

- a. 12
- b. 14
- c. 13
- d. 15

18. Kuartil bawah dari data

6, 9, 3, 7, 5, 3, 6 7, 8, 5 adalah

- a. 5
- b. 6
- c. 7
- d. 8

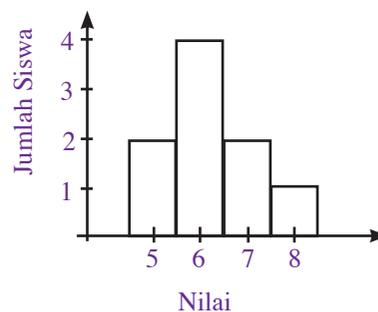
19. Diketahui data kuantitatif sebagai berikut.

$6, 7\frac{1}{2}, 5, 8, 5, 7\frac{1}{2}, 6, 6, 7, 5, 8$

Pernyataan yang benar mengenai data tersebut adalah

- a. mean = 5
- b. modus = 6
- c. median = $7\frac{1}{2}$
- d. $Q_2 = 6$

20. Diagram batang berikut menunjukkan nilai ulangan matematika beberapa siswa Kelas IX.



Dari data tersebut, mean + median + modus =

- a. 4
- b. $5\frac{7}{9}$
- c. $6\frac{4}{5}$
- d. 8

B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Perhatikan diagram lingkaran berikut.

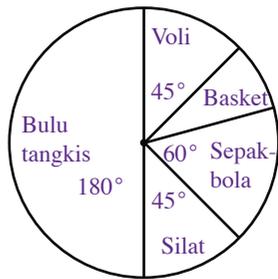
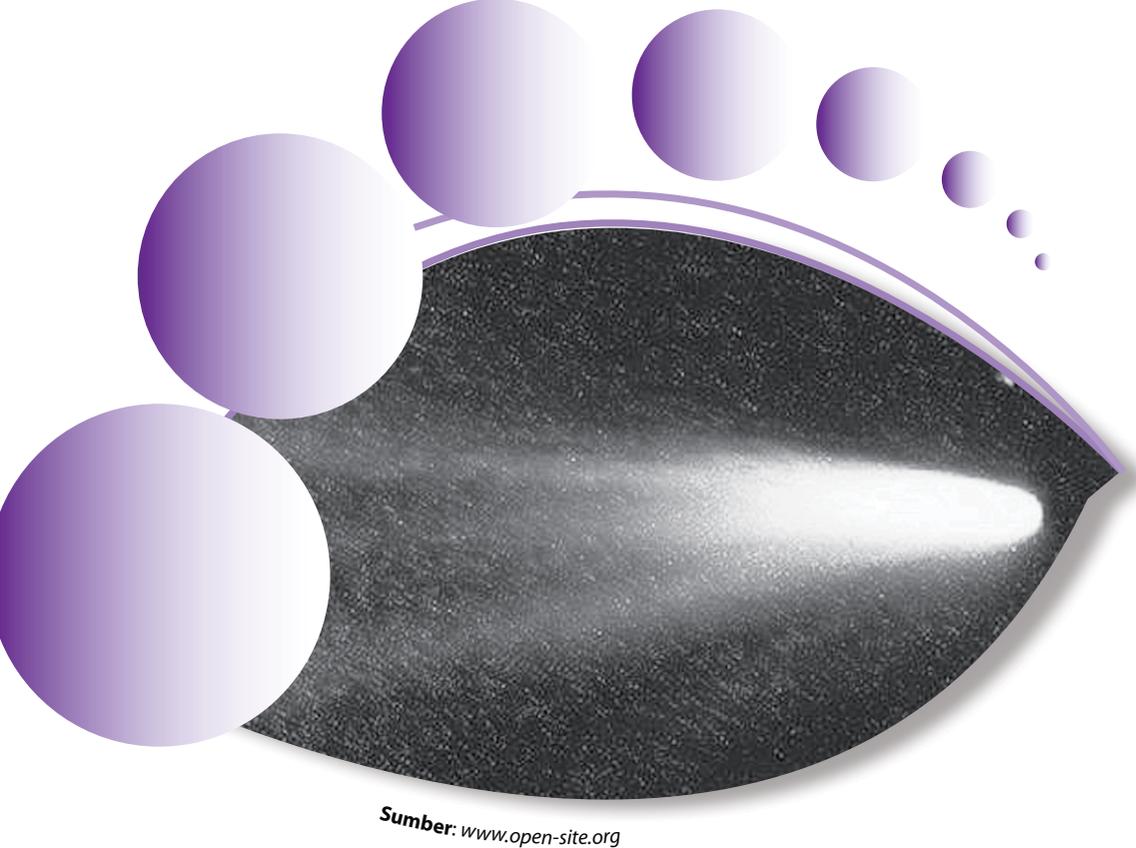


Diagram tersebut menggambarkan jenis olahraga yang disukai 1.200 siswa SMP. Tentukan banyak siswa yang menyukai olahraga basket.

2. Diketahui data tinggi badan (dalam cm) 20 siswa Kelas IX SMP Tunas Bangsa sebagai berikut.
150, 152, 152, 150, 151, 154, 154, 155, 155, 155
152, 153, 153, 153, 154, 154, 150, 150, 152, 153
- Sajikan data tersebut dalam tabel distribusi frekuensi.
 - Tentukan mean, modus, dan median dari data tersebut.

3. Diketahui rata-rata dua datum adalah 92. Jika selisih dua data tersebut adalah 72, tentukan nilai kedua datum tersebut.
4. Rata-rata lima bilangan bulat yang berurutan adalah 10. Tentukan selisih bilangan terbesar dan terkecilnya.
5. Diketahui data sebagai berikut.
1, 3, 5, 8, 3, 3, 2, 5, 8, 10, 4, 6, 7
Tentukan:
- datum terkecil dan datum terbesarnya,
 - jangkauannya,
 - kuartil bawah (Q_1), kuartil tengah (Q_2), dan kuartil atasnya (Q_3).



Sumber: www.open-site.org

Bab 4

Peluang

Konsep peluang sangat berperan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, dalam bidang meteorologi, astronomi, asuransi, olahraga, dan lain-lain. Salah satu manfaat materi peluang dapat kamu lihat dalam uraian berikut.

Komet adalah benda langit yang menyerupai bintang dengan semburan ekornya. Komet yang terkenal adalah komet Halley yang melintas mendekati matahari setiap 76 tahun sekali. Jika peluang komet tersebut melintas setiap 76 tahun sekali adalah 0,937, berapakah peluang komet tersebut tidak melintas setiap 76 tahun sekali? Untuk menjawabnya, pelajari bab ini dengan baik.

- A. **Dasar-Dasar Peluang**
- B. **Perhitungan Peluang**
- C. **Frekuensi Harapan**



Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakan soal-soal berikut.

- Sederhanakanlah pecahan-pecahan berikut.
 - $\frac{8}{12}$
 - $\frac{26}{52}$
 - $\frac{15}{50}$
 - $\frac{23}{37}$
- Tentukan jumlah anggota himpunan-himpunan berikut ini.
 - $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$
 - $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 - $T = \{1, a, 2, b, 3\}$
 - $Z = \{2, 4, 6, 8\}$
- Tentukan himpunan bagian dari himpunan-himpunan berikut ini.
 - $R = \{1, 2, 3\}$
 - $D = \{0, 9\}$

A. Dasar-Dasar Peluang

Dalam kehidupan sehari-hari, kamu pasti sering mendengar pernyataan-pernyataan berikut.

- Nanti sore mungkin akan turun hujan.
- Berdasarkan hasil perolehan suara, Joni berpeluang besar untuk menjadi ketua kelas.
- Peluang Indonesia untuk mengalahkan Brazil dalam pertandingan sepakbola sangat kecil.

Besar peluang ketiga pernyataan di atas dinyatakan dengan mungkin, berpeluang besar, dan berpeluang kecil. Di dalam Matematika, besar peluang suatu kejadian/pernyataan dapat ditentukan secara eksak. Untuk lebih jelasnya, pelajari uraian berikut.

1. Kejadian Acak

Coba kamu lemparkan sekeping uang logam. Dapatkah kamu memastikan sisi mana yang akan muncul? Tentu saja tidak, bukan? Kamu hanya mengetahui sisi yang mungkin muncul adalah salah satu dari sisi angka atau gambar.

Pelemparan sekeping uang logam merupakan salah satu contoh kejadian acak. Untuk lebih memahami pengertian kejadian acak, lakukanlah kegiatan berikut.

Kegiatan 4.1

- Siapkan sebuah dadu, sebuah wadah, lima bola merah, dan lima bola kuning.
- Lemparkan dadu tersebut. Dapatkah kamu menentukan muka dadu yang akan muncul?
- Masukan lima bola merah dan lima bola kuning ke dalam wadah. Aduklah bola-bola tersebut. Kemudian, tutup matamu dan ambillah satu bola. Dapatkah kamu menentukan warna bola yang terambil?
- Ulangi percobaan nomor 3. Kali ini, lakukan tanpa menutup mata. Dapatkah kamu menentukan warna bola yang terambil?

Pada percobaan nomor 1, kamu tentu tidak tahu muka dadu mana yang akan muncul. Kamu hanya mengetahui bahwa muka dadu yang akan muncul adalah yang bertitik satu, dua, tiga, empat, lima, atau enam. Kejadian muka dadu mana yang akan muncul tidak dapat ditentukan sebelumnya. Inilah yang disebut kejadian acak. Sekarang, tentukan olehmu kejadian acak atau bukankah percobaan nomor 3 dan nomor 4?

Percobaan yang dilakukan pada Kegiatan 4.1 disebut **percobaan statistika**. Percobaan statistika adalah percobaan yang dilakukan untuk mengamati suatu kejadian.

2. Titik Sampel dan Ruang Sampel

Pada pelemparan sekeping uang logam, sisi yang mungkin muncul adalah sisi angka (A) atau sisi gambar (G). Jika sisi yang mungkin muncul ini dinyatakan dengan himpunan, misalnya S , menjadi $S = \{A, G\}$. Kumpulan atau himpunan semua hasil yang mungkin muncul pada suatu percobaan disebut **ruang sampel**, dilambangkan dengan S . Adapun anggota-anggota dari S disebut **titik sampel**. Banyak anggota (titik sampel) suatu ruang sampel dinyatakan dengan $n(S)$.

Cara menentukan ruang sampel dari titik sampel ada tiga, yaitu dengan mendaftar, tabel, dan diagram pohon.

a. Menentukan Ruang Sampel dengan Mendaftar

Misalkan, pada pelemparan dua keping uang logam sekaligus, sisi yang muncul adalah angka (A) pada uang logam pertama dan gambar (G) pada uang logam kedua, ditulis AG . Kejadian lain yang mungkin muncul pada pelemparan kedua uang logam tersebut adalah AA , GA , dan GG . Jika ruang sampelnya dituliskan dengan cara mendaftar, hasilnya adalah $S = \{AA, AG, GA, GG\}$ dengan $n(S) = 4$.

b. Menentukan Ruang Sampel dengan Tabel

Selain dengan cara mendaftar, ruang sampel dapat ditentukan dengan cara membuat tabel. Perhatikan kembali pelemparan dua keping uang logam pada bagian a. Untuk menentukan ruang sampel dengan tabel, buatlah tabel dengan jumlah baris dan kolom yang diperlukan. Untuk percobaan pelemparan dua uang logam sekaligus, diperlukan tabel yang terdiri atas tiga kolom dan tiga baris. Isi kolom pertama dengan hasil yang mungkin muncul dari uang logam ke-1 dan isi baris kedua dengan hasil yang mungkin dari uang logam ke-2. Kemudian, lengkapi tabel yang kosong.

Tabel ruang sampel pelemparan dua logam adalah sebagai berikut.

| | | | | |
|-----------------|---|-----------------|----|-----------------|
| | | Uang logam ke-2 | | |
| | | A | G | |
| Uang logam ke-1 | A | AA | AG | → Baris pertama |
| | G | GA | GG | |
| | | | | ↓ Kolom pertama |

Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{AA, AG, GA, GG\}$ dengan $n(S) = 4$.

c. Menentukan Ruang Sampel dengan Diagram Pohon

Cara lain yang digunakan untuk menentukan ruang sampel adalah dengan diagram pohon. Cara ini merupakan cara yang paling mudah. Berikut adalah diagram pohon untuk pelemparan dua uang logam sekaligus.



Sumber: www.bi.go.id

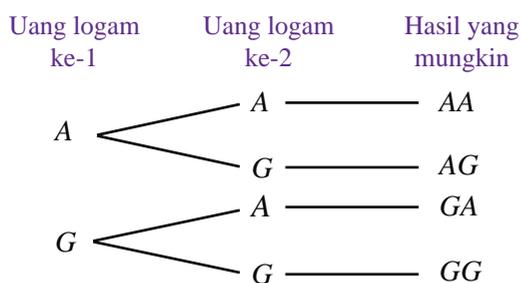
Gambar 4.2 : Uang Logam

Gambar 4.2 Memperlihatkan :

- (a) Sisi angka uang logam
- (b) Sisi gambar uang logam.

Situs Matematika

www.free.vism.org
www.myscienceblogs.com



Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{AA, AG, GA, GG\}$ dengan $n(S) = 4$.

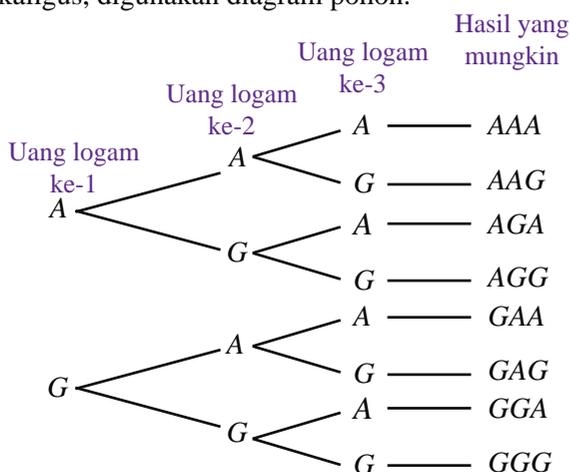
Contoh Soal 4.1

Tentukan ruang sampel dari percobaan-percobaan berikut.

- Melempar sebuah dadu.
- Melempar tiga keping uang logam sekaligus.
- Melempar dua buah dadu sekaligus.

Jawab:

- Hasil yang mungkin muncul dari pelemparan sebuah dadu adalah muka dadu bertitik 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Untuk mempermudah penentuan ruang sampel pelemparan tiga keping uang logam sekaligus, digunakan diagram pohon.



Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$.

- Untuk mempermudah penentuan ruang sampel pelemparan dua buah dadu sekaligus, digunakan tabel.



Sumber: www.kingofchicago.info

Gambar 4.3 Dua buah dadu.

| | | Dadu ke-2 | | | | | |
|-----------|---|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Dadu ke-1 | 1 | (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| | 2 | (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| | 3 | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| | 4 | (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| | 5 | (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| | 6 | (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

↓
Kolom ke-1

Jadi, ruang sampelnya adalah $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots (6, 6)\}$

Uji Kompetensi 4.1

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Apa yang dimaksud dengan kejadian acak? Berikan contohnya paling sedikit tiga.
2. Tuliskan perbedaan ruang sampel dan titik sampel. Berikan contohnya.
3. Sebuah kartu diambil dari setumpuk kartu bilangan bernomor 1 sampai dengan nomor 15. Tentukan ruang sampelnya dengan mendaftar.
4. Andri melempar 4 keping uang logam sekaligus. Tentukan ruang sampelnya dengan diagram pohon.
5. Firdaus melemparkan sebuah dadu dan sekeping uang logam sekaligus. Tentukan ruang sampelnya dengan tabel.
6. Tentukan ruang sampel dari percobaan berikut dengan cara yang kamu anggap paling mudah.
 - a. Pemilihan sebuah bilangan kelipatan 3 dari 10 bilangan positif pertama.
 - b. Sebuah bola diambil dari kotak yang berisi 3 bola merah, 4 bola kuning, dan 5 bola biru.

B. Perhitungan Peluang

1. Pengertian Kejadian

Pada percobaan pelemparan sebuah dadu, ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, sedangkan titik-titik sampel percobaan tersebut adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6. Adapun sebarang himpunan bagian dari ruang sampel disebut kejadian, biasanya dilambangkan dengan K . Misalnya, $K = \{2, 4, 6\}$ adalah kejadian munculnya muka dadu bertitik genap dengan $n(K) = 3$.

2. Perhitungan Peluang Suatu Kejadian dengan Frekuensi Relatif

Frekuensi relatif adalah perbandingan banyaknya kejadian yang diamati dengan banyaknya percobaan. Frekuensi relatif dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{\text{Banyak kejadian } K}{\text{Banyak percobaan}}$$

Ambillah sekeping uang logam, kemudian lemparkan sebanyak 30 kali. Misalkan, hasil yang diperoleh adalah muncul sisi gambar sebanyak 13 kali. Perbandingan banyak kejadian muncul sisi gambar dengan banyak pelemparan adalah $\frac{13}{30}$. Nilai inilah yang disebut frekuensi relatif.

Contoh Soal 4.2

Rino melempar dadu sebanyak 200 kali. Hasilnya adalah muncul muka dadu sebagai berikut.

- a. Bertitik 1 sebanyak 25 kali.
- b. Bertitik 3 sebanyak 17 kali.
- c. Bertitik 6 sebanyak 56 kali.

Tentukan frekuensi relatif kejadian munculnya mata dadu bertitik 1, 3, dan 6.

Jawab:

Banyaknya percobaan adalah 200

- a. Kejadian munculnya muka dadu bertitik 1 sebanyak 25 kali.

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{\text{banyak kejadian}}{\text{banyak percobaan}} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8} = 0,125$$

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bertitik 1 adalah 0,125.

Cerdas Berpikir

Buatlah sebanyak-banyaknya kejadian dari pengambilan kartu bilangan bernomor 1 sampai dengan 10.

- b. Kejadian munculnya muka dadu bertitik 3 sebanyak 17 kali.

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{17}{200} = 0,085$$

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bertitik 3 adalah 0,085.

- c. Kejadian munculnya muka dadu bertitik 6 sebanyak 56 kali.

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{56}{200} = 0,28$$

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bertitik 6 adalah 0,28 ■

Setelah mengetahui cara menentukan frekuensi relatif suatu kejadian, dapatkan kamu menentukan hubungan frekuensi relatif dengan peluang? Untuk menjawabnya, lakukanlah kegiatan berikut dengan kelompok belajarmu.

Kegiatan 4.2

1. Siapkan sekeping uang logam, kemudian lemparkan sebanyak 5 kali. Catat hasil yang muncul pada tabel berikut. Hitung frekuensi relatifnya.

| Banyak Pelemparan \ Sisi yang Muncul | Angka (A) | Gambar (G) |
|--------------------------------------|-----------|------------|
| 5 | | |
| 16 | | |
| 22 | | |
| 35 | | |

2. Ulangi langkah pada nomor 1 dengan jumlah pelemparan yang berbeda, misalnya 16 kali, 22 kali, 35 kali, dan seterusnya.
3. Amatilah tabel yang telah kamu isi. Apa yang dapat kamu simpulkan?

Tugas

Jika peluang dari kejadian muncul sisi angka pada

Kegiatan 4.2 adalah $\frac{1}{2}$,

bagaimana dengan kejadian muncul sisi gambar? Apakah peluangnya sama? Diskusikan dengan kelompok belajarmu, kemudian laporkan hasilnya di depan kelas.

Pada Kegiatan 4.2, semakin banyak lemparan yang kamu lakukan maka frekuensi relatif kejadian munculnya sisi angka semakin mendekati angka $\frac{1}{2}$. Nilai ini disebut peluang kejadian muncul sisi angka, dilambangkan dengan P. Jadi, peluang suatu kejadian dapat dihitung dengan frekuensi relatif.

3. Perhitungan Peluang Suatu Kejadian dengan Rumus Peluang

Perhatikan kembali percobaan pelemparan sebuah dadu. Ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sehingga $n(S) = 6$. Misalkan, kejadian munculnya muka dadu yang bertitik prima dinyatakan dengan $K = \{2, 3, 5\}$ sehingga $n(K) = 3$.

Peluang munculnya setiap titik sampel di dalam ruang sampel adalah sama, yaitu $\frac{1}{6}$. Jadi, peluang munculnya muka dadu bertitik prima adalah

$$P(K) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Selain dengan cara tersebut, nilai $P(K)$ juga dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ maka $n(S) = 6$.

$K = \{2, 3, 5\}$ maka $n(K) = 3$.

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Uraian tersebut menjelaskan bahwa jika setiap titik sampel anggota ruang sampel S memiliki peluang yang sama maka peluang kejadian K yang memiliki anggota sebanyak $n(K)$ dinyatakan sebagai berikut.

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} \text{ dengan } K \subset S$$

Contoh Soal 4.3

Siti melemparkan sebuah dadu. Tentukanlah peluang munculnya mata dadu

- bertitik 3,
- bertitik lebih dari tiga,
- bertitik 1, 2, 3, 4, 5, 6,
- bertitik lebih dari 6.

Jawab:

Oleh karena ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ maka $n(S) = 6$.

- Misalkan, A adalah himpunan kejadian munculnya dadu bertitik 3 maka $A = \{3\}$ sehingga $n(A) = 1$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu bertitik 3 adalah $\frac{1}{6}$.

- Misalkan, B adalah himpunan kejadian munculnya dadu bertitik lebih dari 3 maka $B = \{4, 5, 6\}$ sehingga $n(B) = 3$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu bertitik lebih dari 3 adalah $\frac{1}{2}$.

- Misalkan, C adalah himpunan kejadian munculnya mata dadu bertitik 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 maka $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sehingga $n(C) = 6$.

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu bertitik 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 adalah 1.

- Misalkan, D adalah himpunan kejadian munculnya mata dadu bertitik lebih dari 6 maka $D = \{ \}$ sehingga $n(D) = 0$.

Jadi, peluang munculnya mata dadu bertitik lebih dari 6 adalah 0 ■

Problematika

Dua buah dadu dilempar bersamaan. Tentukan peluang munculnya muka dadu yang merupakan kelipatan dari muka dadu yang lain ■

4. Nilai Peluang

Perhatikan nilai-nilai yang diperoleh pada Contoh Soal 4.3. Nilai-nilai peluang yang diperoleh berkisar antara 0 sampai dengan 1. Secara matematis, ditulis

$$0 \leq P(K) \leq 1$$

dengan $P(K)$ adalah peluang suatu kejadian K .

Jika nilai peluang suatu kejadian sama dengan nol, berarti kejadian tersebut mustahil atau tidak mungkin terjadi, misalnya peluang matahari terbit dari arah barat. Jika peluang suatu kejadian sama dengan 1, berarti kejadian tersebut pasti terjadi, misalnya peluang setiap manusia akan meninggal. Adapun jika peluang suatu kejadian bernilai antara 0 dan 1, berarti kejadian tersebut mungkin terjadi, misalnya peluang kamu untuk menjadi juara kelas.

Jika L merupakan kejadian komplemen dari kejadian K maka peluang kejadian L adalah satu dikurangi peluang kejadian K . Secara matematis, ditulis

$$P(L) = 1 - P(K) \text{ atau } P(L) + P(K) = 1$$

Misalnya, peluang Romi lulus ujian adalah 0,9 maka peluang Romi tidak lulus ujian adalah $1 - 0,9 = 0,1$.

Contoh Soal 4.4

Lima belas kartu diberi nomor 1 sampai dengan 15. Kartu-kartu tersebut dikocok, kemudian diambil satu kartu secara acak (kartu yang telah diambil kemudian dikembalikan lagi). Tentukan peluang terambil kartu berangka

- genap,
- bukan genap.

Jawab:

Ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

- Misalkan, A adalah himpunan kejadian terambil kartu berangka genap maka $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ sehingga $n(A) = 7$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{15}$$

Jadi, peluang terambil kartu berangka genap adalah $\frac{7}{15}$.

- Oleh karena kartu yang sudah diambil dikembalikan lagi, ruang sampelnya tetap, yaitu $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$.

Misalkan, B adalah himpunan kejadian terambil kartu berangka bukan genap maka $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ sehingga $n(B) = 8$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{15}$$

Jadi, peluang terambil kartu berangka bukan genap adalah $\frac{8}{15}$.

Selain dengan cara tersebut, peluang terambil kartu berangka bukan bilangan genap dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.

Misalkan, B adalah himpunan kejadian terambil kartu berangka bukan genap.

B merupakan kejadian komplemen dari kejadian A sehingga

$$\begin{aligned} P(B) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Plus+

Kejadian komplemen dari kejadian K adalah kejadian bukan K .

Uji Kompetensi 4.2

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Di dalam sebuah kotak, terdapat kartu bilangan yang bernomor 1 sampai dengan nomor 20. Sebuah kartu diambil dengan pengembalian. Tentukan:
 - kejadian terambil kartu berangka genap,
 - kejadian terambil kartu berkelipatan 3,
 - kejadian terambil kartu berangka lebih dari 20.
- Heri melempar sekeping uang logam sebanyak 100 kali. Tentukan frekuensi relatifnya jika hasil yang diperoleh adalah
 - muncul gambar sebanyak 51 kali,
 - muncul angka sebanyak 49 kali.
- 30 orang siswa ditanya tentang warna kesukaannya. Hasilnya adalah sebagai berikut.
P, P, H, M, P, B, H, P, M, M,
M, B, B, H, P, M, H, B, B, P,
P, P, B, M, B, H, H, B, B, B
dengan P = putih, H = hijau, M = merah, dan B = biru.
 - Sajikan data tersebut dalam tabel distribusi frekuensi.
 - Tentukan frekuensi relatif setiap warna yang disukai.
 - Tentukan jumlah seluruh frekuensi relatif.
 - Tentukan warna yang paling banyak disukai.
- Sebuah dadu dilemparkan ke atas. Tentukanlah peluang muka dadu yang muncul adalah
 - bertitik 4,
 - bertitik lebih dari 3.
 - bertitik ganjil,
 - bertitik kelipatan 2.
- Sebuah kantong berisi 3 bola kuning (K), 5 bola hijau (H), dan 7 bola biru (B). Jika satu bola diambil secara acak dengan pengembalian, tentukan peluang terambilnya bola dengan warna
 - kuning,
 - hijau,
 - biru,
 - bukan kuning,
 - bukan biru.
- Tiga keping uang logam dilemparkan bersamaan. Tentukanlah peluang yang muncul adalah
 - dua angka dan satu gambar,
 - satu angka dan dua gambar.
- Tentukan apakah kejadian-kejadian berikut mustahil, mungkin terjadi, atau pasti terjadi.
 - Satu minggu terdiri atas 7 hari.
 - Pengeraman telur ayam memerlukan waktu selama 21 hari.
 - Sebelum bulan Maret adalah bulan April.
 - Kamu menjadi juara lomba puisi.
 - Bulan Februari berjumlah 29 hari.
- Tulislah masing-masing dua contoh kejadian yang mustahil terjadi, mungkin terjadi, dan pasti terjadi.

C. Frekuensi Harapan (Pengayaan)

Pernahkah kamu mengirimkan kupon undian? Dalam suatu undian, semakin banyak kupon undian yang kamu kirimkan, harapan kamu untuk memenangkan undian tersebut semakin besar. Harapan kamu untuk memenangkan undian di dalam matematika disebut *frekuensi harapan*. Frekuensi harapan suatu kejadian adalah harapan banyaknya muncul suatu kejadian dari sejumlah percobaan yang dilakukan (n). Frekuensi harapan biasanya dilambangkan dengan F_h . Secara matematis ditulis

$$F_h = P(K) \times n$$

dengan $P(K)$ adalah peluang kejadian K dan n adalah banyaknya percobaan.

Agar kamu lebih memahami materi ini, pelajailah contoh soal berikut.

Contoh Soal 4.5

Sekeping uang logam dilemparkan sebanyak 30 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya sisi angka.

Jawab :

Misalkan, K adalah himpunan kejadian munculnya sisi angka sehingga $P(K) = \frac{1}{2}$. Banyaknya pelemparan (n) adalah 30 kali.

Jadi, frekuensi harapan munculnya sisi angka adalah

$$\begin{aligned} F_h &= P(K) \times n \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \text{ kali} = 15 \text{ kali} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Contoh Soal 4.6

Sebuah dadu dilempar sebanyak 100 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya

- muka dadu bertitik prima,
- muka dadu bertitik kurang dari 3.

Jawab :

- Misalkan, A adalah himpunan kejadian munculnya muka dadu bertitik prima maka

$$A = \{2, 3, 5\} \text{ sehingga } P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Banyaknya pelemparan (n) adalah 100 kali.

Jadi, frekuensi harapan munculnya muka dadu bertitik prima adalah

$$\begin{aligned} F_h &= P(A) \times n \\ &= \frac{1}{2} \times 100 \text{ kali} = 50 \text{ kali.} \end{aligned}$$

- Misalkan, B adalah himpunan kejadian munculnya muka dadu bertitik kurang dari 3 maka $B = \{1, 2\}$ sehingga $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Banyaknya pelemparan (n) adalah 100 kali.

Jadi, frekuensi harapan munculnya muka dadu bertitik kurang dari 3 adalah

$$\begin{aligned} F_h &= P(B) \times n \\ &= \frac{1}{3} \times 100 \text{ kali} = \frac{100}{3} \text{ kali} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Contoh Soal 4.7

Di sebuah daerah, kemungkinan seorang anak terjangkit suatu penyakit adalah 0,05. Tentukan banyak anak yang terjangkit penyakit tersebut jika diambil sampel sebanyak 1.000 anak.

Jawab :

Misalkan, K adalah kejadian seorang anak terjangkit suatu penyakit maka $P(K) = 0,05$, dan n adalah banyak sampel anak maka $n = 3.000$.

Jadi, banyak anak yang terjangkit penyakit tersebut adalah

$$\begin{aligned} F_h &= P(K) \times n \\ &= 0,05 \times 3.000 \text{ anak} = 150 \text{ anak} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Uji Kompetensi 4.3

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Insan melemparkan sebuah dadu sebanyak 150 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya muka dadu bertitik:
 - a. ganjil,
 - b. genap,
 - c. lebih dari 3.
2. Dalam percobaan pengambilan kartu dari seperangkat kartu bridge sebanyak 50 kali, tentukan frekuensi harapan terambil kartu bergambar hati.
3. Suatu daerah berpenduduk 2.500 orang. Peluang seorang penduduk di daerah tersebut menjadi seorang sarjana adalah 0,2. Tentukan banyak penduduk yang diperkirakan akan menjadi sarjana di daerah tersebut.

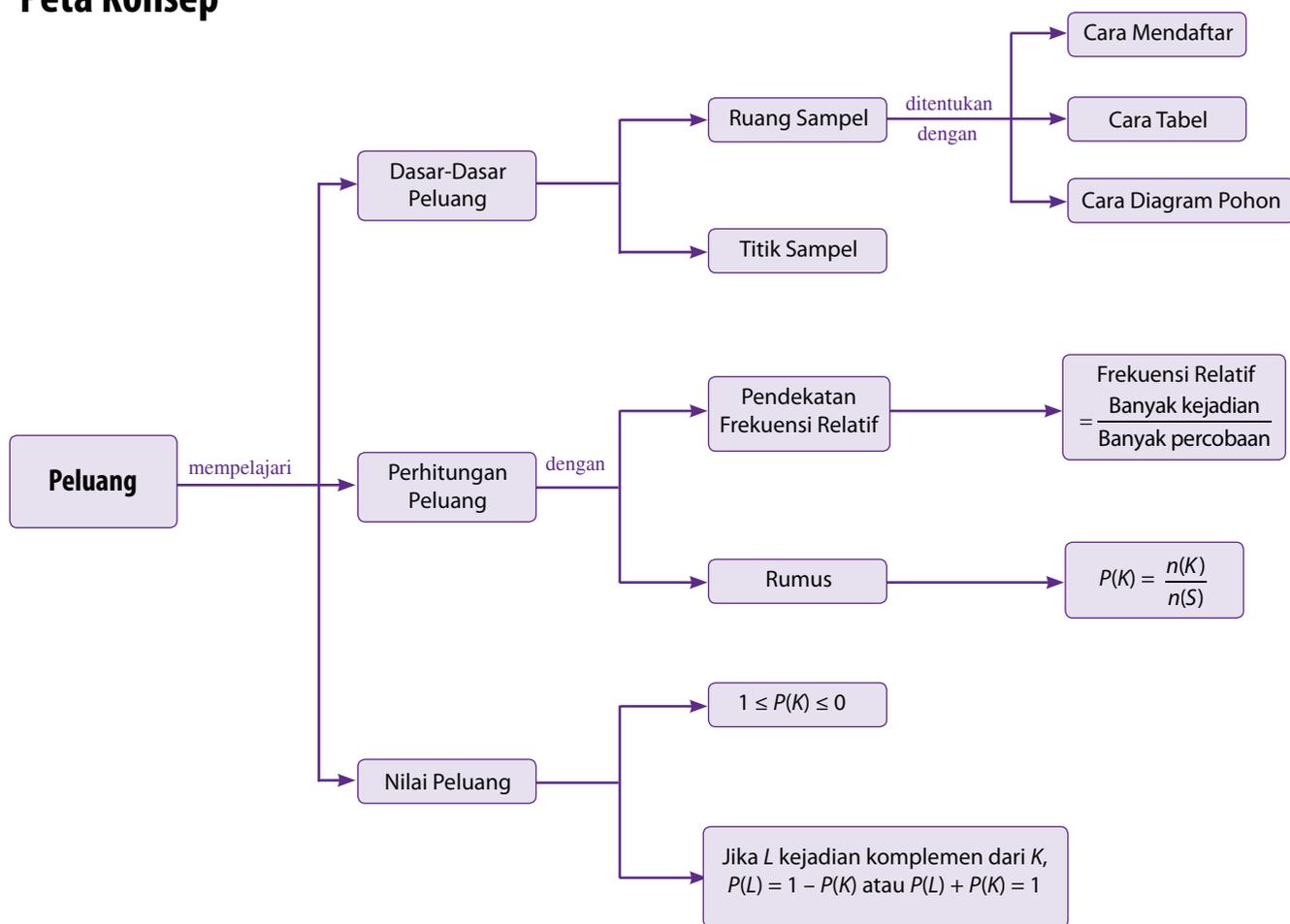
Rangkuman

- Kumpulan atau himpunan semua hasil yang mungkin muncul pada suatu percobaan disebut ruang sampel. Adapun anggota-anggota ruang sampel disebut titik sampel.
- Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel.
- frekuensi adalah perbandingan banyaknya kejadian yang diamati dengan banyaknya percobaan. Frekuensi relatif suatu kejadian dinyatakan dengan rumus sebagai berikut.
$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{\text{Banyak kejadian}}{\text{Banyak percobaan}}$$
- Jika setiap titik sampel anggota ruang sampel S memiliki peluang yang sama maka peluang kejadian K yang memiliki anggota sebanyak $n(K)$ dinyatakan sebagai berikut.
$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} \text{ dengan } K \subset C$$
- Kisaran nilai peluang munculnya kejadian K adalah sebagai berikut.
$$0 \leq P(K) \leq 1$$
Jika $P(K)$ bernilai 1 maka kejadian K pasti terjadi.
Jika $P(K)$ bernilai 0 maka kejadian K mustahil terjadi.
- Misalkan, L merupakan kejadian komplemen dari K . Besar peluang kejadian L adalah sebagai berikut.
$$P(L) = 1 - P(K) \text{ atau } P(L) + P(K) = 1$$

Refleksi

- Setelah mempelajari bab Peluang ini, materi apa sajakah yang belum kamu pahami dengan baik? Faktor-faktor apa saja yang menghambat pemahamanmu?
- Pada bab ini, bagian manakah menurutmu yang paling menarik untuk dipelajari? Mengapa?

Peta Konsep



Uji Kompetensi Bab 4

A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

- Munculnya gambar atau angka pada pelemparan sekeping uang logam adalah
 - kejadian mustahil
 - kejadian pasti
 - kejadian sampel
 - kejadian biasa
- Setiap anggota ruang sampel disebut
 - kejadian
 - peluang
 - titik sampel
 - sampel coba
- Berikut ini pernyataan-pernyataan yang memiliki nilai peluang nol, *kecuali*
 - ayam melahirkan
 - bumi berbentuk datar
 - setiap siswa mendapat peringkat 1 di kelasnya
 - bilangan genap yang habis dibagi 2
- Pada pelemparan dua buah dadu, kejadian muka dadu berjumlah 5 adalah
 - $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$
 - $\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$
 - $\{(1, 4), (2, 3)\}$
 - $\{(0, 5), (1, 4), (3, 2)\}$
- Pada 100 kali pelemparan sekeping uang logam, muncul sisi angka sebanyak 67 kali. Frekuensi relatif muncul sisi angka adalah
 - $\frac{67}{100}$
 - $\frac{23}{100}$
 - $\frac{100}{67}$
 - $\frac{100}{23}$
- Dalam sebuah kantong, terdapat 2 kelereng merah, 5 kelereng biru, 4 kelereng hijau, dan 1 kelereng kuning. Peluang terambil kelereng biru adalah
 - $\frac{5}{12}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{6}$
- Seorang pedagang di suatu pasar mendapat kiriman telur sebanyak 500 butir. Oleh karena kurang hati-hati, 40 telur pecah. Jika sebutir telur diambil secara acak, peluang terambilnya telur pecah adalah
 - $\frac{12}{23}$
 - $\frac{20}{23}$
 - $\frac{2}{23}$
 - $\frac{2}{12}$
- Dari soal nomor 7, peluang terambilnya telur yang tidak pecah adalah
 - $\frac{20}{23}$
 - $\frac{21}{23}$
 - $\frac{12}{23}$
 - $\frac{2}{23}$
- Peluang munculnya gambar dan gambar pada pelemparan dua keping uang logam adalah
 - 1
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{4}$
- Tiga belas kartu diberi nomor 1 sampai dengan 13. Kartu-kartu tersebut dikocok, kemudian diambil 1 kartu secara acak. Peluang terambilnya kartu bernomor genap adalah

- a. 1
- b. 5
- c. $\frac{7}{13}$
- d. $\frac{6}{13}$

11. Dari satu set kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak. Peluang terambil kartu As adalah

- a. $\frac{1}{52}$
- b. $\frac{4}{13}$
- c. $\frac{4}{13}$
- d. $\frac{1}{13}$

12. Dita melemparkan sebuah dadu sebanyak 50 kali. Hasilnya adalah sebagai berikut.

- Muncul muka dadu bertitik 1 sebanyak 8 kali.
- Muncul muka dadu bertitik 2 sebanyak 6 kali.
- Muncul muka dadu bertitik 3 sebanyak 6 kali.
- Muncul muka dadu bertitik 4 sebanyak 10 kali.
- Muncul muka dadu bertitik 5 sebanyak 12 kali.
- Muncul muka dadu bertitik 6 sebanyak 8 kali.

Pernyataan berikut yang benar adalah

- a. Frekuensi relatif muka dadu bertitik 1 adalah $\frac{4}{25}$
- b. Frekuensi relatif muka dadu bertitik 3 adalah $\frac{4}{25}$
- c. Frekuensi relatif muka dadu bertitik 4 adalah $\frac{4}{25}$
- d. Frekuensi relatif muka dadu bertitik 6 adalah $\frac{1}{5}$

13. Sebuah wadah berisi 15 kancing merah, 12 kancing hijau, dan 13 kancing putih. Jika satu kancing akan diambil secara acak, peluang terambil kancing yang bukan berwarna putih adalah

- a. $\frac{3}{8}$
- b. $\frac{3}{10}$
- c. $\frac{27}{40}$
- d. $\frac{5}{8}$

14. Peluang Deva untuk menjadi juara kelas adalah 0,73. Peluang Deva tidak menjadi juara kelas adalah

- a. 0,27
- b. 0,43
- c. 0,13
- d. 0,4

15. Ade melemparkan dua buah dadu secara bersamaan. Peluang muncul muka dadu bertitik genap pada dadu pertama dan muka dadu bertitik ganjil pada dadu kedua adalah

- a. $\frac{1}{2}$
- b. $\frac{1}{3}$
- c. $\frac{1}{4}$
- d. $\frac{1}{5}$

16. Sebuah dadu dilemparkan sebanyak 180 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu kurang dari 6 adalah

- a. 60
- b. 90
- c. 120
- d. 150

17. Tiga keping uang logam yang sama dilemparkan secara bersamaan sebanyak 80 kali. Frekuensi harapan ketiganya muncul sisi angka adalah

- a. 5
- b. 10
- c. 20
- d. 40

18. Dari seperangkat kartu dilakukan pengambilan secara acak sebanyak 260 kali. Jika setiap kartu yang diambil kemudian dikembalikan, frekuensi harapan terambil kartu As adalah
- 5 kali
 - 20 kali
 - 40 kali
 - 60 kali
19. Frekuensi harapan munculnya mata dadu bilangan ganjil pada percobaan pelemparan sebuah dadu sebanyak 300 kali adalah
- 75 kali
 - 100 kali
 - 150 kali
 - 200 kali
20. Dari 62 kali pelemparan dadu, frekuensi harapan munculnya mata dadu faktor dari 6 adalah ... kali.
- 10
 - 20
 - 30
 - 40

B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

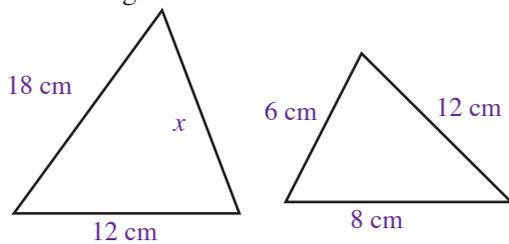
- Dari 1 pak kartu bridge, diambil satu kartu secara acak. Tentukan peluang terambilnya
 - kartu king,
 - kartu berwarna hitam.
- Dalam sebuah kantong terdapat 15 kaleng merah, 12 kelereng putih, 17 kelereng biru, dan 10 kelereng kuning. Jika satu bola diambil secara acak, kemudian dikembalikan lagi, tentukan peluang terambilnya bola berwarna
 - merah,
 - biru,
 - kuning,
 - bukan putih,
 - bukan merah.
- Pada pelemparan dua buah dadu, tentukan peluang munculnya muka dadu
 - berjumlah 8,
 - berjumlah lebih dari 7.
- Sekeping uang logam dilemparkan sebanyak 80 kali. Hasilnya adalah muncul sisi angka sebanyak 35 kali dan muncul sisi gambar sebanyak 45 kali. Tentukan frekuensi harapan muncul sisi gambar dan sisi angka.
- Diketahui bahwa peluang seorang anak lulus ujian adalah 0,85. Berapa orangkah di antara 500 anak yang diperkirakan akan lulus ujian?

Uji Kompetensi Semester 1

Pilihlah satu jawaban yang benar.

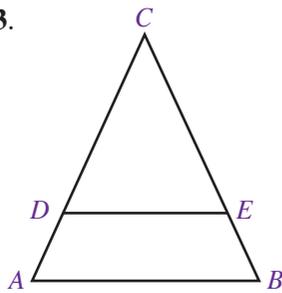
1. Berikut adalah ukuran panjang sisi-sisi segitiga yang sebangun dengan segitiga berisi 3 cm, 4 cm, dan 5 cm, *kecuali*
- 9 cm, 12 cm, dan 15 cm
 - 1,5 cm, 2 cm, dan 2,5 cm
 - 6 cm, 12 cm dan 10 cm
 - 4,5 cm, 6 cm, dan 7,5 cm

2. Perhatikan gambar berikut.



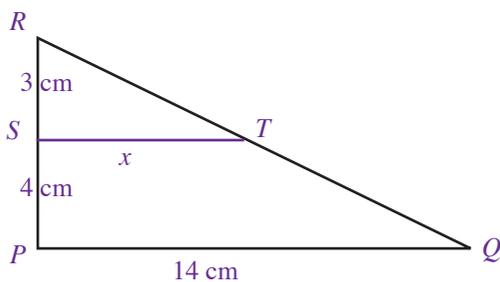
Nilai x sama dengan

- 9 cm
 - 12 cm
 - 15 cm
 - 16 cm
3. Pada gambar di samping, $AB = 20$ cm, $DE = 15$ cm, dan $CD = 24$ cm. Panjang CA adalah ... cm.



- 32
- 42
- 56
- 60

4. Perhatikan gambar berikut.



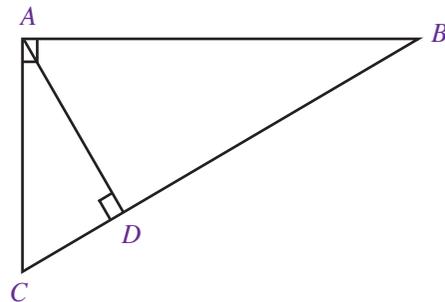
Panjang ST adalah ... cm.

- 12
- 6
- 4
- 3

5. Jika $\triangle ABC \sim \triangle PQR$, hubungan yang benar adalah

- $-A = -R, -B = -P, -C = -Q$
- $-A = -P, -B = -Q, -C = -R$
- $-A = -Q, -C = -P, -B = -R$
- $-A = -Q, -B = -P, -C = -B$

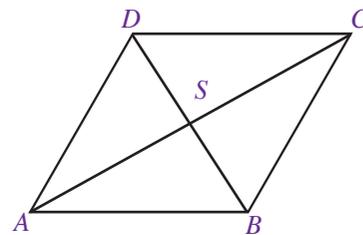
6.



Pada gambar di atas, $\triangle ABC$ siku-siku di A dan $AD \perp CD$, Jika $AC = 12$ cm dan $BC = 16$ cm, panjang sisi CD adalah

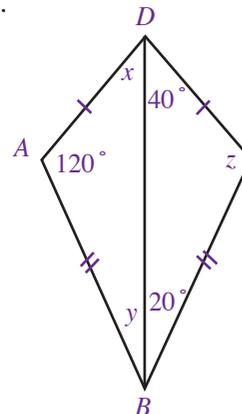
- 9 cm
- 8 cm
- 6 cm
- 4 cm

7. Pasangan segitiga yang kongruen pada jajargenjang $ABCD$ adalah



- $\triangle ADS$ dan $\triangle SDC$
- $\triangle ADS$ dan $\triangle ABS$
- $\triangle ABD$ dan $\triangle CDB$
- $\triangle ABD$ dan $\triangle ABC$

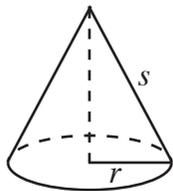
8.



Pada gambar di samping, nilai $2x - 3y + z = \dots$

- 60°
- 80°
- 140°
- 180°

9. Pernyataan yang benar mengenai tabung adalah
- mempunyai 2 buah sisi
 - mempunyai 3 titik sudut
 - jari-jari lingkaran alas sama dengan jari-jari lingkaran atas
 - merupakan prisma segibanyak beraturan yang sisi alasnya berbentuk segiempat
10. Diketahui sebuah tabung memiliki tinggi 15 cm dan jari-jari alasnya 7 cm. Luas permukaan tabung tersebut adalah
- 968 cm^2
 - 1.452 cm^2
 - 1.936 cm^2
 - 1.980 cm^2
11. Tinggi suatu kaleng yang berbentuk tabung yang berisi minyak sebanyak 314 dm^3 dan berdiameter 10 dm adalah
- 25 cm
 - 30 cm
 - 35 cm
 - 40 cm
12. Luas selimut kerucut pada gambar berikut adalah



- pr
 - pr^2s
 - $2prs$
 - $2pr^2s$
13. Diketahui sebuah kerucut dengan tinggi 8 cm dan jari-jari alasnya 6 cm. Luas seluruh permukaan kerucut tersebut adalah
- $301,44 \text{ cm}^2$
 - $188,40 \text{ cm}^2$
 - $113,04 \text{ cm}^2$
 - $100,48 \text{ cm}^2$
14. Volume kerucut yang jari-jarinya 8 cm dan garis pelukisnya 17 cm adalah ... cm.
- 2.009,6
 - 1.004,8
 - 912,03
 - 669,87
15. Luas permukaan bola yang berdiameter 21 cm adalah
- 264 cm^2
 - 462 cm^2
 - 1.386 cm^2
 - 4.851 cm^2

16. Sebuah bola volumenya $904,32 \text{ dm}^3$. Jari-jari bola tersebut adalah
- 9 cm
 - 8 cm
 - 7 cm
 - 6 cm
17. Diketahui panjang jari-jari sebuah bola sama dengan panjang jari-jari sebuah tabung yaitu 5 cm. Jika tinggi tabung adalah 8 cm, perbandingan volume bola dan volume tabung adalah
- 2 : 3
 - 3 : 4
 - 4 : 5
 - 5 : 6
18. Yang termasuk data kuantitatif adalah sebagai berikut, *kecuali*
- ukuran lingkar pinggang seorang siswa
 - rasa manisan kolong kaling
 - komet Halley muncul setiap 76 tahun sekali
 - jarak bumi-bulan adalah $3,82 \times 10^8 \text{ m}$
19. Petugas Departemen Pendidikan Nasional melakukan penelitian mengenai tingkat kelulusan siswa kelas IX di Bali. Sampel untuk penelitian tersebut adalah
- siswa SMP negeri di Bali
 - siswa SMP swasta di Bali
 - siswa beberapa SMP negeri dan swasta di Bali
 - seluruh siswa SMP di Bali
20. Perhatikan diagram batang berikut.

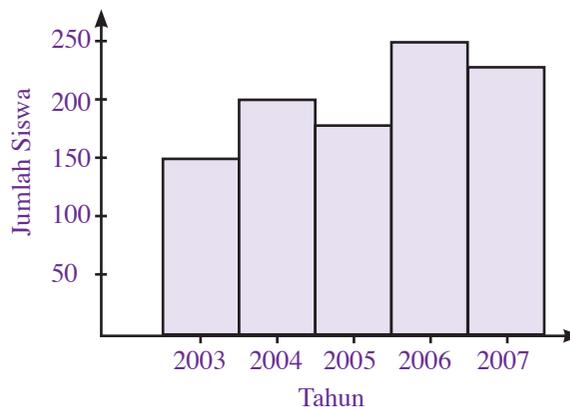


Diagram batang tersebut menunjukkan jumlah penerimaan siswa baru di SMP Nusantara dari tahun 2003 sampai dengan tahun 2007. Kenaikan jumlah siswa terbesar terjadi pada tahun

- 2004
- 2005
- 2006
- 2007

21. Nilai ulangan Matematika 14 siswa adalah sebagai berikut.

4, 5, 5, 6, 7, 8, 7, 6, 9, 7, 5, 9, 8, 7

Banyak siswa yang mendapat nilai di bawah rata-rata adalah

- a. 4 orang
- b. 5 orang
- c. 6 orang
- d. 7 orang

22. Diberikan sekumpulan data sebagai berikut.

1 4 3 5 2 4 3 5 2 6

2 4 1 3 4 3 5 4 1 6

Modus data tersebut adalah

- a. 2,5
- b. 3,5
- c. 4,0
- d. 5,0

23. Perhatikan tabel distribusi frekuensi berikut.

| Nilai | Frekuensi |
|-------|-----------|
| 4 | 2 |
| 5 | 2 |
| 6 | 6 |
| 7 | 10 |
| 8 | 5 |
| 9 | 4 |
| 10 | 1 |

Median data tersebut adalah

- a. 6,5
- b. 6
- c. 5,5
- d. 5

24. Nilai rata-rata ujian Bahasa Indonesia 26 siswa Kelas IX adalah 55. Jika seorang siswa yang mendapat nilai 80 tidak dimasukkan ke dalam perhitungan tersebut, nilai rata-rata ujian yang baru adalah

- a. 54
- b. 53
- c. 52
- d. 51

25. Diketahui sekumpulan data sebagai berikut.

10 18 32 14 20 18 30 32 25 28

Pernyataan yang benar adalah

- a. jangkauan = 20
- b. $Q_1 = 16$
- c. $Q_2 = 25$
- d. $Q_3 = 30$

26. Jika tiga keping uang logam dilemparkan sekaligus, jumlah kejadian yang mungkin terjadi seluruhnya sebanyak

- a. 5 kejadian
- b. 6 kejadian
- c. 7 kejadian
- d. 8 kejadian

27. Sekeping uang logam dilemparkan 200 kali. Ternyata, muncul sisi gambar sebanyak 155 kali. Frekuensi relatifnya adalah

a. $\frac{31}{60}$ c. $\frac{29}{30}$

b. $\frac{37}{60}$ d. $\frac{23}{30}$

28. Dari satu set kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak. Peluang terambil kartu keriting adalah

a. $\frac{1}{52}$ c. $\frac{1}{13}$

b. $\frac{13}{52}$ d. $\frac{4}{13}$

29. Sebuah kantong berisi 14 kelereng hitam, 12 kelereng putih, dan 22 kelereng biru. Jika sebuah kelereng diambil secara acak, peluang terambil kelereng putih adalah

a. $\frac{7}{24}$

b. $\frac{11}{24}$

c. $\frac{1}{4}$

d. $\frac{3}{4}$

30. Dari 50 siswa, terdapat 30 orang yang gemar lagu pop, 25 orang gemar lagu-lagu dangdut, 10 orang gemar keduanya, dan 5 orang tidak gemar keduanya. Jika dipanggil satu orang secara acak sebanyak 100 kali, harapan terampil kelompok siswa yang hanya gemar lagu-lagu dangdut adalah

- a. 15 kali
- b. 25 kali
- c. 30 kali
- d. 50 kali

Bab 5



Sumber: www.h5.dion.ne.jp

Pangkat Tak Sebenarnya

Di Kelas VII, kamu telah mempelajari bilangan berpangkat positif. Pada bab ini, materi tersebut akan dibahas lebih dalam dan dikembangkan sampai dengan bilangan berpangkat negatif, nol, dan pecahan.

Dalam kehidupan sehari-hari, perhitungan bilangan berpangkat banyak digunakan. Contohnya sebagai berikut. Frekuensi gelombang televisi 10^{56} putaran per detik. Jika besar frekuensi sinar X 10.000 kali frekuensi gelombang televisi, berapa besar frekuensi sinar X?

Untuk menjawabnya, kamu dapat menggunakan alat pengukur besar frekuensi suatu gelombang, yaitu osiloskop. Secara matematis, besar frekuensi sinar X dapat ditentukan menggunakan sifat perkalian bilangan berpangkat yang akan dibahas pada bab ini. Oleh karena itu, pelajilah bab ini dengan baik.

- A. **Bilangan Berpangkat Bulat**
- B. **Bentuk Akar dan Pangkat Pecahan**



Uji Kompetensi Awal

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakan soal-soal berikut.

- Tentukan nilai p .
 - $2 + (-5) = p$
 - $-4 - p = -2$
 - $p + 8 = 10$
- Tuliskan dalam bentuk pangkat.
 - $2 \times 2 \times 2$
 - $(-5) \times (-5)$
 - $q \times q \times q \times q$
- Tentukan nilai dari:
 - 3^2
 - 4^3
 - $(-2)^4$
- Tentukan nilai dari:
 - $2^2 + 2^3$
 - $3^2 - (-2)^2$
 - $5^2 + 4^3$
- Tentukan nilai dari:
 - $\sqrt{36}$
 - $\sqrt{100}$
 - $\sqrt[3]{64}$

A. Bilangan Berpangkat Bulat

Di Kelas VII, kamu telah mempelajari bilangan berpangkat bulat positif. Sekarang, materi tersebut akan dikembangkan sampai bilangan berpangkat bulat negatif dan nol.

1. Bilangan Berpangkat Bulat Positif

Ketika mempelajari operasi perkalian, kamu pasti pernah menemukan bentuk-bentuk perkalian seperti berikut.

$$7 \times 7,$$

$$5 \times 5 \times 5,$$

$$(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4),$$

$$(0,5) \times (0,5) \times (0,5) \times (0,5) \times (0,5), \text{ dan lain-lain.}$$

Bentuk-bentuk perkalian berulang tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat.

7×7 ditulis 7^2 dibaca *tujuh pangkat dua* atau *tujuh kuadrat*.

$5 \times 5 \times 5$ ditulis 5^3 dibaca *lima pangkat tiga*.

$(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$ ditulis $(-4)^4$ dibaca *negatif empat pangkat empat*.

$(0,5) \times (0,5) \times (0,5) \times (0,5) \times (0,5)$ ditulis $(0,5)^5$ dibaca *nol koma lima pangkat lima*.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa bilangan berpangkat merupakan bentuk sederhana dari perkalian berulang dan memperjelas definisi bilangan berpangkat berikut.

Definisi 5.1

Jika $a \in R$ (bilangan real) dan n adalah bilangan bulat maka bilangan a^n (dibaca a pangkat n) didefinisikan sebagai perkalian berulang a sebanyak n kali (faktor).

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

a^n disebut bilangan berpangkat, a disebut bilangan pokok, dan n disebut pangkat (eksponen).

Contoh Soal 5.1

Nyatakan bilangan-bilangan berpangkat berikut dalam perkalian berulang, kemudian hitunglah.

- a. 2^5 d. $(0,5)^4$
b. $(-3)^2$ e. $(-4)^3$

Jawab:

- a. $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
b. $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
c. $(0,5)^4 = (0,5) \times (0,5) \times (0,5) \times (0,5) = 0,0625$
d. $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$ ■

Contoh Soal 5.2

Sebuah kubus panjang rusuknya 8 cm. Tentukan volume kubus tersebut.

Jawab :

Diketahui : sebuah kubus dengan panjang rusuk (r) = 8 cm.

Ditanyakan: volume kubus

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} V &= r^3 \\ &= (8 \text{ cm})^3 \\ &= 8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 512 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Jadi, volume kubus 512 cm^3 ■

Sudut Tekno 1+2

Perhitungan bilangan berpangkat dapat dilakukan dengan menggunakan kalkulator scientific. Misalnya, kamu diminta untuk menghitung 2^4 . Untuk menjawabnya, tekan tombol **2** **x^y** **4** **=** pada kalkulator. Hasil yang akan kamu peroleh pada layar adalah 16.



2. Sifat-Sifat Operasi Bilangan Berpangkat

a. Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Sifat perkalian bilangan berpangkat telah kamu pelajari di Kelas VII. Masih ingatkah kamu mengenai materi tersebut? Coba kamu jelaskan dengan kata-katamu sendiri.

$$\begin{aligned} \text{Misalnya, } 4^2 \times 4^3 &= (\underbrace{4 \times 4}_{2 \text{ faktor}}) \times (\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{3 \text{ faktor}}) \\ &= \underbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}_{(2+3) \text{ faktor}} \\ &= 4^{2+3} \\ &= 4^5 \end{aligned}$$

Jadi, $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$.

Untuk perkalian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama, berlaku sifat berikut ■

Sifat 5.1

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

dengan a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif.

Agar kamu lebih memahami Sifat 5.1, pelajarilah contoh soal berikut.

Cerdas Berpikir

Jika $a^m \times a^n = a^{m+n}$, tentukan nilai $a^m \times a^n$ yang mungkin dari:

a. $a^{m+n} = 4^{10}$

b. $a^{m+n} = (-12)^7$

Contoh Soal 5.3

Sederhanakan bentuk-bentuk perkalian berikut.

- a. $6^3 \times 6^4$ c. $5^2 \times 3^3 \times 2$
 b. $(-4) \times (-4)^2$ d. $7a^3 \times b^4 \times 3a^2 \times b$

Jawab:

a. $6^3 \times 6^4 = 6^{3+4} = 6^7$

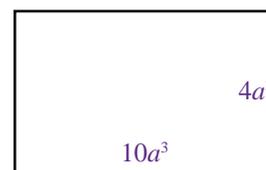
b. $(-4) \times (-4)^2 = (-4)^{1+2} = (-4)^3$

c. Oleh karena bilangan pokoknya tidak sama, perkalian $5^2 \times 3^3 \times 2$ tidak dapat disederhanakan.

d. $7a^3 \times b^4 \times 3a^2 \times b = 7a^3 \times 3a^2 \times b^4 \times b$
 $= 21a^{3+2} b^{4+1}$
 $= 21a^5 b^5$

Contoh Soal 5.4

Sebuah persegi panjang memiliki ukuran panjang dan lebar berturut-turut $10a^3$ dan $4a^3$. Tentukan luas persegi panjang tersebut.



Jawab:

Diketahui: sebuah persegi panjang dengan $p = 10a^3$ dan $l = 4a^3$

Ditanyakan: luas persegi panjang

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} L &= p \times l \\ &= 10a^3 \times 4a^3 \\ &= 40a^{3+3} \\ &= 40a^6 \end{aligned}$$

Jadi, luas persegi panjang tersebut adalah $40a^6$ ■

b. Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Selain sifat perkalian bilangan berpangkat, sifat pembagian bilangan berpangkat juga telah kamu pelajari. Coba ingat kembali materi tersebut dan jelaskan dengan kata-katamu sendiri.

$$\begin{aligned} \text{Misalnya, } \frac{5^6}{5^4} &= \frac{\overbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}^{6 \text{ faktor}}}{\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{4 \text{ faktor}}} \\ &= \underbrace{5 \times 5}_{2 \text{ faktor}} \\ &= 5^{6-4} \\ &= 5^2 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2.$$

Sifat 5.2

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

dengan a bilangan real yang tidak nol dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m > n$.

Contoh Soal 5.5

Sederhanakan pembagian-pembagian berikut.

a. $\frac{6^{12}}{6^{10}}$

c. $\frac{9^3}{6^2}$

e. $24a^8 : 12a^3$

b. $\frac{(-7)^8}{(-7)^3}$

d. $\frac{(-3)^4 \times (-3)^3}{(-3)^2}$

f. $\frac{30p^8 \times 4q^4}{5p^7 \times 4q^3}$

Jawab:

a. $\frac{6^{12}}{6^{10}} = 6^{12-10} = 6^2$

b. $\frac{(-7)^8}{(-7)^3} = (-7)^{8-3} = (-7)^5$

c. Oleh karena bilangan pokoknya tidak sama, pembagian $\frac{9^3}{6^2}$ tidak dapat disederhanakan.

d. $\frac{(-3)^4 \times (-3)^3}{(-3)^2} = \frac{(-3)^{4+3}}{(-3)^2} = \frac{(-3)^7}{(-3)^2} = (-3)^{7-2} = (-3)^5$

e. $24a^8 : 12a^3 = \frac{24a^8}{12a^3} = 2a^{8-3} = 2a^5$

f. $\frac{30p^8 \times 4q^4}{5p^7 \times 4q^3} = \frac{120p^8q^4}{20p^7q^3} = 6p^{8-7}q^{4-3} = 6pq$

C. Sifat Perpangkatan Bilangan Berpangkat

Masih ingatkah sifat perpangkatan bilangan berpangkat yang telah kamu pelajari? Coba jelaskan kembali olehmu.

$$\begin{aligned} \text{Misalnya, } (2^2)^3 &= \underbrace{(2^2) \times (2^2) \times (2^2)}_{3 \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ faktor}} \times \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ faktor}} \times \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{(3 \times 2) \text{ faktor}} \end{aligned}$$

Jadi, $(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^{3 \times 2}$.

Sifat 5.3

$$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m}$$

dengan a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif.

Coba kamu pelajari contoh soal berikut.

Contoh Soal 5.6

Sederhanakan perpangkatan-perpangkatan berikut.

- $(5^4)^2$
- $(-6^3)^5$
- $\frac{2^5 \times (2^3)^2}{2^4}$
- $\frac{(-3)^8 \times (-3)^2}{((-3)^3)^4 \times (-3)}$

Jawab:

a. $(5^4)^2 = 5^{4 \times 2} = 5^8$

b. $(-6^3)^5 = (-6)^{3 \times 5} = (-6)^{15}$

c.
$$\begin{aligned} \frac{2^5 \times (2^3)^2}{2^4} &= \frac{2^5 \times 2^6}{2^4} \\ &= \frac{2^{5+6}}{2^4} \\ &= \frac{2^{11}}{2^4} \\ &= 2^{11-4} \\ &= 2^7 \end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned} \frac{(-3)^8 \times (-3)^2}{((-3)^3)^4 \times (-3)} &= \frac{(-3)^8 \times (-3)^{2 \times 7}}{(-3)^{3 \times 4} \times (-3)} \\ &= \frac{(-3)^8 \times (-3)^{14}}{(-3)^{12} \times (-3)} \\ &= \frac{(-3)^{8+14}}{(-3)^{12+1}} = \frac{(-3)^{22}}{(-3)^{13}} = (-3)^{22-13} = (-3)^9 \blacksquare \end{aligned}$$

d. Sifat Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Berpangkat

Pelajari penjumlahan bilangan berpangkat berikut.

- $$\begin{aligned} 2^4 + 2^6 &= 2^4 + 2^{4+2} \\ &= 2^4 + 2^4 \cdot 2^2 && \text{(menggunakan Sifat 5.1)} \\ &= 2^4 (1 + 2^2) && \text{(menggunakan sifat distributif)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2. \quad (-5)^6 + (-5)^9 &= (-5)^6 + (-5)^{6+3} \\
&= (-5)^6 + (-5)^6 \cdot (-5)^3 && \text{(menggunakan Sifat 5.1)} \\
&= (-5)^6 (1 + (-5)^3) && \text{(menggunakan sifat distributif)}
\end{aligned}$$

Kedua contoh tersebut memperjelas sifat penjumlahan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama, yaitu sebagai berikut.

Sifat 5.4

$$a^n + a^m = a^n (1 + a^{m-n})$$

dengan a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m \geq n$.

Jika Tugas 5.1 kamu kerjakan dengan benar, diperoleh sifat pengurangan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama, yaitu sebagai berikut.

Sifat 5.5

$$a^m - a^n = a^n (1 - a^{m-n}) \text{ atau } a^m - a^n = a^n (a^{m-n} - 1)$$

dengan a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m \geq n$.

Agar kamu lebih memahami Sifat 5.4 dan 5.5, pelajaryliah contoh soal berikut.

Contoh Soal 5.7

Sederhanakanlah penjumlahan dan pengurangan berikut.

- a. $(-8)^3 + (-8)^5$ c. $a^4 + a^8$
b. $7^7 - 7^3$ d. $b^{10} - b^7$

Jawab:

$$\begin{aligned}
a. \quad (-8)^3 + (-8)^5 &= (-8)^3 + (-8)^{3+2} \\
&= (-8)^3 + (-8)^3 \cdot (-8)^2 \\
&= (-8)^3 (1 + (-8)^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b. \quad 7^7 - 7^3 &= 7^{4+3} - 7^3 \\
&= 7^4 \cdot 7^3 - 7^3 \\
&= 7^3 (7^4 - 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c. \quad a^5 + a^6 &= a^5 + a^{5+1} \\
&= a^5 + a^5 \cdot a \\
&= a^5 (1 + a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d. \quad b^{12} - b^8 &= b^{8+4} - b^8 \\
&= b^8 \cdot b^4 - b^8 \\
&= b^8 (b^4 - 1)
\end{aligned}$$

2. Bilangan Berpangkat Bulat Negatif dan Nol

Pada bagian A.1, kamu telah mempelajari bahwa bilangan berpangkat merupakan bentuk sederhana dari perkalian berulang. Misalnya, 2^3 merupakan bentuk sederhana dari $2 \times 2 \times 2$. Sekarang, bagaimana cara menguraikan 2^{-3} dan 2^0 ? Untuk menjawabnya, pelajaryliah uraian berikut dengan baik.

Tugas 5.1

Diskusikan dengan teman sebangkumu, bagaimana sifat pengurangan bilangan berpangkat yang memiliki bilangan pokok yang sama. Laporkan hasilnya di depan kelas.

a. Bilangan Berpangkat Bulat Negatif

Amatilah Sifat 5.2. Untuk a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m > n$, berlaku

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Apa yang terjadi jika $m < n$? Jika $m < n$ maka $m - n$ merupakan bilangan bulat negatif. Pelajari pembagian bilangan berpangkat berikut.

$$\frac{2^2}{2^4} = \frac{2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2} \quad \dots \text{(i)}$$

$$\frac{2^2}{2^4} = 2^{2-4} = 2^{-2} \quad \dots \text{(ii)}$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh bahwa $\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$. Sekarang, coba kamu selesaikan pembagian bilangan berpangkat berikut dengan kedua cara di atas.

$$\frac{3^3}{3^8} = \dots$$

$$\frac{7^{11}}{7^{12}} = \dots$$

Jika kamu dapat menyelesaikan kedua soal tersebut dengan benar, akan memperjelas definisi bilangan berpangkat bulat negatif, yaitu sebagai berikut.

Definisi 5.2

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

dengan a bilangan real, $a \neq 0$, dan n

Dengan menggunakan Definisi 5.2, kamu dapat mengubah bilangan berpangkat bulat negatif ke dalam bilangan bulat positif dan sebaliknya.

Contoh Soal 5.8

- Tuliskan dalam bentuk pangkat positif.
 - 3^{-5}
 - $(-8)^{-4}$
 - a^{-2}
- Tuliskan dalam bentuk pangkat negatif.
 - $\frac{1}{7^2}$
 - $\frac{1}{2^6}$
 - $\frac{1}{a^9}$

Jawab:

$$1. \quad \text{a. } 3^{-5} = \frac{1}{3^5} \quad \text{b. } (-8)^{-4} = \frac{1}{(-8)^4} \quad \text{c. } \frac{1}{a^2}$$

$$2. \quad \text{a. } \frac{1}{7^2} = 7^{-2} \quad \text{b. } \frac{1}{2^6} = 2^{-6} \quad \text{c. } \frac{1}{a^9} = a^{-9}$$

Sekilas Matematika



Sumber: www.bnd.com.au

Panjang gelombang sinar infra merah berkisar antara satu milimeter dan 750 nanometer. Satu nanometer (1nm) adalah satu per satu miliar meter. Jika dilambangkan dengan bilangan, satu nanometer ditulis

$$1 \text{ nm} = \frac{1}{1.000.000.000} \text{ m}$$

$$= 10^{-9} \text{ m}$$

Sumber: Ensiklopedia Iptek, Ensiklopedia Sains untuk Pelajar dan Umum, 2007

Sifat-sifat operasi bilangan berpangkat positif berlaku juga untuk bilangan berpangkat negatif dengan a, b bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif.

b. Bilangan Berpangkat Nol

Perhatikan kembali bentuk berikut.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Jika pada bentuk tersebut nilai m sama dengan nilai n maka $m - n = 0$ dan a^{m-n} merupakan bilangan berpangkat nol.

Pelajari pembagian bilangan berpangkat berikut.

$$3^2 : 3^2 = \frac{3 \times 3}{3 \times 3} = \frac{9}{9} = 1 \quad \dots(i)$$

$$3^2 : 3^2 = \frac{3^2}{3^2} = 3^{2-2} = 3^0 \quad \dots(ii)$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh bahwa $1 = 3^0$. Sekarang, coba kamu selesaikan pembagian bilangan berpangkat berikut dengan kedua cara di atas.

$$\frac{2^4}{2^4} = \dots$$

$$\frac{(-4)^7}{(-4)^7} = \dots$$

Jika kamu dapat menyelesaikan kedua soal tersebut dengan benar, akan memperjelas definisi bilangan berpangkat nol, yaitu sebagai berikut.

Definisi 5.3

$a^0 = 1$
dengan a bilangan real dan $a \neq 0$.

Contoh Soal 5.9

Hitunglah perpangkatan-perpangkatan berikut.

- a. $(5)^0$ c. $(25)^0$
b. $(12)^0$ d. $34a^2 b^0$

Jawab:

- a. $(5)^0 = 1$ c. $(25)^0 = 1$
b. $(12)^0 = 1$ d. $34a^2 b^0 = 34a^2 \cdot 1 = 34a^2$

Sifat-sifat bilangan berpangkat positif dan negatif berlaku juga untuk bilangan berpangkat nol dengan a bilangan real, $a \neq 0$, dan $m - n = 0$.

3. Bilangan Rasional Berpangkat Bulat

a. Bilangan Rasional

Di Kelas VII, kamu telah mempelajari materi bilangan bulat. Setiap bilangan bulat dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan.

Tugas 5.2

Buatlah masing-masing tiga contoh untuk setiap sifat bilangan berpangkat negatif di buku latihanmu. Bandingkan hasilnya dengan temanmu.

Tugas 5.3

Buatlah masing-masing tiga contoh untuk setiap sifat bilangan berpangkat nol di buku latihanmu. Bandingkan hasilnya dengan temanmu.

Tugas 5.4

Selain bilangan rasional, di dalam sistem bilangan juga terdapat bilangan irasional. Carilah informasi mengenai bilangan irasional. Kamu dapat mencarinya di perpustakaan atau internet. Laporkan hasilnya di depan kelas ■

$$\begin{aligned}\text{Misalnya, } 1 &= \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{5}{5} = \frac{7}{7} = \dots \\ 2 &= \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = \dots \\ -5 &= \frac{-5}{1} = \frac{-10}{2} = \frac{-15}{3} = \frac{-25}{5} = \dots\end{aligned}$$

Bilangan-bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk pecahan disebut bilangan rasional.

Uraian tersebut memperjelas definisi bilangan rasional, yaitu sebagai berikut.

Definisi 5.4

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$.

b. Bilangan Rasional Berpangkat Bulat

Pada bagian sebelumnya, kamu telah mempelajari bilangan bulat berpangkat bulat. Sekarang kamu akan mempelajari bilangan rasional berpangkat bulat. Sifat-sifat yang berlaku pada bilangan bulat berpangkat bulat berlaku juga pada bilangan rasional berpangkat bulat. Coba kamu tuliskan dan jelaskan sifat-sifat tersebut dengan kata-katamu.

Contoh Soal 5.10

Hitunglah perpangkatan bilangan rasional berikut.

$$\begin{aligned}\text{a. } \left(\frac{2}{3}\right)^3 & \qquad \text{c. } \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^5 \times \left(\frac{2}{7}\right)^2}{\left(\frac{2}{7}\right)^6} \\ \text{b. } \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^5 & \qquad \text{d. } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6}\end{aligned}$$

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{a. } \left(\frac{2}{3}\right)^3 &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27} \\ \text{b. } \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^5 &= \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^{3+2} \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^3 \left(1 + \left(\frac{4}{5}\right)^2\right)\end{aligned}$$

$$c. \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^5 \times \left(\frac{2}{7}\right)^2}{\left(\frac{2}{7}\right)^6} = \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^{5+2}}{\left(\frac{2}{7}\right)^6} = \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^7}{\left(\frac{2}{7}\right)^6} = \left(\frac{2}{7}\right)^{7-6} = \left(\frac{2}{7}\right)$$

d. Pembagian ini tidak dapat disederhanakan. Mengapa? Jelaskan jawabanmu. ■

Contoh Soal 5.11

1. Tuliskan dalam pangkat positif.

$$a. \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad b. \left(\frac{3}{4}\right)^{-7} \quad c. \left(\frac{a}{b}\right)^{-c}$$

2. Tuliskan dalam pangkat negatif.

$$a. \frac{1}{\left(\frac{7}{9}\right)^5} \quad b. \frac{1}{\left(\frac{5}{6}\right)^2} \quad c. \frac{1}{\left(\frac{p}{q}\right)^r}$$

Jawab:

$$1. \quad a. \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} \quad b. \left(\frac{3}{4}\right)^{-7} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^7} \quad c. \left(\frac{a}{b}\right)^{-c} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^c}$$

$$2. \quad a. \frac{1}{\left(\frac{7}{9}\right)^5} = \left(\frac{7}{9}\right)^{-5} \quad b. \frac{1}{\left(\frac{5}{6}\right)^2} = \left(\frac{5}{6}\right)^{-2} \quad c. \frac{1}{\left(\frac{p}{q}\right)^r} = \left(\frac{p}{q}\right)^{-r}$$

Uji Kompetensi 5.1

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. a. Tuliskan dalam bentuk bilangan berpangkat, kemudian tentukan bilangan pokok dan pangkatnya.

- 1) $4 \times 4 \times 4 \times 4$
- 2) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
- 3) $(-7) \times (-7) \times (-7)$
- 4) $c \times c \times c \times c \times c \times c \times c$
- 5) $(-y) \times (-y) \times (-y) \times (-y) \times (-y)$

b. Tuliskan perpangkatan berikut sebagai perkalian berulang.

- 1) 2^3
- 2) 5^5
- 3) $(-6)^4$
- 4) $2^6 4^2$
- 5) $8^3 a^5$

2. Sederhanakan perkalian berikut.

- a. $2^6 \times 2^7$
- b. $4^3 \times 4^2$
- c. $(-3)^5 \times (-3) \times (-3)^7$
- d. $3^3 \times 4^4 \times 5^5$
- e. $s^6 \times s^7 \times s^9$
- f. $3a^2 \times 3a^3$
- g. $8p^4 \times p$
- h. $9a \times a^2 \times b \times 3b^3$
- i. $a^4 \times b^3 \times c^2 \times d$
- j. $10p \times 2q^2 \times 8p^5$

3. Sebuah balok memiliki panjang $12a$, lebar $4a$, dan tinggi $8a$. Tentukan luas permukaan dan volume balok tersebut dalam a .

4. Sederhanakan pembagian berikut.

a. $\frac{2^4}{2^3}$ f. $\frac{7p \times 8q^8}{5^2 r^4}$

b. $\frac{5^5}{3^5}$ g. $\frac{56a^2}{11}$

c. $\frac{(-5)^7 \times (-5)^8}{(-5)^{10}}$ h. $\frac{100q^{25}}{25q^{17}}$

d. $7^9 : 7^4$ i. $\frac{23b^8 \times 24b^{11}}{46b^{13}}$

e. $\frac{(-3)^{19} \times (-3)^{23}}{(-3)^{25} \times (-3)^7}$ j. $\frac{52k^3 \times 13l^{10}}{4m^{13}}$

5. Sebuah trapesium memiliki luas $54a^2$. Jika panjang sisi sejajarnya berturut-turut adalah $8a$ dan $10a$, tentukan tinggi trapesium tersebut dalam a .

6. Sederhanakan perpangkatan berikut.

a. $(2^3)^2$

b. $((-5)^4)^6$

c. $(3^3)^5 \times (3^2)^7$

d. $\frac{((-8)^4) \times ((-8)^3)^4}{(-8)^9}$

e. $(9^{10})^9 : (9^7)^8$

f. $(m^{18})^2 : (n^6)^4$

g. $\frac{((-4)^3)^6 : ((-4)^2)^4}{(-4)}$

h. $\frac{(19^2)^8 : (p^5)^{11}}{(19^4) \times (p^7)}$

7. Sebuah tabung memiliki jari-jari $7b^3$. Jika tinggi tabung tersebut $15b^3$, nyatakan volume tabung dalam p dan p .

8. Sederhanakan bentuk penjumlahan dan pengurangan bilangan berpangkat berikut.

a. $3^2 + 3^6$

b. $5^5 + 5^{12}$

c. $(-11)^{11} + (-11)^{25}$

d. $p^9 + p^8$

e. $9^9 + 9^7$

f. $(-23)^{20} - (-23)^{13}$

g. $15^{17} - 15^{11}$

h. $(-a)^{28} - (-a)^{18}$

9. a. Tuliskan bentuk-bentuk berikut dalam bentuk pangkat positif, kemudian sederhanakan.

1) 7^{-3}

2) 4^{-2}

3) $(-5)^{-5}$

4) $8^{-3} \times 17^{-5}$

5) $20p^{-5} : 10p^{-25}$

b. Tuliskan bentuk-bentuk berikut dalam bentuk pangkat negatif, kemudian sederhanakan.

1) $\frac{1}{8}$

2) $\frac{1}{(-4)^2}$

3) $\frac{1}{9^6}$

4) $\frac{1}{11^2} \times \frac{1}{11^{12}}$

5) $\frac{p^{11} \times p^{13}}{p^9 \times p^3}$

c. Hitung nilai pangkat berikut.

1) 6^0

2) 13^0

3) $(-20)^0$

4) $5p^0 \times 12q^0$

5) $\frac{15r^0}{35^0 t^0}$

10. a. Sederhanakan bentuk-bentuk berikut dengan menggunakan sifat bilangan berpangkat.

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^9$

2) $\left(-\frac{6}{7}\right)^{12} \times \left(-\frac{6}{7}\right)^{10}$

3) $\frac{\left(\frac{4}{5}\right)^{11}}{\left(\frac{4}{5}\right)^8}$

4) $\frac{\left(-\frac{9}{13}\right)^{23} \times \left(-\frac{9}{13}\right)^{12}}{\left(-\frac{9}{13}\right)^{32}}$

5) $\frac{\left(\left(\frac{12}{25}\right)^2\right)^3 \times \left(\left(\frac{12}{25}\right)^4\right)^3}{\left(\left(\frac{12}{25}\right)^4\right)^4}$

b. Tuliskan dalam bentuk pangkat positif.

1) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$

2) $\left(\frac{7}{19}\right)^{-10}$

3) $\left(-\frac{13}{23}\right)^{-17}$

c. Tuliskan dalam bentuk pangkat negatif.

1) $\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^8}$

2) $\frac{1}{\left(-\frac{17}{20}\right)^6}$

3) $\frac{1}{\left(\frac{25}{26}\right)^{15}}$

B. Bentuk Akar dan Pangkat Pecahan

1. Pengertian Bentuk Akar

Di Kelas VII, kamu telah mempelajari akar kuadrat suatu bilangan. Sekarang, kamu akan mempelajari bentuk akar. Sebelumnya, pelajari perhitungan akar kuadrat bilangan-bilangan berikut.

$$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

Coba kamu tuliskan 5 contoh akar kuadrat bilangan lain di buku latihanmu.

Perhitungan akar kuadrat bilangan-bilangan yang telah kamu pelajari tersebut memenuhi definisi sebagai berikut.

Definisi 5.5

$\sqrt{a^2} = a$ dengan a bilangan real positif.

Sekarang, coba kamu periksa $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, dan $\sqrt{7}$, apakah memenuhi Definisi 5.5 atau tidak? Jika kamu memeriksanya dengan benar maka bentuk-bentuk tersebut tidak memenuhi Definisi 5.4. Akar pangkat suatu bilangan yang tidak memenuhi definisi tersebut dinamakan bentuk akar. Jadi, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, dan $\sqrt{7}$ merupakan bentuk akar karena tidak ada bilangan real positif yang jika dikuadratkan hasilnya sama dengan 3, 5, 6, dan 7.

Contoh Soal 5.12

Manakah yang merupakan bentuk akar? Berikan alasannya.

- a. $\sqrt{64}$ c. $\sqrt{49}$ e. $\sqrt{28}$
b. $\sqrt{40}$ d. $\sqrt{36}$ f. $\sqrt{55}$

Jawab:

- a. $\sqrt{64}$ bukan akar karena $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$.
b. $\sqrt{40}$ adalah bentuk akar karena tidak ada bilangan real positif yang jika dikuadratkan hasilnya sama dengan 40.
c. $\sqrt{49}$ bukan bentuk akar karena $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$.
d. $\sqrt{36}$ bukan bentuk akar karena $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$.
e. $\sqrt{28}$ adalah bentuk akar karena tidak ada bilangan real positif yang jika dikuadratkan hasilnya sama dengan 28.
f. $\sqrt{55}$ adalah bentuk akar. Mengapa? Coba tuliskan alasannya ■



Simbol radikal (akar) " $\sqrt{\quad}$ " dikenalkan pertama kali oleh matematikawan Jerman, Christoff Rudolff, di dalam bukunya *Die Coss*. Simbol tersebut ia pilih karena mirip dengan huruf " r " yang diambil dari kata *radix*, bahasa latin untuk akar pangkat dua.

Sumber: *Finite Mathematics and Its Applications*, 1994

Solusi Matematika



Jika diketahui $\sqrt{2,57} = 1,60$
dan $\sqrt{25,7} = 5,07$ maka nilai
 $\sqrt{2.570}$ adalah

- a. 16 c. 160
b. 50,7 d. 507

Jawab:

Diketahui $\sqrt{2,57} = 1,60$ dan
 $\sqrt{25,7} = 5,07$
 $2.750 = 27,50 \times 100$ sehingga
 $\sqrt{2.570} = \sqrt{25,70 \times 100}$
 $= \sqrt{25,7} \times \sqrt{100}$
 $= 5,07 \times 10$
 $= 50,7$

Jawaban: b
Soal Ebtanas, 2000

2. Sifat-Sifat dan Menyederhanakan Bentuk Akar

Sebuah bentuk akar dapat dituliskan sebagai perkalian dua buah akar pangkat bilangan. Untuk lebih jelasnya, pelajari contoh berikut.

$$\sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Ketiga contoh di atas memperjelas sifat berikut.

Sifat 5.6

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

dengan a dan b bilangan real positif.

Contoh Soal 5.13

Sederhanakan bentuk-bentuk akar berikut.

- a. $\sqrt{12}$ b. $\sqrt{20}$ c. $\sqrt{35}$

Jawab:

a. $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

b. $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

c. $\sqrt{35} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{5} \times \sqrt{7}$

Sekarang, pelajari contoh berikut.

$$\sqrt{\frac{4}{6}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Contoh-contoh tersebut memperjelas sifat berikut.

Sifat 5.7

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

dengan $a \geq 0$ dan $b > 0$.

Contoh Soal 5.14

Sederhanakan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{\frac{2}{16}}$ b. $\sqrt{\frac{9}{10}}$ c. $\sqrt{\frac{81}{100}}$

Jawab :

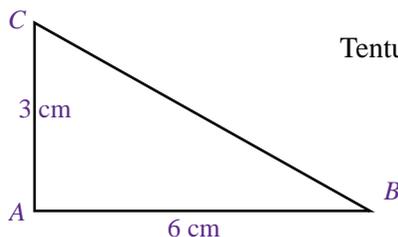
a. $\sqrt{\frac{2}{16}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

b. $\sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$

c. $\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$

Contoh Soal 5.15

Perhatikan gambar berikut.



Tentukan panjang BC.

Jawab:

Diketahui : $AB = 6$ cm dan $AC = 3$ cm

Ditanyakan : Panjang BC

Penyelesaian:

Gunakan Teorema Pythagoras,

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{36 + 9} \\ &= \sqrt{45} \\ &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

Jadi, panjang $BC = 3\sqrt{5}$ cm ■

Solusi Matematika



Hasil dari $\sqrt{0,0625} + 0,02^2$ adalah

- a. 0,029 c. 0,2504
b. 0,065 d. 0,29

Jawab:

$$\begin{aligned} \sqrt{0,0625} &= \sqrt{\frac{625}{10.000}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{10.000}} \\ &= \frac{25}{100} = 0,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (0,02)^2 &= \frac{2^2}{100^2} = \frac{4}{10.000} \\ &= 0,0004 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } \sqrt{0,0625} + (0,02)^2 &= 0,25 + 0,0004 \\ &= 0,2504 \end{aligned}$$

Jawaban: c
Soal UN, 2006

3. Operasi Aljabar pada Bentuk Akar

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Pelajari penjumlahan dan pengurangan bentuk akar berikut.

$$\begin{aligned} \text{i} \quad 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} &= (2 + 3)\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i} \quad 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} &= (7 - 4)\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i} \quad 8\sqrt{7} + 11\sqrt{7} &= (8 + 11)\sqrt{7} \\ &= 19\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i} \quad 23\sqrt{6} - 12\sqrt{6} &= (23 - 12)\sqrt{6} \\ &= 11\sqrt{6} \end{aligned}$$

Contoh-contoh tersebut menggambarkan sifat-sifat berikut.

Sifat 5.8

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$

dengan a, b, c bilangan real dan $c \geq 0$.

Sifat 5.9

$$a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a - b)\sqrt{c}$$

dengan a, b, c bilangan real dan $c \geq 0$.

Problematika

Dapatkan kamu menjumlahkan $5\sqrt{6} + 6\sqrt{5}$? Jelaskan alasannya.

Contoh Soal 5.16

Hitunglah:

a. $4\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$

c. $-5\sqrt{2} + 12\sqrt{8}$

b. $13\sqrt{5} + 29\sqrt{5}$

d. $15\sqrt{7} - 25\sqrt{7}$

Jawab:

a. $4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = (4 + 8)\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

b. $13\sqrt{5} + 29\sqrt{5} = (13 + 29)\sqrt{5} = 42\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{c.} \quad -5\sqrt{2} + 12\sqrt{8} &= -5\sqrt{2} + 12\sqrt{4 \times 2} \\ &= -5\sqrt{2} + 12\sqrt{4} \times \sqrt{2} \\ &= -5\sqrt{2} + 24\sqrt{2} \\ &= (-5 + 24)\sqrt{2} \\ &= 19\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d.} \quad 15\sqrt{7} - 25\sqrt{7} &= (15 - 25)\sqrt{7} \\ &= -10\sqrt{7} \end{aligned}$$

b. Perkalian dan Pembagian

Perhatikan kembali Sifat 5.6. Jika dibalik, sifat tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan perkalian bentuk akar seperti berikut.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{10} = \sqrt{5 \times 10} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3} \times 4\sqrt{7} = 2 \times 4 \times \sqrt{3 \times 7} = 8\sqrt{21}$$

Uraian tersebut menggambarkan sifat perkalian bentuk akar sebagai berikut.

Sifat 5.10

$$p\sqrt{a} \times q\sqrt{b} = pq\sqrt{ab}$$

dengan a, b, p, q bilangan real dengan $a \geq 0$ dan $b \geq 0$.

Sekarang, perhatikan Sifat 5.7. Jika dibalik, sifat tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan pembagian bentuk akar berikut.

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3}{6}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$\frac{8\sqrt{2}}{12\sqrt{3}} = \frac{8}{12} \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Uraian tersebut menggambarkan sifat pembagian bentuk akar sebagai berikut.

Sifat 5.11

$$\frac{p\sqrt{a}}{q\sqrt{b}} = \frac{p}{q} \sqrt{\frac{a}{b}}$$

dengan a, b, p, q bilangan real dengan $a \geq 0$ dan $b \geq 0$.

Contoh Soal 5.17

Tentukan hasil perkalian dan pembagian bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{11} \times \sqrt{5}$

c. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$

b. $8\sqrt{3} \times 24\sqrt{12}$

d. $\frac{10\sqrt{8}}{5\sqrt{2}}$

Jawab :

a. $\sqrt{11} \times \sqrt{5} = \sqrt{11 \times 5} = \sqrt{55}$

b. $8\sqrt{3} \times 24\sqrt{12} = 8\sqrt{3} \times 24\sqrt{4 \times 3}$
 $= 8\sqrt{3} \times 48\sqrt{3}$
 $= 8 \times 48 \times \sqrt{3 \times 3} = 1.152$

Situs Matematika >

www.nimasmultima.co.id
www.geocities.com

$$c. \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}} = \sqrt{\frac{7}{28}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$d. \frac{10\sqrt{8}}{5\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{4 \times 2}}{5\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 4$$

4. Merasionalkan Penyebut Suatu Pecahan

Pada bagian sebelumnya, kamu telah mempelajari bilangan rasional. Masih ingatkah kamu tentang materi tersebut? Coba kamu jelaskan dengan kata-katamu sendiri.

Di dalam matematika, selain bilangan rasional, terdapat bilangan irasional. Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk

$\frac{a}{b}$ dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Contoh bilangan irasional adalah bentuk akar, misalnya $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, dan $\sqrt{5}$. Pecahan yang penyebutnya bentuk akar

juga termasuk bilangan irasional, misalnya $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{2}{\sqrt{5+1}}$, $\frac{3}{10-\sqrt{6}}$, dan lain-lain.

Pada bagian ini, kamu akan mempelajari cara merasionalkan penyebut pecahan-pecahan tersebut. Caranya yaitu dengan mengalikan pembilang dan penyebut pecahan-pecahan tersebut dengan pasangan bentuk akar sekawan penyebutnya. Secara umum, pecahan yang penyebutnya bentuk akar yang

dapat dirasionalkan adalah $\frac{a}{\sqrt{b}}$, $\frac{c}{a \pm \sqrt{b}}$, dan $\frac{c}{\sqrt{a \pm \sqrt{b}}}$ dengan a, b , dan c bilangan real. Untuk lebih jelasnya, pelajari uraian berikut.

a. Merasionalkan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Cara merasionalkan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$ adalah dengan mengalikan pembilang dan penyebut pecahan tersebut dengan bentuk sekawan dari penyebutnya, yaitu :

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} = \frac{a}{b}\sqrt{b}$$

Contoh Soal 5.18

Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut, kemudian sederhanakanlah.

a. $\frac{4}{\sqrt{5}}$

b. $\frac{-6}{\sqrt{7}}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

Jawab:

$$a. \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{4}{5}\sqrt{5}$$

$$b. \frac{-6}{\sqrt{7}} = \frac{-6}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{-6\sqrt{7}}{7} = -\frac{6}{7}\sqrt{7}$$

$$c. \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{18}}{6} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

b. Merasionalkan Bentuk $\frac{c}{a \pm \sqrt{b}}$

Untuk pecahan bentuk $\frac{c}{a \pm \sqrt{b}}$, cara merasionalkannya adalah dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan bentuk sekawan $a \pm \sqrt{b}$. Bentuk sekawan dari $a + \sqrt{b}$ adalah $a - \sqrt{b}$, sedangkan bentuk sekawan dari $a - \sqrt{b}$ adalah $a + \sqrt{b}$.

$$\frac{c}{a + \sqrt{b}} = \frac{c}{a + \sqrt{b}} \cdot \frac{a - \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} = \frac{c(a - \sqrt{b})}{a^2 - a\sqrt{b} + a\sqrt{b} - (\sqrt{b})^2} = \frac{c(a - \sqrt{b})}{a^2 - b}$$

Sekarang, coba kamu rasionalkan bentuk $\frac{c}{a - \sqrt{b}}$ dengan cara yang sama. Bagaimanakah hasilnya ?

Contoh Soal 5.19

Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut.

$$a. \frac{3}{6 + \sqrt{2}}$$

$$b. \frac{-4}{5 - \sqrt{6}}$$

Jawab :

$$a. \frac{3}{6 + \sqrt{2}} = \frac{3}{6 + \sqrt{2}} \cdot \frac{6 - \sqrt{2}}{6 - \sqrt{2}} = \frac{3(6 - \sqrt{2})}{36 - 2} = \frac{3(6 - \sqrt{2})}{34} = \frac{3}{34}(6 - \sqrt{2})$$

$$b. \frac{-4}{5 - \sqrt{6}} = \frac{-4}{5 - \sqrt{6}} \cdot \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} = \frac{-4(5 + \sqrt{6})}{25 - 6} = \frac{-4(5 + \sqrt{6})}{19} = \frac{-4}{19}(5 + \sqrt{6})$$

c. Merasionalkan Bentuk $\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$

Sama seperti dua bentuk sebelumnya, cara merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$ adalah dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan bentuk sekawan dari $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$. Bentuk sekawan dari $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ adalah $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, sedangkan bentuk sekawan dari $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ adalah $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Problematika

Tentukan nilai dari

$$\frac{6}{3+\sqrt{2}} + \frac{3}{2+3\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} &= \frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \\ &= \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{a})(\sqrt{b}) + (\sqrt{a})(\sqrt{b}) - (\sqrt{b})^2} \\ &= \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, rasionalkan $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$. Bagaimanakah hasilnya?

Contoh Soal 5.20

Rasionalkan penyebut pecahan $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$.

Jawab:

$$\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{5 - 2} = \frac{8}{3}(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

5. Bilangan Berpangkat Pecahan

Perhatikan kembali Definisi 5.1. Definisi tersebut menyatakan bahwa bilangan berpangkat a^n didefinisikan sebagai perkalian berulang sebanyak n faktor.

Misalnya, $2^2 = 2 \times 2$. Sekarang, bagaimana dengan $2^{\frac{1}{2}}$? Untuk mengetahui definisi pangkat pecahan, pelajari uraian berikut.

(i) $9^a = 3$. Pernyataan tersebut menyatakan bahwa 9 dipangkatkan a hasilnya sama dengan 3. Berapakah nilai a ?

$$\text{Oleh karena } 9^a = 3 \text{ maka } (3^2)^a = 3$$

$$3^{2a} = 3^1$$

$$\text{Ini berarti } 2a = 1 \text{ atau } a = \frac{1}{2} \text{ sehingga } 9^{\frac{1}{2}} = 3.$$

$$\text{Oleh karena } \sqrt{9} = 3 \text{ maka } \sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}} = 3.$$

(ii) $9^b = 27$. Pernyataan tersebut menyatakan bahwa 9 dipangkatkan b hasilnya sama dengan 27. Berapakah nilai b ?

$$\text{Oleh karena } 9^b = 27 \text{ maka } (3^2)^b = 3^3$$

$$3^{2b} = 3^3$$

$$\text{Ini berarti } 2b = 3 \text{ atau } b = \frac{3}{2} \text{ sehingga } 9^{\frac{3}{2}} = 27.$$

$$\text{Oleh karena } \sqrt[3]{9^2} = 27 \text{ maka } \sqrt[3]{9^2} = 9^{\frac{2}{3}} = 27.$$

Uraian (i) dan (ii) memperjelas definisi bilangan berpangkat pecahan, yaitu sebagai berikut.

Definisi 5.6

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ atau } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

dengan $a \geq 0$ dan m, n bilangan bulat positif.

Sifat-sifat yang berlaku untuk bilangan berpangkat bulat berlaku juga untuk bilangan berpangkat pecahan. Coba kamu tuliskan sifat-sifat tersebut dengan contoh-contohnya di buku latihanmu. Bandingkan hasilnya dengan teman-temanmu.

Contoh Soal 5.21

1. Ubahlah bentuk pangkat pecahan berikut ke bentuk akar.

a. $3^{\frac{1}{2}}$ b. $7^{\frac{3}{2}}$ c. $6^{\frac{7}{2}}$

2. Ubahkan bentuk akar berikut ke bentuk pangkat pecahan.

a. $\sqrt{6}$ b. $\sqrt[3]{9}$ c. $\sqrt[4]{15^2}$

Jawab :

1. a. $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ b. $7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$ c. $6^{\frac{7}{2}} = \sqrt{6^7}$

2. a. $\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$ b. $\sqrt[3]{9} = 9^{\frac{1}{3}}$ c. $\sqrt[4]{15^2} = 15^{\frac{2}{4}} = 15^{\frac{1}{2}}$

Contoh Soal 5.22

Sederhanakan bentuk-bentuk pecahan berikut.

a. $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}$ c. $\left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{4}}$

b. $\frac{5^{\frac{8}{6}}}{5^{\frac{6}{3}}}$ d. $\frac{3^{-\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2}}}{3^{-1}}$

Jawab:

a. $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$

b. $\frac{5^{\frac{8}{6}}}{5^{\frac{6}{3}}} = 5^{\frac{8}{6} - \frac{6}{3}} = 5^{\frac{2}{6}}$

c. $\left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{4}} = 4^{\frac{1}{2} \times \frac{7}{4}} = 4^{\frac{7}{8}}$

d. $\frac{3^{-\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{3}{2}}}{3^{-1}} = \frac{3^{-\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right)}}{3^{-1}} = \frac{3^{-\frac{4}{2}}}{3^{-1}} = 3^{-\frac{4}{2} - (-1)} = 3^{-1}$

Problematika

Tentukan nilai dari

$$\frac{27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}{5^2}$$

Uji Kompetensi 5.2

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Sederhanakan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{32}$ e. $\sqrt{\frac{9}{25}}$

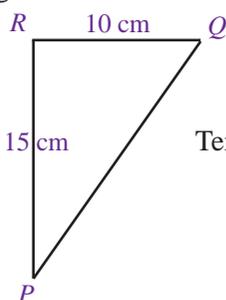
b. $\sqrt{27}$ f. $\sqrt{\frac{48}{125}}$

c. $\sqrt{75}$ g. $\sqrt{\frac{121}{441}}$

d. $\sqrt{245}$ h. $\sqrt{\frac{320}{1.000}}$

2. Sebuah persegi ABCD memiliki panjang sisi a cm. Tentukan panjang diagonal AC dalam a.

3. Diketahui segitiga siku-siku PQR seperti pada gambar berikut.



Tentukan panjang PQ.

4. Tentukanlah hasil penjumlahan dan pengurangan bentuk akar berikut.

a. $11\sqrt{2} + 10\sqrt{2}$ e. $28\sqrt{11} - 10\sqrt{11}$

b. $23\sqrt{6} + 5\sqrt{6}$ f. $7\sqrt{19} - 2\sqrt{19}$

c. $-15\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$ g. $-\sqrt{29} - \sqrt{29}$

d. $\sqrt{5} + 9\sqrt{5}$ h. $-32\sqrt{33} - \sqrt{33}$

5. Tentukan hasil perkalian dan pembagian bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{5} \times \sqrt{2}$ e. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

b. $2\sqrt{13} \times \sqrt{9}$ f. $\frac{\sqrt{20}}{2\sqrt{5}}$

c. $\sqrt{6}(5 + \sqrt{12})$ g. $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$

d. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ h. $\frac{7\sqrt{32}}{6\sqrt{28} \times 7\sqrt{27}}$

6. Sebuah kerucut memiliki jari-jari $5\sqrt{2}$ cm. Jika tinggi kerucut tersebut $18\sqrt{5}$ cm, tentukan volume kerucut tersebut.

7. Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut.

a. $\frac{3}{\sqrt{5}}$ e. $\frac{10}{5 - \sqrt{2}}$

b. $\frac{15}{\sqrt{7}}$ f. $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

c. $\frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{6}}$ g. $\frac{15}{\sqrt{11} - \sqrt{8}}$

d. $\frac{16\sqrt{100}}{1 + \sqrt{32}}$ h. $\frac{2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}$

8. Panjang diagonal sebuah persegi 20 cm. Tentukan panjang sisi persegi tersebut.

9. Ubahlah bentuk akar berikut ke bentuk pangkat pecahan.

a. $\sqrt{3}$ e. $\sqrt{10}$

b. $\sqrt{5^2}$ f. $\sqrt[3]{15^2}$

c. $\sqrt[3]{16^5}$ g. $\sqrt[5]{23}$

d. $\sqrt[4]{12^2}$ h. $\sqrt[6]{40^4}$

10. Sederhanakan bentuk pangkat pecahan berikut.

a. $27^{\frac{1}{3}} \times 27^{\frac{2}{3}}$ e. $(28^2)^{\frac{1}{4}}$

b. $11^{\frac{4}{5}} \times 11^{\frac{6}{7}}$ f. $(19^{\frac{2}{3}})^{\frac{9}{16}}$

c. $\frac{2^{\frac{1}{3}} \times 2^3}{2^{\frac{1}{2}}}$ g. $36^{\frac{1}{2}}$

d. $6^{\frac{9}{11}} : 6^{\frac{7}{11}}$ h. $81^{-\frac{1}{4}}$

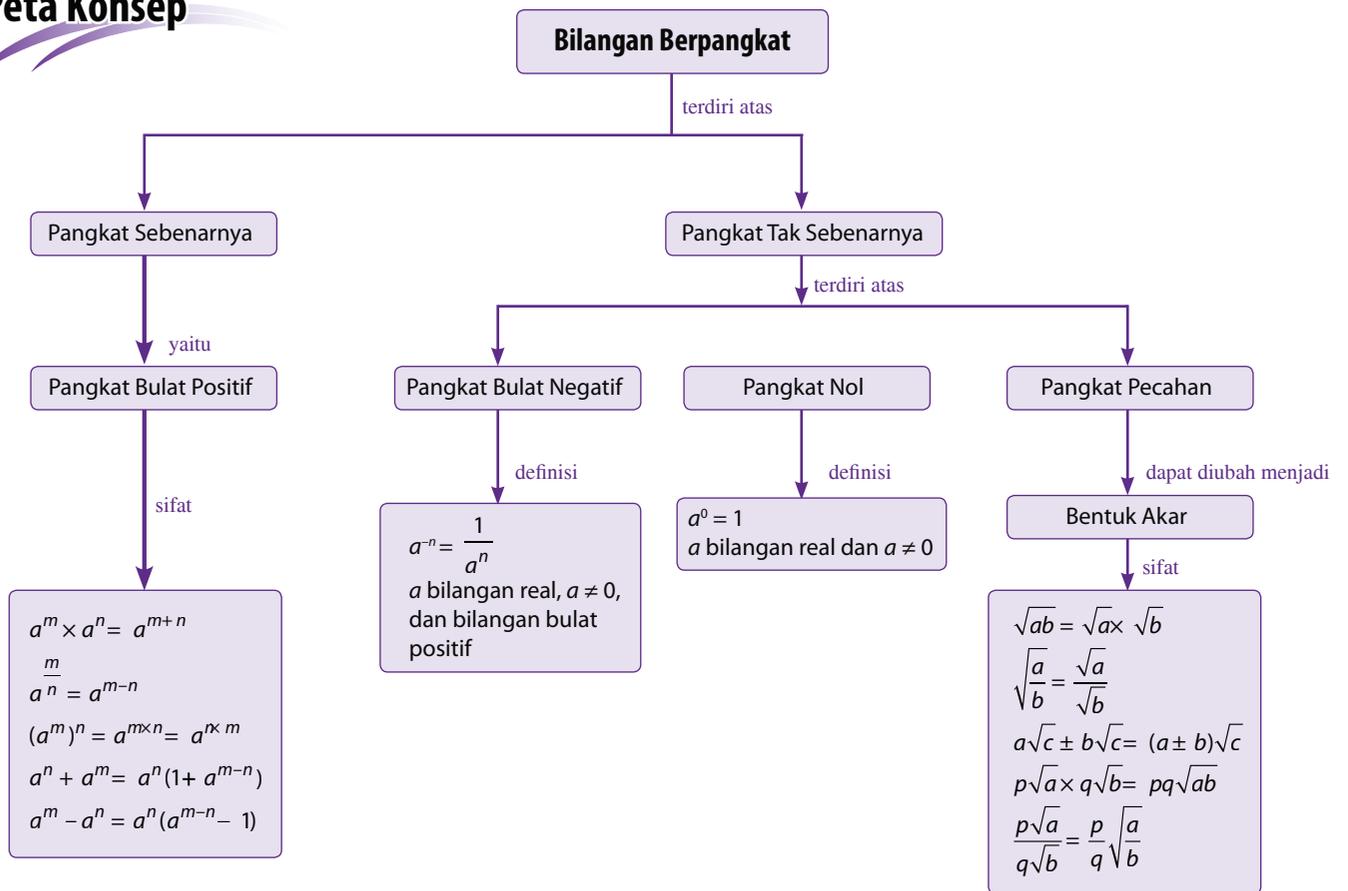
Rangkuman

- Bilangan berpangkat sebenarnya adalah bilangan berpangkat bulat positif.
- Sifat-sifat yang berlaku pada bilangan berpangkat bulat positif adalah sebagai berikut.
 - $a^m \times a^n = a^{m+n}$
dengan a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif.
 - $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
dengan a bilangan real yang tidak nol dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m > n$.
 - $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m}$
dengan a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m \geq n$.
 - $a^n + a^m = a^n (1 + a^{m-n})$
 $a^m - a^n = a^n (a^{m-n} - 1)$
dengan a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m \geq n$.
- Bilangan berpangkat tak sebenarnya terdiri atas bilangan berpangkat bulat negatif, berpangkat nol, dan berpangkat pecahan.
- Bilangan berpangkat pecahan dapat diubah menjadi bentuk akar, yang memiliki sifat-sifat sebagai berikut.
 - $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
dengan a dan b bilangan real positif.
 - $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
dengan $a \geq 0$ dan $b \geq 0$.
 - $a\sqrt{c} \pm b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$
dengan a, b, c bilangan real dan $c \geq 0$.
 - $p\sqrt{a} \times q\sqrt{b} = pq\sqrt{ab}$
dengan a, b, p, q bilangan real dengan $a \geq 0$ dan $b \geq 0$.
 - $\frac{p\sqrt{a}}{q\sqrt{b}} = \frac{p}{q} \sqrt{\frac{a}{b}}$
dengan a, b, p, q bilangan real dengan $a \geq 0$ dan $b \geq 0$.

Refleksi

- Pada bab Pangkat Tak Sebenarnya ini, bagian manakah menurutmu yang paling menarik untuk dipelajari? Mengapa?
- Materi apa sajakah yang belum dan telah kamu kuasai dengan baik?
- Kesan apakah yang kamu dapatkan setelah mempelajari bab ini?

Peta Konsep



Uji Kompetensi Bab 5

A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

- Pernyataan yang salah mengenai a^5 adalah
 - bilangan pokok = a
 - pangkatnya adalah 5
 - dapat ditulis $a \times a \times a \times a \times a$
 - eksponennya adalah a
- Bentuk sederhana dari $4a^5 \times 16a$ adalah
 - $8a^2$
 - $64a^6$
 - $3a^5$
 - $16a^5$
- Sebuah kubus memiliki sisi $3p$ satuan. Perbandingan luas permukaan dengan volumenya adalah
 - $3 : 6p$
 - $8p : 5$
 - $15 : 9p$
 - $22p : 18$
- Bentuk $\frac{(-2)^8 \times (-2)^3}{(-2)^9}$ jika disederhanakan menjadi
 - $(-2)^2$
 - b^{-3}
 - $(-2)^0$
 - $(-2)^{12}$
- Jika $a - b = -1$, nilai dari $(a - b)^{10}$ dan $(b - a)^{13}$ adalah
 - 1 dan 1
 - 1 dan 1
 - 1 dan -1
 - 1 dan -1
- Nilai dari $\frac{b^9 : b^5}{b^8}$ adalah
 - b^{-4}
 - b^{-3}
 - b^6
 - b^7
- Penjumlahan $(16^2)^3 + (16^4)^3$ sama dengan
 - $16^6 (1 + 16^6)$
 - $16^2 (1 + 16^3)$
 - $16^6 (16^3 + 1)$
 - $16^3 (16^2 + 1)$
- Nilai dari $80a^5b^0c^2$ adalah
 - a^5c^2
 - a^5
 - $80a^4bc^2$
 - $80a^5c^2$
- Bentuk $5^{-4} \times 5^{-10}$ jika dinyatakan dalam bentuk pangkat positif menjadi
 - 5^{14}
 - 15^4
 - $\frac{1}{5^{14}}$
 - $\frac{1}{15^{14}}$

- $\frac{\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{16}}} = \dots$
 - $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{16}}$
 - $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{4}}$
 - $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{9}}$
 - $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{8}}$
- Bentuk sederhana dari $\sqrt{80}$ adalah
 - $4\sqrt{5}$
 - $8\sqrt{5}$
 - $8\sqrt{10}$
 - $4\sqrt{10}$
- Diketahui panjang dan lebar sebuah persegi panjang berturut-turut adalah 9 cm dan 5 cm. Panjang diagonal persegi panjang tersebut adalah
 - $5\sqrt{3}$ cm
 - $10\sqrt{6}$ cm
 - $15\sqrt{2}$ cm
 - 20 cm
- $-8\sqrt{13} - 10\sqrt{13} = \dots$
 - $-2\sqrt{13}$
 - $-8\sqrt{13}$
 - $-12\sqrt{13}$
 - $-18\sqrt{13}$
- $\sqrt{3}(8 - 7\sqrt{9}) = \dots$
 - $-13\sqrt{3}$
 - $-\sqrt{3}$
 - $\sqrt{3}$
 - $15\sqrt{3}$
- $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{27}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \dots$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{5}{9}$
 - $\frac{2}{3}\sqrt{5}$
 - $\frac{5}{9}\sqrt{3}$

$$16. \frac{8\sqrt{5}}{6\sqrt{2} \times 7\sqrt{10}} = \dots$$

a. $\frac{4}{21}$ c. $\frac{1}{21}$

b. $\frac{2}{21}$ d. $\frac{3}{21}$

17. Bentuk rasional dari $\frac{8}{2+\sqrt{5}}$ adalah

a. $-8(2-\sqrt{5})$

b. $\frac{-8(2-\sqrt{5})}{3}$

c. $8(2-\sqrt{5})$

d. $\frac{8(2-\sqrt{5})}{-3}$

18. Bentuk $\sqrt[3]{64p^2q^4}$ jika dinyatakan dalam pangkat pecahan menjadi

a. $8p^{\frac{1}{3}}q^{\frac{4}{3}}$ c. $4p^{\frac{1}{3}}q^{\frac{4}{3}}$

b. $8p^{\frac{2}{3}}q^{\frac{4}{3}}$ d. $4p^{\frac{2}{3}}q^{\frac{4}{3}}$

19. $11r^5 : 11r^4 = \dots$

a. 11 c. 11r

b. r d. r^2

20. $\frac{(13^2)^{\frac{1}{4}} \times (14^5)^{\frac{2}{15}}}{\left(13^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(14^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{4}{3}}} = \dots$

a. $13^{\frac{1}{2}}14^{\frac{5}{6}}$ c. $13^{\frac{1}{2}}14^{\frac{1}{15}}$

b. $14^{\frac{2}{5}}$ d. $14^{\frac{5}{6}}$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Nyatakanlah dalam bentuk yang paling sederhana.

a. $8^5 \times 8^4 \times 8^{-2}$

b. $\frac{(-2)^9 \times (-2)^{10}}{(-2)^{17}}$

c. $\frac{p^5 \times p^9 \times p^{-16}}{p^4 \times p^{-10}}$

d. $\left(\frac{2}{p}\right)^5 \times \left(\frac{2}{q}\right)^{-2}$

2. Jika $p = q + 1$, tentukanlah nilai dari

$$\frac{(p-q)^{10} \times (q-p)^7}{(p-q)^5}$$

3. Tentukan nilai x.

a. $35 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

b. $\left(\frac{2}{5}\right)^6 = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

c. $(14^{-2})^3 = 196^x$

d. $\left(\frac{1}{25}\right)^2 = 5^x$

4. Rasionalkan penyebut pecahan-pecahan berikut. Kemudian, sederhanakanlah.

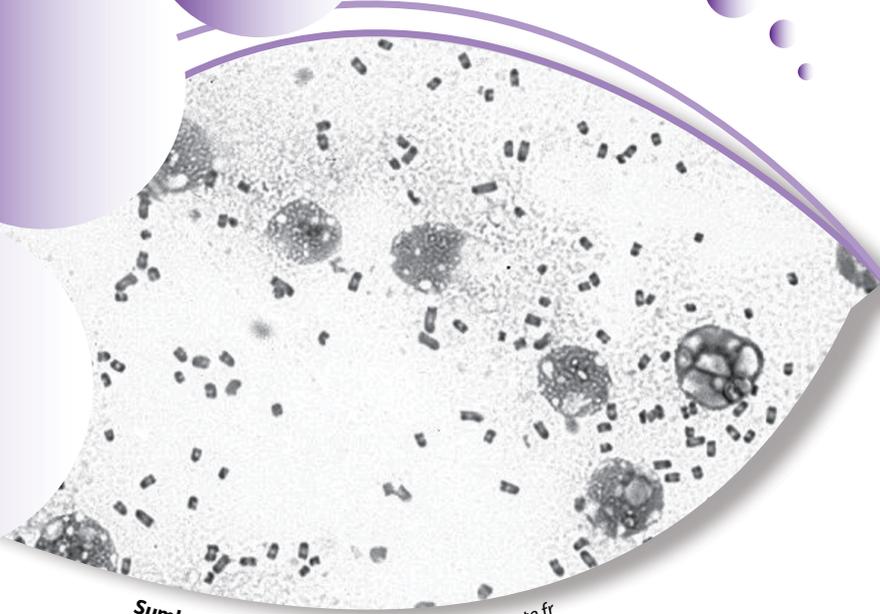
a. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

b. $\frac{1}{\sqrt{11}-\sqrt{5}}$

5. Tentukan keliling sebuah persegi yang memiliki

sisi $\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)$ cm.

Bab 6



Sumber: www.medecinepharmacie.univ-fcomte.fr

Pola Bilangan, Barisan, dan Deret

Pola bilangan, barisan, dan deret merupakan materi baru yang akan kamu pelajari pada bab ini. Terdapat beberapa masalah yang penyelesaiannya memerlukan materi ini, contohnya sebagai berikut.

Jumlah bakteri dalam suatu kondisi tertentu bertambah dari 10.000 menjadi 25.000 dalam 4 hari. Jika jumlah bakteri tersebut terus bertambah menurut deret geometri, berapa banyak pertumbuhan bakteri tersebut per hari?

Untuk menjawabnya, pelajari bab ini dengan baik.

- A. Pola Bilangan
- B. Barisan Bilangan
- C. Deret Bilangan



Uji Kompetensi Awal

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakan soal-soal berikut.

- Tuliskan himpunan bilangan ganjil antara 1 dan 10.
- Tuliskan himpunan genap antara 10 dan 20.
- Tuliskan bilangan kelipatan tiga antara 50 dan 70.
- Tuliskan bilangan kelipatan 5 antara 80 dan 95.
- Hitunglah:
 - 5^4
 - $(1,5)^3$
 - $10(1,5)^3$
 - $\frac{7}{2}(15 + 25)$



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 6.1 : Dadu

A. Pola Bilangan

Pernahkah kamu memperhatikan dadu? Pada umumnya, dadu memiliki bilangan-bilangan yang digambarkan dalam bentuk bulatan. Coba kamu perhatikan Gambar 6.1. Gambar tersebut menunjukkan bahwa dadu memiliki bulatan-bulatan kecil (disebut noktah atau titik) di setiap sisinya. Noktah-noktah tersebut mewakili bilangan-bilangan yang ditentukan. Satu noktah mewakili bilangan 1, dua noktah mewakili bilangan 2, dan begitu seterusnya hingga enam noktah yang mewakili bilangan 6. Penggunaan noktah untuk mewakili suatu bilangan tertentu sebenarnya telah digunakan manusia pada zaman dahulu. Uniknya, penulisan noktah-noktah tersebut ternyata mengikuti pola yang didasarkan pada bentuk bangun datar atau bangun ruang.

1. Pola Garis Lurus

Penulisan bilangan yang mengikuti pola garis lurus merupakan pola bilangan yang paling sederhana. Suatu bilangan hanya digambarkan dengan noktah yang mengikuti pola garis lurus. Misalnya,

- • mewakili bilangan 2.
- • • mewakili bilangan 3.
- • • • mewakili bilangan 4.
- • • • • mewakili bilangan 5.

Plus+

Semua bilangan asli dapat digambarkan dengan noktah-noktah yang mengikuti pola garis lurus.

Contoh Soal 6.1

Gambarkan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk noktah yang berpola garis lurus.

- 8
- 11
- 15

Jawab:

- • • • • • • •
- • • • • • • • • • • •
- • • • • • • • • • • • • • • •

2. Pola Persegipanjang

Pada umumnya, penulisan bilangan yang didasarkan pada pola persegipanjang hanya digunakan oleh bilangan bukan prima. Pada pola ini, noktah-noktah disusun menyerupai bentuk persegipanjang. Misalnya,

a.  mewakili bilangan 6, yaitu $2 \times 3 = 6$.

b.  mewakili bilangan 8, yaitu $2 \times 4 = 8$.

c.  mewakili bilangan 6, yaitu $3 \times 2 = 6$.

Untuk lebih jelasnya, coba perhatikan contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.2

Dari bilangan-bilangan berikut, manakah yang dapat mengikuti pola persegipanjang? Jelaskan dengan gambar.

a. 15 b. 16 c. 17

Jawab:

a. Bilangan 15 merupakan hasil perkalian 3 dan 5. Jadi,

 mengikuti pola persegipanjang.

b. Bilangan 16 merupakan hasil perkalian 2 dan 8. Jadi,

 mengikuti pola persegipanjang.

c. Bilangan 17 merupakan hasil perkalian dari 1 dan 17. Jadi,

 mengikuti pola garis lurus.

3. Pola Persegi

Persegi merupakan bangun datar yang semua sisinya memiliki ukuran yang sama panjang. Begitu pula dengan penulisan pola bilangan yang mengikuti pola persegi. Semua noktah digambarkan dengan jumlah yang sama. Perhatikan uraian berikut.

a.  mewakili bilangan 1, yaitu $1 \times 1 = 1$.

b.  mewakili bilangan 4, yaitu $2 \times 2 = 4$.



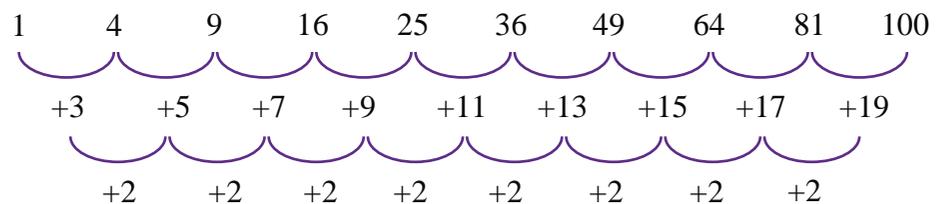
mewakili bilangan 9, yaitu $3 \times 3 = 9$.



mewakili bilangan 16, yaitu $4 \times 4 = 16$.

Jika dilanjutkan, bilangan-bilangan yang digambarkan mengikuti pola persegi adalah : 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

Bilangan-bilangan tersebut merupakan bilangan kuadrat (pangkat dua). Jika kamu perhatikan, bilangan kuadrat memiliki pola sebagai berikut.

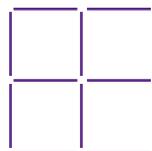


Contoh Soal 6.3

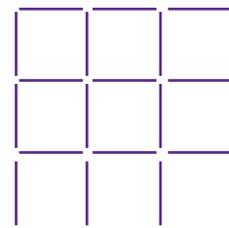
1. Dengan menggunakan ciri-ciri penulisan bilangan yang memiliki pola persegi, tentukan bilangan manakah yang mengikuti pola persegi?
 - a. 60
 - b. 196
 - c. 225
2. Seorang anak menyusun persegi dari batang lidi yang mengikuti pola sebagai berikut.



Pola 1



Pola 2



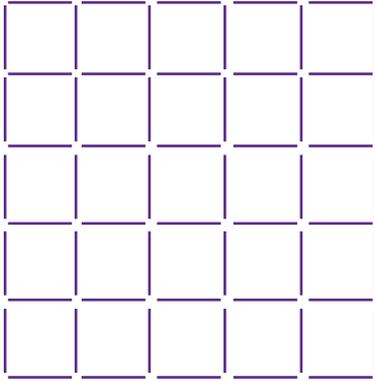
Pola 3

Berapa banyak lidi yang dibutuhkan untuk membuat persegi pada pola ke-5?

Jawab:

1. a. Bilangan 60 bukan merupakan bilangan kuadrat. Jadi, bilangan 60 tidak dapat digambarkan mengikuti pola persegi.
- b. Bilangan 196 merupakan bilangan kuadrat dari 14. Jadi, bilangan 196 dapat digambarkan mengikuti pola persegi.
- c. Bilangan 225 merupakan bilangan kuadrat dari 15. Jadi, bilangan 225 dapat digambarkan mengikuti pola persegi.

2. Persegi yang dibentuk pada pola ke-5 dapat digambarkan sebagai berikut.



Dari gambar di samping, banyak lidi yang dibutuhkan untuk membuat persegi pada pola ke-5 adalah 60 lidi.

4. Pola Segitiga

Selain mengikuti pola persegipanjang dan persegi, bilangan pun dapat digambarkan melalui noktah yang mengikuti pola segitiga. Untuk lebih jelasnya, coba kamu perhatikan lima bilangan yang mengikuti pola segitiga berikut ini.

a. mewakili bilangan 1.

b. mewakili bilangan 3.

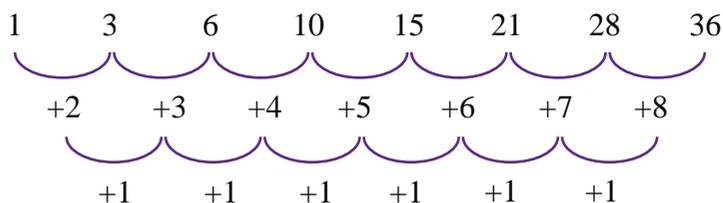
c. mewakili bilangan 6.

d. mewakili bilangan 10.

Jadi, bilangan yang mengikuti pola segitiga dapat dituliskan sebagai berikut.

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, ...

Coba kamu perhatikan bilangan yang memiliki pola segitiga. Ternyata, bilangan-bilangan tersebut dibentuk mengikuti pola sebagai berikut.



atau

$$1 = 1$$

$$3 = 1 + 2$$

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

dan seterusnya.

Apa yang dapat kamu simpulkan dari uraian tersebut?

Contoh Soal 6.4

1. Tentukan lima bilangan segitiga setelah bilangan 36.
2. Seorang anak membuat kerangka segitiga dari batang lidi dengan mengikuti pola sebagai berikut.



pola 1



pola 2

Berapa banyak lidi yang diperlukan untuk membuat pola ke-4?

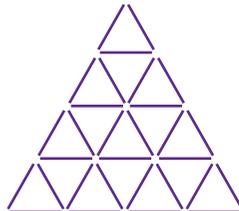
Jawab:

1. Lima bilangan segitiga setelah bilangan 36 dapat ditentukan dengan pola:

$$36 + 9 = 45 + 10 = 55 + 11 = 66 + 12 = 78 + 13 = 91$$

Jadi, bilangan segitiga tersebut adalah 45, 55, 66, 78 dan 91

2. Segitiga yang dibentuk pada pola keempat dapat digambarkan sebagai berikut.



Dari gambar di samping, banyaknya batang lidi yang dibutuhkan untuk membuat kerangka segitiga yang sesuai dengan pola ke-4 adalah 30 batang lidi ■

5. Pola Bilangan Ganjil dan Genap

Bilangan yang memiliki pola bilangan ganjil atau genap biasanya memiliki selisih dua angka antara bilangan yang satu dengan bilangan sebelumnya. Untuk lebih jelasnya, perhatikan uraian berikut.

a. Pola Bilangan Ganjil

Pola bilangan ganjil memiliki aturan sebagai berikut.

- (1) Bilangan 1 sebagai bilangan awal.
- (2) Bilangan selanjutnya memiliki selisih 2 dengan bilangan sebelumnya.

Perhatikan pola bilangan ganjil berikut ini.

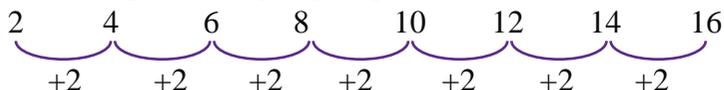
$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 & 15 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{+2} & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{+2} \end{array}$$

b. Pola Bilangan Genap

Pola bilangan genap memiliki aturan sebagai berikut.

- (1) Bilangan 2 sebagai bilangan awal.
- (2) Bilangan selanjutnya memiliki selisih 2 dengan bilangan sebelumnya.

Perhatikan pola bilangan genap berikut ini.



Agar kamu lebih memahami pola bilangan ganjil dan genap, coba kamu perhatikan contoh soal berikut ini.

Contoh Soal 6.5

1. Isilah titik-titik berikut sehingga membentuk pola bilangan genap.
... .. 28 38 ...
2. Isilah titik-titik berikut sehingga membentuk pola bilangan ganjil.
... 51 69

Jawab:

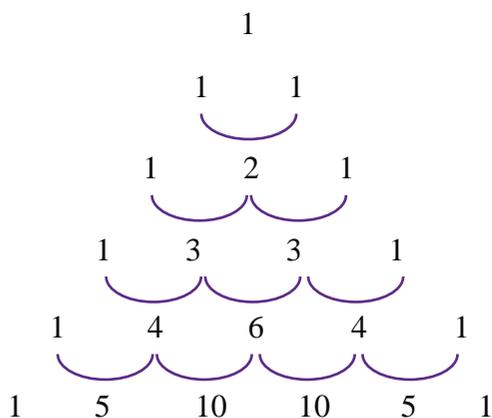
1. Pola bilangan genap yang dimaksud adalah
20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40
2. Pola bilangan ganjil yang dimaksud adalah
49 51 53 55 57 59 61 63 65 67 69

6. Pola Segitiga Pascal

Bilangan-bilangan yang disusun menggunakan pola segitiga Pascal memiliki pola yang unik. Hal ini disebabkan karena bilangan yang berpola segitiga Pascal selalu diawali dan diakhiri oleh angka 1. Selain itu, di dalam susunannya selalu ada angka yang diulang. Adapun aturan-aturan untuk membuat pola segitiga Pascal adalah sebagai berikut.

- a. Angka 1 merupakan angka awal yang terdapat di puncak.
- b. Simpan dua bilangan di bawahnya. Oleh karena angka awal dan akhir selalu angka 1, kedua bilangan tersebut adalah 1.
- c. Selanjutnya, jumlahkan bilangan yang berdampingan. Kemudian, simpan hasilnya di bagian tengah bawah kedua bilangan tersebut.
- d. Proses ini dilakukan terus sampai batas susunan bilangan yang diminta.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan pola segitiga Pascal berikut.



dan seterusnya.

Tugas 6.1

Carilah contoh lain pola bilangan ganjil dan genap selain contoh yang sudah ada. Bandingkan hasilnya dengan teman sebangkumu

Plus+

Pola bilangan segitiga Pascal ini dapat digunakan dalam perhitungan matematika lainnya. Salah satunya adalah menentukan koefisien variabel bilangan berpangkat

Uji Kompetensi 6.1

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Perhatikan pola noktah berikut.



- Salinlah kembali pola noktah tersebut dan lanjutnya tiga pola noktah berikutnya.
 - Tulislah pola noktah tersebut dalam bentuk angka.
 - Jelaskan pola bilangan tersebut.
2. Isilah tabel berikut.

| Pola Bilangan | Bilangan Pada Dadu | Bilangan Pada Kartu Domino |
|-----------------|--------------------|----------------------------|
| Garis lurus | ... | ... |
| Persegi | ... | ... |
| Persegi panjang | ... | ... |

3. Buatlah pola noktah dari bilangan-bilangan berikut. Kemudian, tentukan jenis pola yang digunakan.

- 9
- 10
- 11
- 12
- 13

4. Istilah titik-titik berikut dengan memperhatikan pola yang digunakan.

- 1, 2, 4, 8, 32, 256, ...
- 1, 5, 9, ..., 17, 21, 25
- 5, 10, 15, 20, 25, ..., 35
- 1, 4, 10, 19, 31, ..., ...
- 1, 4, 9, 16, ..., ..., 49

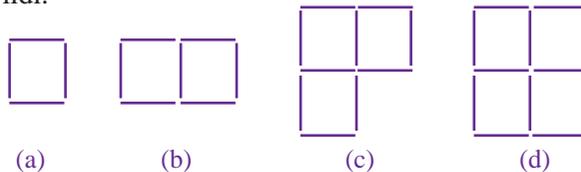
5. Berikut ini adalah pola yang dibuat dari batang lidi.



- Salinlah pola tersebut dan lanjutkan tiga pola berikutnya.
 - Berapa banyak batang lidi yang diperlukan untuk membuat pola kesepuluh?
6. Tentukan pola bilangan berikut dan isilah titik-titik yang telah disediakan.

- 1, 8, 27, 64, ..., ..., ...
- 13, 23, ..., ..., ..., 63, 73
- 1 + 2, 2 + 3, 3 + 4, ..., ..., 6 + 7
- ..., ..., 75, 100, 125, ..., 175
- 1, 1 + 2, 1 + 2 + 3, ..., ..., ..., ...

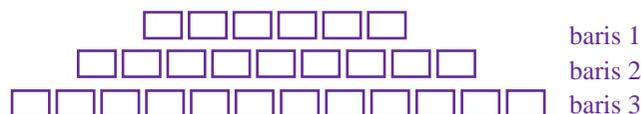
7. Berikut ini adalah pola yang dibuat dari batang lidi.



- Salinlah pola tersebut dan tentukan tiga pola berikutnya.
 - Berapa banyak batang lidi yang diperlukan untuk membuat pola 1, 2, 3, dan 4?
8. Berdasarkan pola yang telah dibuat pada soal nomor 7, isilah titik-titik pada tabel berikut.
9. Tentukan nilai m dan n sehingga pola bilangan berikut mempunyai pola tertentu.

| Banyaknya Persegi | Banyaknya Batang Lidi yang Digunakan | Banyaknya Batang Lidi pada Kelilingnya |
|-------------------|--------------------------------------|--|
| 1 | 4 | 4 |
| 2 | 7 | 6 |
| 3 | ... | ... |
| ... | ... | ... |
| ... | ... | ... |
| ... | ... | ... |
| ... | ... | ... |

- 7, 10, m , 16, 19, 22, n , ...
 - 1, 2, 5, 6, 9, 10, m , n ,
 - 1, 6, 16, m , 51, n , ...
 - 1, 6, m , 7, 3, n , 4
 - m , 12, 19, 26, n , 40, ...
10. Di sebuah bioskop, susunan tempat duduknya digambarkan sebagai berikut.



- Berdasarkan pola tersebut, berapakah banyaknya kursi pada baris ke-6?
- Jika di bioskop tersebut hanya terdapat enam baris kursi, berapa jumlah kursi di bioskop tersebut?

B. Barisan Bilangan

Perhatikan pola bilangan-bilangan berikut.

- 2, 4, 6, 8
- 1, 3, 5, 7, ...
- 3, 6, 9, 12, 15, ...

Jika kamu perhatikan, bilangan-bilangan pada (a), (b), dan (c) disusun mengikuti pola tertentu. Bilangan-bilangan tersebut disebut barisan bilangan. Adapun setiap bilangan dalam barisan bilangan disebut suku barisan. Suku ke- n suatu barisan bilangan dilambangkan dengan U_n .

Pada barisan bilangan 2, 4, 6, 8, diperoleh

$$U_1 = \text{suku ke-1} = 2$$

$$U_2 = \text{suku ke-2} = 4$$

$$U_3 = \text{suku ke-3} = 6$$

$$U_4 = \text{suku ke-4} = 8$$

Jadi, barisan bilangan 2, 4, 6, 8 memiliki 4 buah suku.

Contoh Soal 6.6

- Diketahui barisan bilangan 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
 - Tentukan banyaknya suku barisan dalam barisan bilangan tersebut.
 - Sebutkan satu per satu suku yang dimaksud.
- Diketahui barisan bilangan 5, 10, 20, 40, 80.
Tentukan U_2 , U_4 , dan U_5 .

Jawab:

- Terdapat 8 suku barisan dalam barisan bilangan tersebut.
 - $U_1 = 1$ $U_5 = 9$
 $U_2 = 3$ $U_6 = 11$
 $U_3 = 5$ $U_7 = 13$
 $U_4 = 7$ $U_8 = 15$
- $U_2 = \text{suku kedua} = 10$
 $U_4 = \text{suku keempat} = 40$
 $U_5 = \text{suku kelima} = 80$

Berdasarkan polanya, barisan bilangan dibagi menjadi dua bagian, yaitu barisan aritmetika (barisan hitung) dan barisan geometri (barisan ukur). Agar kamu lebih memahaminya, perhatikan uraian berikut ini.

1. Barisan Aritmetika (Barisan Hitung)

Barisan **aritmetika** adalah barisan bilangan yang mempunyai beda atau selisih yang tetap antara dua suku barisan yang berurutan. Perhatikan uraian berikut.

- Diketahui barisan bilangan:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ +3 & +3 & +3 & +3 & +3 & +3 & +3 & +3 \end{array}$$

Barisan bilangan tersebut memiliki beda atau selisih 3 antara dua suku barisan yang berurutan. Berarti, barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmetika.

Plus+

Tanda "..." pada akhir barisan bilangan menunjukkan bahwa barisan tersebut memiliki banyak sekali suku ■

Sekilas Matematika

Fibonacci
(1180 – 1250)



Sumber: www.lahabra.seniorhigh.net

Fibonacci, yang nama lengkapnya adalah Leonardo of Pisa, adalah putra seorang saudagar Italia. Dalam perjalanannya ke Eropa dan Afrika Utara, ia mengembangkan kegemarannya akan bilangan. Dalam karya terbesarnya, *Liber Abaci*, ia menjelaskan sebuah teka-teki yang sekarang kita kenal dengan barisan Fibonacci. Barisan tersebut adalah 1, 1, 2, 3, 5, 8, Setiap bilangan atau angka dalam barisan ini merupakan jumlah dari dua bilangan sebelumnya. ($1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, \dots$).

Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*, 2002

- Diketahui barisan bilangan:

$$\begin{array}{cccccccc} 8 & 4 & 0 & -4 & -8 & -12 & -16 & -20 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \end{array}$$

Barisan bilangan tersebut memiliki beda atau selisih yang tetap antara dua suku barisan yang berurutan, yaitu -4 . Berarti, barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmetika.

Dari kedua uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa barisan aritmetika memiliki beda (sering dilambangkan dengan b) yang tetap. Jika b bernilai positif maka barisan aritmetika itu dikatakan *barisan aritmetika naik*. Sebaliknya, Jika b bernilai negatif maka barisan aritmetika itu disebut *barisan aritmetika turun*.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.7

Tentukan jenis barisan aritmetika berikut berdasarkan nilai bedanya.

- 30, 32, 34, 36, 38, ...
- 18, 15, 12, 9, 6, 3, ...
- $-10, -14, -18, -22, -26, \dots$

Jawab

$$\begin{array}{cccccc} \text{a.} & 30 & 32 & 34 & 36 & 38 \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ & +2 & +2 & +2 & +2 & \end{array}$$

merupakan barisan aritmetika naik karena bedanya 2.

$$\begin{array}{cccccc} \text{b.} & 18 & 15 & 12 & 9 & 6 & 3 \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ & -3 & -3 & -3 & -3 & -3 & \end{array}$$

merupakan barisan aritmetika turun karena bedanya -3 .

$$\begin{array}{cccccc} \text{c.} & -10 & -14 & -18 & -22 & -26 \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ & -4 & -4 & -4 & -4 & \end{array}$$

merupakan barisan aritmetika turun karena bedanya -4 .

Kamu telah memahami barisan aritmetika naik dan turun. Sekarang, bagaimana mencari salah satu suku barisan jika yang diketahui hanya suku pertama dan bedanya saja? Bagaimana mencari beda jika yang diketahui hanya suku pertama dan satu suku barisan yang lain? Untuk menjawabnya, pelajailah uraian berikut.

Diketahui barisan bilangan aritmetika sebagai berikut.

$$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, \dots, U_{n-1}, U_n$$

Dari barisan tersebut diperoleh

$$U_1 = a \text{ (suku pertama dilambangkan dengan } a)$$

$$U_2 = U_1 + b = a + b$$

$$U_3 = U_2 + b = (a + b) + b = a + 2b$$

$$U_4 = U_3 + b = (a + 2b) + b = a + 3b$$

$$U_5 = U_4 + b = (a + 3b) + b = a + 4b$$

$$U_6 = U_5 + b = (a + 4b) + b = a + 5b$$

⋮

$$U_n = U_{n-1} + b = (a + (n-2)b) + b = a + (n-1)b$$

Jadi, rumus ke- n barisan aritmetika dapat ditulis sebagai berikut.

$$U_n = a + (n-1)b$$

Untuk mencari beda dalam suatu barisan aritmetika, coba kamu perhatikan uraian berikut.

$$U_2 = U_1 + b \text{ maka } b = U_2 - U_1$$

$$U_3 = U_2 + b \text{ maka } b = U_3 - U_2$$

$$U_4 = U_3 + b \text{ maka } b = U_4 - U_3$$

$$U_5 = U_4 + b \text{ maka } b = U_5 - U_4$$

⋮

$$U_n = U_{n-1} + b \text{ maka } b = U_n - U_{n-1}$$

Jadi, beda suatu barisan aritmetika dinyatakan sebagai berikut.

$$b = U_n - U_{n-1}$$

Agar kamu lebih memahami materi ini, perhatikan contoh-contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.8

Diketahui barisan aritmetika sebagai berikut.

10, 13, 16, 19, 22, 25, Tentukan:

- jenis barisan aritmetikanya,
- suku kedua belas barisan tersebut.

Jawab:

- Untuk menentukan jenis barisan aritmetika, tentukan nilai beda pada barisan tersebut.

$$\begin{aligned} b &= U_2 - U_1 \\ &= 13 - 10 = 3 \end{aligned}$$

Oleh karena $b > 0$, barisan aritmetika tersebut merupakan barisan aritmetika naik.

- Untuk mencari suku kedua belas (U_{12}), dilakukan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \text{ maka } U_{12} = 10 + (12-1) \cdot 3 \\ &= 10 + 11 \cdot 3 \\ &= 10 + 33 = 43 \end{aligned}$$

Jadi, suku kedua belas barisan tersebut adalah 43.

Contoh Soal 6.9

Sebuah barisan aritmetika memiliki suku pertama 6 dan suku ketujuh 24.

- Tentukan beda pada barisan tersebut.
- Tuliskan sepuluh suku pertama dari barisan tersebut.

Problematika

Isilah dengan barisan bilangan yang tepat.

1
1 1
2 1
1 2 1 1
1 1 1 2 2 1
3 1 2 2 1 1
1 3 1 1 2 2 2 1

Solusi Matematika

127, 119, 111, 103, 95, ...
Rumus suku ke- n dari barisan bilangan di atas adalah

- $8n + 119$
- $119 - 8n$
- $135 - 8n$
- $8n + 135$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Diketahui: } U_1 &= a = 127 \\ U_2 &= 119 \\ b &= -8 \end{aligned}$$

Rumus umum suku ke- n adalah

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= 127 + (n-1)(-8) \\ &= 127 - 8n + 8 \\ &= 135 - 8n \end{aligned}$$

Jawaban: c
Soal UAN, 2002

Solusi Matematika



Di dalam suatu gedung pertunjukan, disusun kursi dengan baris paling depan terdiri atas 12 kursi, baris kedua 14 kursi, baris ketiga 16 kursi, dan seterusnya selalu bertambah dua. Banyak kursi pada baris ke-20 adalah

- 28 buah
- 50 buah
- 58 buah
- 60 buah

Jawab:

Misalkan, U_n = banyak kursi pada baris ke- n

Diketahui:

$$U_1 = 12, U_2 = 14, \text{ dan } U_3 = 16$$

Ditanyakan: U_{20}

Penyelesaian:

Banyak kursi pada setiap baris membentuk barisan aritmetika dengan $a = 12$ dan $b = 2$.

$$\text{Jadi, } U_n = a + (n - 1)b$$

$$\begin{aligned} U_{20} &= 12 + (20 - 1)2 \\ &= 12 + (19)2 \\ &= 12 + 38 \\ &= 50 \end{aligned}$$

Jawaban: b
Soal UN, 2006

Cerdas Berpikir

Buatlah tiga rumus suku ke- n barisan aritmetika selain contoh yang sudah ada

Jawab:

Diketahui : suku pertama = $a = 6$

$$\text{suku ketujuh} = U_7 = 36$$

a. Untuk menentukan beda:

$$U_n = a + (n - 1) b \text{ maka } U_7 = 6 + (7 - 1) b$$

$$36 = 6 + 6 b$$

$$36 - 6 = 6 b$$

$$30 = 6 b$$

$$b = 5$$

Jadi, beda pada barisan itu adalah 5.

b. Dengan suku pertama 6 dan beda 5 diperoleh barisan aritmetika sebagai berikut.

$$6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46, 51$$

Contoh Soal 6.10

Diketahui suatu barisan aritmetika : $-8, -3, 2, 7, 12, 17, \dots$

Tentukan rumus suku ke- n yang berlaku pada barisan tersebut.

Jawab:

$$\text{Diketahui: } a = U_1 = -8$$

$$b = U_2 - U_1 = -3 - (-8)$$

$$= -3 + 8$$

$$= 5$$

Jadi, rumus umum yang berlaku pada barisan tersebut adalah

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1) b \\ &= -8 + (n - 1) 5 \\ &= -8 + 5n - 5 \\ &= 5n - 13 \end{aligned}$$

Contoh Soal 6.11

Setiap bulan, Ucok selalu menabung di bank. Pada bulan pertama, ia menabung sebesar Rp10.000,00, bulan kedua ia menabung sebesar Rp11.000,00, bulan ketiga ia menabung sebesar Rp12.000,00. Demikian seterusnya, ia selalu menabung lebih Rp1.000,00 setiap bulannya.

- Nyatakanlah uang yang ditabung Ucok (dalam ribuan rupiah) untuk 8 bulan pertama.
- Tentukan jumlah uang yang ditabung Ucok pada bulan ke-12.

Jawab :

a. Dalam ribuan rupiah, uang yang ditabung Ucok untuk 8 bulan pertama adalah sebagai berikut.

$$10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17$$

b. Diketahui : $U_1 = 10$

$$b = 1$$

$$U_{12} = a + (n - 1) b$$

$$= 10 + (12 - 1) 1$$

$$= 10 + 11$$

$$= 21$$

Jadi, uang yang ditabung Ucok pada bulan ke-12 adalah Rp21.000,00.

2. Barisan Geometri (Barisan Ukur)

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang mempunyai rasio tetap antara dua suku barisan yang berurutan. Berbeda dengan barisan aritmetika, selisih antarsuku barisan disebut **rasio** (dilambangkan dengan r). Artinya, suku barisan ditentukan oleh perkalian atau pembagian oleh suatu bilangan tetap dari suku barisan sebelumnya.

Pelajari uraian berikut.

- Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 6 & 12 & 24 & 48 & 96 & 192 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\ \times 2 & \end{array}$$

Barisan bilangan tersebut memiliki rasio yang tetap, yaitu 2 atau $r = 2$. Berarti, barisan tersebut merupakan barisan geometri.

- Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc} 81 & 27 & 9 & 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\ \times \frac{1}{3} & \end{array}$$

Barisan bilangan tersebut memiliki rasio yang tetap yaitu $\frac{1}{3}$. Berarti, barisan tersebut merupakan barisan geometri.

Uraian tersebut memperjelas bahwa barisan geometri memiliki rasio tetap. Jika r bernilai lebih besar dari 1, barisan geometri tersebut merupakan *barisan geometri naik*. Adapun jika r lebih kecil dari 1, barisan geometri tersebut merupakan *barisan geometri turun*.

Contoh Soal 6.12

Tentukan apakah barisan bilangan geometri berikut merupakan barisan geometri naik atau turun.

- $100, 20, 5, \frac{5}{4}, \frac{5}{16}, \frac{5}{64}, \dots$
- $1, 5, 25, 125, 625, \dots$
- $2, 4, 8, 16, 32, \dots$

Jawab :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{a.} & 100 & 20 & 5 & \frac{5}{4} & \frac{5}{16} & \frac{5}{64} \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\ & \times \frac{1}{4} & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{merupakan barisan geometri} \\ \text{turun karena rasionya } \frac{1}{4}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{b.} & 1 & 5 & 25 & 125 & 625 \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\ & \times 5 & \times 5 & \times 5 & \times 5 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{merupakan barisan geometri} \\ \text{naik karena rasionya } 5. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{c.} & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\ & \times 2 & \times 2 & \times 2 & \times 2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{merupakan barisan geometri} \\ \text{naik karena rasionya } 2. \end{array}$$

Sekarang, coba kamu perhatikan barisan bilangan geometri berikut.

$$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, \dots, U_{n-1}, U_n$$

Dari barisan tersebut diperoleh

$$U_1 = a$$

$$U_2 = U_1 \times r = a \times r = ar$$

$$U_3 = U_2 \times r = (a \times r) \times r = ar^2$$

$$U_4 = U_3 \times r = (a \times r^2) \times r = ar^3$$

$$U_5 = U_4 \times r = (a \times r^3) \times r = ar^4$$

$$U_6 = U_5 \times r = (a \times r^4) \times r = ar^5$$

⋮

⋮

$$U_n = U_{n-1} \times r = (a \times r^{n-2}) \times r = ar^{n-1}$$

Jadi, untuk mencari suku ke- n barisan geometri digunakan rumus sebagai berikut.

$$U_n = ar^{n-1}$$

Untuk mencari rasio dalam suatu barisan geometri, perhatikan uraian berikut.

$$U_2 = U_1 \times r \text{ maka } r = \frac{U_2}{U_1}$$

$$U_3 = U_2 \times r \text{ maka } r = \frac{U_3}{U_2}$$

$$U_4 = U_3 \times r \text{ maka } r = \frac{U_4}{U_3}$$

⋮

⋮

$$U_n = U_{n-1} \times r \text{ maka } r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Jadi, rasio pada barisan geometri dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Contoh Soal 6.13

Cerdas Berpikir

Buatlah tiga rumus suku ke- n barisan geometri selain contoh yang sudah ada ■

Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.

$$18, 6, 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \dots$$

Tentukan suku kesepuluh dari barisan tersebut.

Jawab:

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}} \text{ maka } r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Dengan rasio $\frac{1}{3}$, suku kesepuluh barisan tersebut adalah

$$U_n = ar^{n-1} \text{ maka } U_{10} = 18 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = 18 \times \left(\frac{1}{3}\right)^9 = 18 \times \left(\frac{1}{19\,683}\right) = \frac{18}{19\,683} = \frac{2}{2.187}$$

Jadi, suku kesepuluh barisan tersebut adalah $\frac{2}{2.187}$ ■

Contoh Soal 6.14

Diketahui suatu barisan geometri dengan suku ke-4 adalah 4 dan suku ke-7 adalah

32. Tentukan:

- suku pertama dan rasio barisan geometri tersebut,
- suku kesembilan barisan geometri tersebut.

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. Diketahui } U_4 = 4 \text{ dan } U_7 = 32 \\ U_n = ar^{n-1} \text{ maka } U_4 = ar^3 = 4 & \dots (1) \\ U_7 = ar^6 = 32 & \dots (2) \end{aligned}$$

Dari persamaan (1) diperoleh

$$ar^3 = 4 \text{ maka } a = \frac{4}{r^3} \dots (3)$$

Substitusikan persamaan (3) ke persamaan (2).

$$\begin{aligned} ar^6 = 32 \text{ maka } \left(\frac{4}{r^3}\right) r^6 = 32 \\ 4r^3 = 32 \\ r^3 = 8 \\ r = 2 \end{aligned}$$

Substitusikan $r = 2$ ke persamaan (1), diperoleh

$$\begin{aligned} ar^3 = 4 \text{ maka } a \cdot (2)^3 = 4 \\ a \cdot 8 = 4 \\ a = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Jadi, suku pertamanya adalah $\frac{1}{2}$ dan rasionya adalah 2.

$$\begin{aligned} \text{b. } U_n = ar^{n-1} \text{ maka } U_9 = \frac{1}{2} \cdot (2)^{9-1} \\ = \frac{1}{2} \cdot (2)^8 \\ = \frac{1}{2} \cdot 256 = 128 \end{aligned}$$

Jadi, suku kesembilan dari barisan geometri tersebut adalah 128 ■

Uji Kompetensi 6.2

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.
-8, -3, 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37
 - Tentukanlah banyaknya suku barisan dalam barisan bilangan tersebut.
 - Tentukan nilai U_3 , U_5 , U_6 , U_8 , dan U_{10} .
- Tentukanlah apakah barisan aritmetika berikut ini merupakan barisan aritmetika naik atau turun.
 - 12, 36, 108, 324, ...
 - 40, -28, -16, -4, ...
 - 7, 4, 1, -2, -5, -8, ...
 - 10, 8, 6, 4, 2, ...
 - 1, -5, -11, -17, -23, ...
- Tentukan beda untuk setiap barisan aritmetika berikut ini.
 - 17, 27, 37, 47, 57, ...
 - 6, -1, 4, 9, 14, 19, ...
 - 48, 32, 16, 0, -16, ...
 - 3, -1, -5, -9, -13, ...
 - 0, -2, -4, -6, -8, ...
- Tuliskan lima suku pertama dari barisan aritmetika yang mempunyai rumus umum sebagai berikut.

| | |
|-------------------|-----------------------------|
| a. $U_n = 2n + 1$ | d. $U_n = \frac{1}{2}n + 2$ |
| b. $U_n = n + 5$ | e. $U_n = 3n + 7$ |
| c. $U_n = 4n + 3$ | |

5. Diketahui suatu barisan aritmetika dengan suku ke-5 adalah 14 dan suku ke-8 adalah 29.
 - a. Tentukan suku pertama dan beda barisan tersebut.
 - b. Tentukan suku ke-12 dari barisan tersebut.
 - c. Tuliskan sepuluh suku pertama barisan tersebut.
6. Diketahui suatu barisan aritmetika dengan suku pertamanya -15 dan suku kelimanya 1.
 - a. Tentukan beda barisan aritmetika tersebut.
 - b. Tentukan suku kesepuluh barisan aritmetika tersebut.
 - c. Tuliskan 10 suku pertama barisan aritmetika tersebut.
7. Tentukan rasio setiap barisan geometri berikut ini.
 - a. 5, 15, 45, 135, ...
 - b. $\frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{9}{4}, \dots$
 - c. 20, 10, 5, ...
 - d. $7, \frac{7}{2}, \frac{7}{4}, \frac{7}{8}, \dots$
 - e. 1, 2, 4, 8, ...
8. Tentukan suku yang diminta dari barisan geometri berikut ini.
 - a. 2, 10, 50, 250, ..., U_7
 - b. 16, 8, 4, 2, ..., U_8
 - c. 100, 20, 4, $\frac{4}{5}, \dots, U_6$
 - d. 1, 5, 25, 125, ..., U_8
 - e. 6, 18, 54, 162, ..., U_7
9. Tentukan rasio dan suku keempat suatu barisan geometri jika diketahui
 - a. $a = 2$ dan $U_5 = 162$
 - b. $a = 4$ dan $U_3 = 64$
 - c. $a = \frac{7}{2}$ dan $U_7 = 224$
 - d. $a = \frac{1}{15}$ dan $U_6 = \frac{81}{15}$
 - e. $a = 90$ dan $U_5 = \frac{10}{9}$
10. Diketahui suatu barisan geometri dengan suku keempat $\frac{10}{9}$ dan suku keenam $\frac{10}{81}$. Tentukan:
 - a. suku pertama dan rasio pada barisan geometri tersebut,
 - b. suku kesepuluh barisan geometri tersebut.

C. Deret Bilangan

Pada materi sebelumnya, kamu telah mempelajari barisan bilangan, baik itu barisan aritmetika maupun barisan geometri. Sekarang, bagaimana jika suku-suku dalam barisan bilangan tersebut dijumlahkan? Dapatkah kamu menghitungnya?

Misalnya, diketahui barisan bilangan sebagai berikut.

$$2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots, U_n$$

Barisan bilangan tersebut jika dijumlahkan akan menjadi

$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \dots + U_n$$

Bentuk seperti ini disebut deret bilangan. Jadi, deret bilangan adalah jumlah suku-suku suatu barisan bilangan. Sebagaimana halnya barisan bilangan, deret bilangan pun dibagi menjadi dua bagian, yaitu deret aritmetika dan deret geometri.

1. Deret Aritmetika (Deret Hitung)

Coba kamu perhatikan barisan aritmetika berikut.

$$3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots, U_n$$

Jika kamu jumlahkan barisan tersebut, terbentuklah deret aritmetika sebagai berikut.

$$3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + \dots + U_n$$

Jadi, deret aritmetika adalah jumlah suku-suku barisan dari barisan aritmetika.

Contoh Soal 6.15

Suatu barisan aritmetika memiliki suku pertama 5 dan beda 3. Tuliskan deret aritmetika dari barisan tersebut.

Jawab:

- Barisan aritmetikanya adalah 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, ..., U_n
- Deret aritmetikanya adalah $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + \dots + U_n$

Sekarang, bagaimana cara menjumlahkan deret aritmetika tersebut? Untuk deret aritmetika yang memiliki suku-suku deret yang sedikit mungkin masih mudah untuk menghitungnya. Sebaliknya, jika suku-suku deret tersebut sangat banyak, tentu kamu akan memerlukan waktu yang cukup lama untuk menghitungnya.

Berikut ini akan diuraikan cara menentukan jumlah n suku pertama deret aritmetika. Misalkan, S_n adalah jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika maka

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_n$$

$$= a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + (a + 4b) + \dots + U_n$$

Kemudian,

$$\bullet \quad S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + (a + 4b) + \dots + U_n$$

$$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + (U_n - 3b) + (U_n - 4b) + \dots + a$$

$$\frac{2S_n = (a + U) + (a + U) + (a + U) + (a + U) + \dots + (a + U)}{\text{Sebanyak } n \text{ kali}} +$$

- $2 S_n = n (a + U_n)$
- $S_n = \frac{1}{2} n(a + U_n) = \frac{n}{2} (a + U_n)$

Jadi, rumus untuk menghitung jumlah suku-suku deret aritmetika adalah sebagai berikut.

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

Oleh karena $U_n = a + (n - 1) b$, rumus tersebut juga dapat ditulis sebagai berikut.

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1) b)$$

Agar kamu lebih memahami deret aritmetika, perhatikan contoh-contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.16

Diketahui deret aritmetika : $3 + 7 + 11 + 15 + 19 + \dots + U_{10}$. Tentukan:

- suku kesepuluh (U_{10}) deret tersebut,
- jumlah sepuluh suku pertama (S_{10}).

Solusi Matematika



Setiap hari, Anisa menyimpan uang sebesar Rp1.000,00 di kotak uang. Uang di kotak itu pada hari ini ada Rp15.000,00. Berapa rupiah uang di kotak tersebut 2 minggu yang akan datang?

- Rp14.000,00
- Rp28.000,00
- Rp29.000,00
- Rp30.000,00

Jawab:

Setiap hari Anisa menabung sebesar Rp1.000,00

Oleh karena hari ini uang Anisa Rp15.000,00, hari ke-1 menjadi Rp16.000,00, hari ke-2 menjadi Rp17.000,00 dan seterusnya (mengikuti deret aritmetika).

16.000, 17.000, 18.000,

$$a = 16.000$$

$$b = 1.000$$

$$\begin{aligned} U_{14} &= a + (n-1)b \\ &= 16.000 + (14-1)1.000 \\ &= 16.000 + 13 \times 1.000 \\ &= 29.000 \end{aligned}$$

Jadi, uang Anisa setelah dua minggu adalah Rp29.000,00.

Jawaban: c
Soal UN, 2005

Jawab :

Diketahui : $a = 3$ dan $b = 4$

$$\begin{aligned} \text{a. } U_n &= a + (n-1)b \text{ maka } U_{10} = 3 + (10-1)4 \\ &= 3 + 9 \cdot 4 \\ &= 3 + 36 \\ &= 39 \end{aligned}$$

Jadi, suku kesepuluh deret tersebut adalah 39.

$$\begin{aligned} \text{b. } S_n &= \frac{n}{2} (a + U_n) \text{ maka } S_{10} = \frac{10}{2} (3 + U_{10}) \\ &= \frac{10}{2} (3 + 39) \\ &= 210 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah sepuluh suku pertama deret tersebut adalah 210 ■

Contoh Soal 6.17

Diketahui suatu deret aritmetika dengan suku pertama 10 dan suku keenam 20.

- Tentukan beda deret aritmetika tersebut.
- Tuliskan deret aritmetika tersebut.
- Tentukan jumlah enam suku pertama deret aritmetika tersebut.

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{Diketahui: } U_1 &= a = 10 \\ U_6 &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } U_n &= a + (n-1)b \text{ maka } U_6 = 10 + (6-1)b \\ 20 &= 10 + 5b \\ 20 - 10 &= 5b \\ 10 &= 5b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

Jadi, bedanya adalah 2.

- Deret aritmetika tersebut adalah: $10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + \dots$

$$\begin{aligned} \text{c. } S_n &= \frac{1}{2} (a + U_n) \text{ maka } S_6 = \frac{6}{2} (10 + U_6) \\ &= \frac{6}{2} (10 + 20) = 90 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah enam suku pertama deret tersebut adalah 90 ■

Contoh Soal 6.18

Sebuah perusahaan permen memproduksi 2.000 permen pada tahun pertama. Oleh karena permintaan konsumen setiap tahunnya, perusahaan tersebut memutuskan untuk meningkatkan produksi permen sebanyak 5% dari produksi awal setiap tahunnya.

- Nyatakan jumlah permen yang diproduksi perusahaan tersebut pada 5 tahun pertama dalam barisan bilangan.
- Tentukan jumlah permen yang diproduksi pada tahun ke-7 (U_7).
- Tentukan jumlah permen yang telah diproduksi sampai tahun ke-7 (S_7).

Jawab:

$$\text{Diketahui: } a = 2.000$$

$$b = \frac{5}{100} \times 2.000 = 100$$

- a. Barisan bilangannya adalah sebagai berikut.
2.000, 2.100, 2.200, 2.300, 2.400
- b. $U_n = a + (n - 1)b$ maka $U_7 = 2.000 + (7 - 1)100$
 $= 2.000 + 6 \cdot 100$
 $= 2.000 + 600$
 $= 2.600$

Jadi, jumlah permen yang diproduksi pada tahun ke-7 adalah 2.600 permen.

- c. $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ maka $S_7 = \frac{7}{2}(2.000 + 2.600)$
 $= 3,5 \times 4.600$
 $= 16.100$

Jadi, jumlah permen yang telah diproduksi sampai tahun ke-7 adalah 16.100 permen ■

Sekarang, kamu akan mempelajari sifat-sifat deret aritmetika. Suatu deret aritmetika memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

- (1) Jika diketahui deret aritmetika $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ maka
 $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \dots = U_n - U_{n-1}$
- (2) Jika $U_1, U_2,$ dan U_3 merupakan suku-suku deret aritmetika maka
 $2U_2 = U_1 + U_3$
- (3) Jika U_m dan U_n adalah suku-suku deret aritmetika maka
 $U_m = U_n + (m - n)b$

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh-contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.19

- Tentukan nilai x jika suku-suku barisan $x - 1, 2x - 8, 5 - x$ merupakan suku-suku deret geometri.
- Dari suatu deret aritmetika diketahui bahwa suku keempatnya adalah 38 dan suku kesepuluhnya adalah 92. Tentukan:
 - beda deret aritmatika tersebut,
 - suku ketujuh deret aritmetika tersebut.

Jawab:

- Diketahui : $U_1 = x - 1$
 $U_2 = 2x - 8$
 $U_3 = 5 - x$
 $2U_2 = U_1 + U_3$ maka $2(2x - 8) = (x - 1) + (5 - x)$
 $4x - 16 = x - 1 + 5 - x$
 $4x - 16 = 4$
 $4x = 20$
 $x = 5$

Jadi, nilai x sama dengan 5.

- Diketahui $U_4 = 38$ dan $U_{10} = 92$

a. Untuk mencari beda:

$$U_m = U_n + (m - n)b \text{ maka } b = \frac{U_m - U_n}{m - n}$$

$$= \frac{U_{10} - U_4}{10 - 4} = \frac{92 - 38}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

Jadi, beda deret aritmetika tersebut adalah 9.

$$\begin{aligned} \text{b. } U_m &= U_n + (m - n)b \text{ maka } U_7 = U_4 + (7 - 4)b \\ &= 38 + (3)9 \\ &= 38 + 27 = 65 \end{aligned}$$

Jadi, suku ketujuh deret aritmetika tersebut adalah 65 ■

2. Deret Geometri (Deret Ukur)

Sama seperti deret aritmetika, deret geometri pun merupakan jumlah suku-suku dari suatu barisan geometri. Coba kamu perhatikan barisan geometri berikut ini.

$$1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, \dots, U_n$$

Jika kamu menjumlahkan suku-suku barisan geometri tersebut, diperoleh

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + \dots + U_n$$

Bentuk seperti ini disebut sebagai deret geometri.

Contoh Soal 6.20

Diketahui suatu barisan geometri memiliki suku pertama 5 dan rasio 2. Tuliskan barisan dan deret geometrinya.

Jawab:

Barisan geometrinya adalah 5, 10, 20, 40, 80, 160, ..., U_n

Deret geometrinya adalah $5 + 10 + 20 + 40 + 80 + 160 + \dots + U_n$

Selanjutnya, kamu akan mempelajari cara menentukan jumlah n suku pertama dari deret geometri. Misalkan, S_n adalah jumlah n suku pertama deret geometri maka

$$\begin{aligned} S_n &= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_n \\ &= a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} \end{aligned}$$

Kemudian,

$$\begin{aligned} \bullet \quad S_n &= a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} \\ rS_n &= ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + \dots + ar^n \\ \hline S_n - rS_n &= a - ar^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad S_n - rS_n &= a(1 - r^n) \\ S_n(1 - r) &= a(1 - r^n) \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)}$$

Jadi, rumus jumlah suku-suku deret geometri dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ atau } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Agar kamu lebih memahami deret geometri, coba kamu pelajari contoh-contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.21

Diketahui barisan geometri : 3, 6, 12, 24, 48, ..., U_n . Tentukan suku ketujuh (U_7) dan jumlah tujuh suku pertamanya (S_7).

Jawab:

- Menentukan suku ketujuh.

$$U_n = ar^{n-1} \text{ maka } U_7 = ar^6 \\ = 3(2)^6 = 3 \cdot 64 = 192$$

Jadi, suku ketujuhnya adalah 192.

- Menentukan jumlah tujuh suku pertamanya.

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ maka } S_7 = \frac{3(1-2^7)}{1-2} \\ = \frac{3(1-128)}{-1} \\ = \frac{3(-127)}{-1} \\ = 381$$

Jadi, jumlah tujuh suku pertamanya adalah 381 ■

Contoh Soal 6.22

Suatu deret geometri memiliki suku ketujuh 64 dan suku kesepuluh 512. Tentukan rasio (r), suku kelima (U_5), dan jumlah delapan suku pertamanya (S_8).

Jawab:

Diketahui $U_7 = 64$ dan $U_{10} = 512$.

- $U_n = ar^{n-1}$ maka $U_7 = ar^6$
 $64 = ar^6$
 $a = \frac{64}{r^6} \quad \dots (1)$

$$U_{10} = ar^9 \text{ maka } 512 = ar^9 \quad \dots (2)$$

Substitusikan persamaan (1) ke persamaan (2), diperoleh

$$ar^9 = 512 \text{ maka } \left(\frac{64}{r^6}\right)r^9 = 512 \\ 64r^3 = 512 \\ r^3 = \frac{512}{64} \\ r^3 = 8 \\ r = 2$$

Jadi, rasio deret geometri tersebut adalah 2.

- Dari persamaan (1) diperoleh : $a = \frac{64}{r^6}$
 $= \frac{64}{(2)^6}$
 $= \frac{64}{64} = 1$

Diperoleh $a = 1$, sehingga
 $U_n = ar^{n-1}$ maka $U_5 = 1(2)^{5-1}$
 $= 1(2)^4$
 $= 1 \cdot 16$
 $= 16$

Jadi, suku kelimanya adalah 16.

• $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ maka $S_8 = \frac{1(1-2^8)}{1-2}$
 $= \frac{1(1-256)}{-1}$
 $= \frac{-255}{-1}$
 $= 255$

Jadi, jumlah delapan suku pertamanya adalah 255 ■

Contoh Soal 6.23

Di suatu desa, jumlah penduduk pada tanggal 1 Januari 2007 adalah 10.000 jiwa. Jika tingkat pertumbuhan penduduk di desa tersebut 5% per tahun, tentukan jumlah penduduk di desa tersebut pada tanggal 1 Januari 2011.

Jawab:

Misalkan, jumlah penduduk pada tanggal 1 Januari 2007 (U_1) adalah 10.000 dan tingkat pertumbuhan penduduk (r) adalah 5% = 0,05.

- Jumlah penduduk pada tanggal 1 Januari 2008 adalah

$$U_2 = 10.000 + (10.000 \times 0,05) = 10.500 \text{ jiwa}$$

- Jumlah penduduk pada tanggal 1 Januari 2009 adalah

$$U_3 = 10.500 + (10.500 \times 0,05) = 11.025 \text{ jiwa}$$

dan seterusnya hingga diperoleh barisan sebagai berikut: 10.000, 10.500, 11.025, ... sehingga $a = 10.000$

$$r = \frac{10.500}{10.000} = 1,05$$

Jadi, jumlah penduduk pada tanggal 1 Januari 2011 adalah

$$U_5 = ar^{5-1} = 10.000 (1,05)^4 = 12.155,0625 = 12.155 \text{ jiwa.}$$

Untuk mempermudah perhitungan deret geometri, kamu dapat menggunakan sifat-sifat dasar deret geometri, sebagai berikut ■

(1) Jika diketahui deret geometri : $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ maka

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

(2) Jika U_1 , U_2 , dan U_3 merupakan suku-suku deret geometri maka

$$U_2^2 = U_1 \times U_3$$

(3) Jika U_m dan U_n merupakan suku dari deret geometri maka

$$U_m = U_n \cdot r^{m-n}$$

Agar kamu lebih memahami materi ini, pelajailah contoh-contoh soal berikut.

Contoh Soal 6.24

Diketahui suatu barisan : $x + 2, 9, x + 26$. Tentukanlah nilai x agar barisan tersebut dapat disusun menjadi sebuah deret geometri.

Jawab:

Diketahui bahwa : $U_1 = x + 2$

$$U_2 = 9$$

$$U_3 = x + 26$$

Dengan menggunakan sifat dasar deret geometri maka

$$U_2^2 = U_1 \times U_3 \text{ maka } (9)^2 = (x + 2)(x + 26)$$

$$81 = (x + 2)(x + 26)$$

$$81 = x^2 + 28x - 52$$

$$0 = x^2 + 28x - 29$$

$$0 = (x - 1)(x + 29)$$

$$x = 1 \text{ atau } x = -29$$

Jadi, nilai $x = 1$ atau $x = -29$ ■

Contoh Soal 6.25

Dari suatu geometri, diketahui suku keenamnya 32 dan suku kesembilannya 256.

Tentukan:

- rasio dari deret tersebut,
- suku ketiga (U_3) dari deret tersebut.

Jawab:

Diketahui: $U_6 = 32$ dan $U_9 = 256$

a. $U_m = U_n \cdot r^{m-n}$ maka $U_9 = U_6 \cdot r^{9-6}$

$$U_9 = U_6 \cdot r^3$$

$$r^3 = \frac{U_9}{U_6}$$

$$= \frac{256}{32} = 8$$

$$r = 2$$

Jadi, rasio deret tersebut adalah 2.

b. $U_m = U_n \cdot r^{m-n}$ maka $U_6 = U_3 \cdot r^{6-3}$

$$U_6 = U_3 \cdot r^3$$

$$U_3 = \frac{U_6}{r^3}$$

$$= \frac{32}{(2)^3}$$

$$= \frac{32}{8}$$

$$= 4$$

Jadi, suku ketiga deret tersebut adalah 4 ■

Uji Kompetensi 6.3

Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Tuliskan deret aritmetika dari barisan aritmetika berikut ini.
 - 80, 120, 160, 200, ..., U_n
 - 13, 18, 23, 28, ..., U_n
 - 16, -9, -2, 5, ..., U_n
 - 10, 12, 14, 16, ..., U_n
 - 17, 24, 31, 38, ..., U_n
- Tentukan jumlah setiap deret aritmetika berikut.
 - $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + U_{10}$
 - $8 + 11 + 14 + 17 + \dots + U_{15}$
 - $2 + 9 + 16 + 23 + \dots + U_7$
 - $3 + 8 + 13 + 18 + \dots + U_{20}$
 - $14 + 18 + 22 + 26 + \dots + U_n$
- Suatu deret aritmetika memiliki suku pertama 3 dan suku kedelapan 24.
 - Tentukan beda deret tersebut.
 - Tuliskan deret aritmetika tersebut.
 - Tentukan jumlah sepuluh suku pertama dari deret tersebut.
- Jika diketahui dalam suatu deret aritmetika dengan suku kelima 13 dan suku kesembilan 21, tentukan:
 - beda dari deret tersebut,
 - suku kesepuluh deret tersebut,
 - jumlah sebelas suku pertama dari deret tersebut.
- Tentukan nilai x jika suku-suku barisan $x - 4$, $2x + 1$, $10 + x$, merupakan suku-suku yang membentuk deret aritmetika.
- Suatu barisan geometri memiliki suku pertama 3 dan rasio 4.
 - Tuliskan barisan geometri tersebut.
 - Tuliskan deret geometri tersebut.
- Tentukan jumlah setiap deret geometri berikut.
 - $2 + 6 + 18 + 54 + 162 + \dots + U_7$
 - $3 + 15 + 75 + \dots + U_6$
 - $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + U_7$
 - $5 + 10 + 20 + 40 + 80 + \dots + U_8$
 - $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + \dots + U_{10}$
- Diketahui suatu deret geometri memiliki suku ketiga 18 dan suku kelima 162. Tentukan:
 - rasio deret geometri tersebut,
 - suku kedelapan deret geometri tersebut,
 - jumlah delapan suku pertama deret geometri tersebut.
- Diketahui suatu barisan $1 + x$, 10 , $x + 16$. Tentukan nilai x agar suku barisan tersebut menjadi deret geometri.
- Tentukan n jika
 - $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \dots + n = 510$
 - $3 + 9 + 27 + \dots + n = 120$
 - $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + n = 1.023$
 - $3 + 6 + 12 + \dots + n = 765$
 - $2 + 6 + 18 + \dots + n = 242$

Rangkuman

- Pola bilangan terdiri atas:
 - pola garis lurus
 - pola persegi panjang
 - pola persegi
 - pola segitiga
 - pola bilangan ganjil dan genap
 - pola segitiga Pascal
- Barisan bilangan terdiri atas barisan aritmetika dan barisan geometri.
- Rumus suku ke- n barisan aritmetika sebagai berikut.
$$U_n = a + (n - 1)b$$
- Rumus suku ke- n barisan geometri sebagai berikut.
$$U_n = ar^{n-1}$$
- Deret bilangan terdiri atas deret aritmetika dan deret geometri.

- Jumlah suku ke- n deret aritmetika dinyatakan oleh rumus
- Jumlah suku ke- n deret geometri dinyatakan oleh rumus

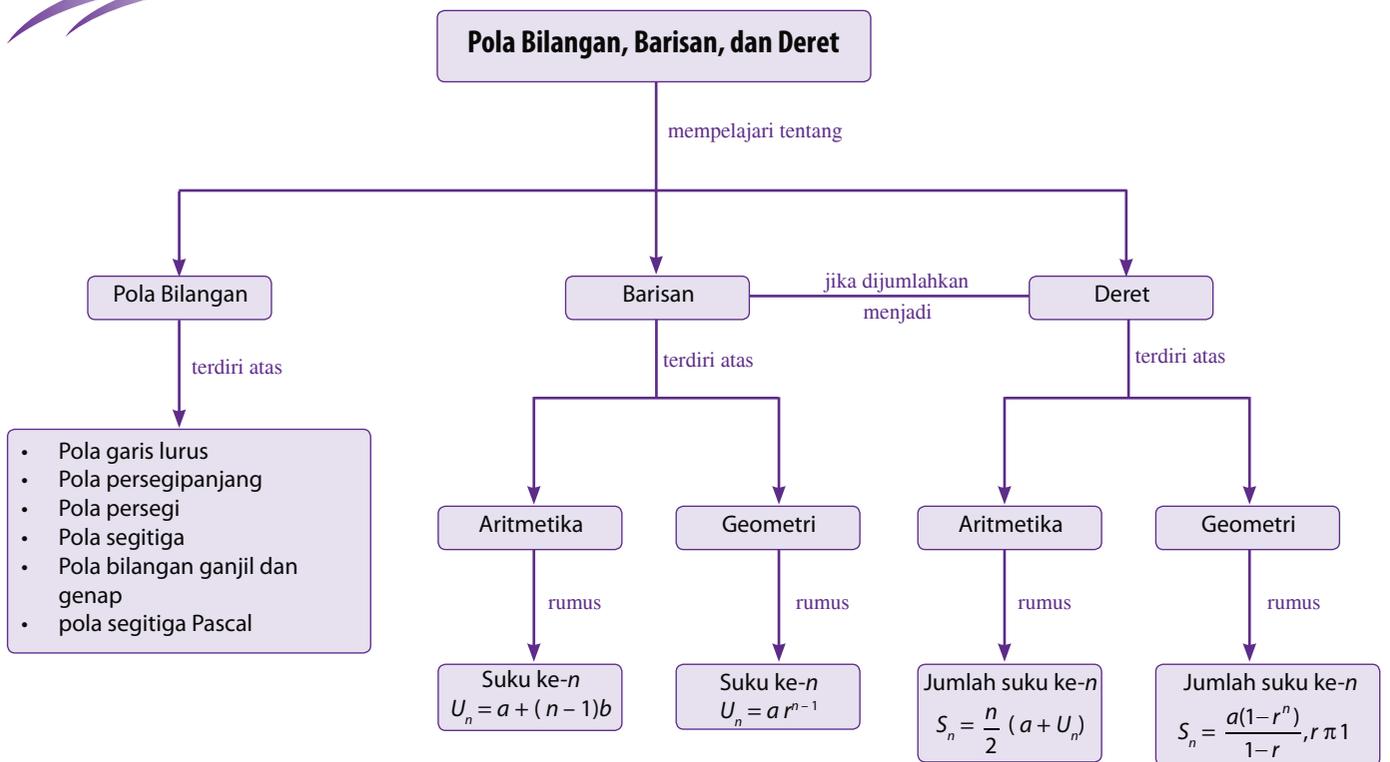
$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ dengan } r \neq 1$$

Refleksi

- Pada bab Pola Bilangan, Barisan, dan Deret ini, menurutmu bagian mana yang paling menarik untuk dipelajari? Mengapa?
- Setelah mempelajari bab ini, apakah kamu merasa kesulitan memahami materi tertentu? Materi apakah itu?
- Kesan apakah yang kamu dapatkan setelah mempelajari materi pada bab ini?

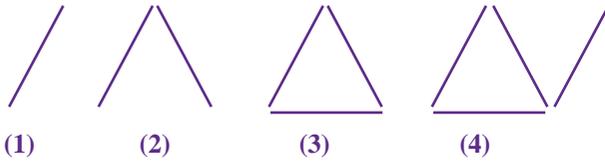
Peta Konsep



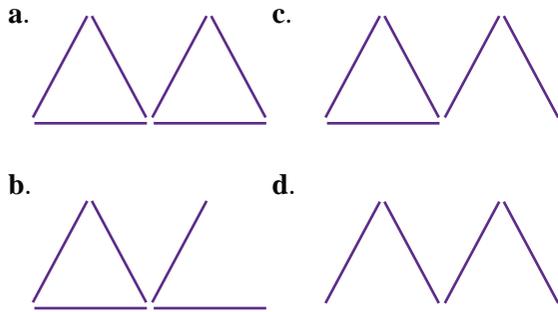
Uji Kompetensi Bab 6

A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

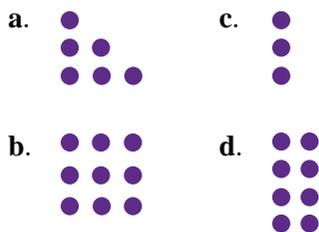
1. Perhatikan pola berikut.



Pola kelima dari gambar tersebut adalah



2. Pola titik-titik berikut yang menunjukkan pola bilangan persegi panjang adalah ...



3. Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

Banyaknya suku barisan dari barisan bilangan tersebut adalah

- a. 10 c. 8
b. 9 d. 7

4. Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.

28, 34, 40, 46, 52, 58, 64, 70

Nilai U_3 , U_6 , dan U_8 berturut-turut adalah

- a. 40, 46, 64
b. 40, 52, 70
c. 40, 58, 70
d. 40, 64, 70

5. Berikut ini adalah barisan aritmetika, *kecuali*

- a. 70, 82, 94, 106, 118
b. 36, 40, 44, 48, 52
c. -10, -4, 2, 8, 14
d. 1, 2, 4, 8, 16

6. Diketahui barisan bilangan aritmetika sebagai berikut.

-8, -4, 0, 4, 8, 12, n , 20, 24

Nilai n yang memenuhi adalah

- a. 10 c. 16
b. 14 d. 18

7. Berikut ini yang merupakan barisan aritmetika turun adalah

- a. 30, 32, 34, 36, ...
b. 12, 8, 4, ...
c. 16, 21, 26, ...
d. 50, 60, 70, ...

8. Diketahui barisan bilangan aritmetika sebagai berikut.

36, 44, 52, 60, 68,

Beda pada barisan tersebut adalah

- a. 6 c. 8
b. 7 d. 9

9. Diketahui barisan bilangan aritmetika sebagai berikut.

42, 45, 48, 51, 54,

Suku ke-12 barisan tersebut adalah

- a. 75
b. 55
c. 85
d. 65

10. Beda pada barisan aritmetika yang memiliki suku pertama 15 dan suku ketujuh 39 adalah

- a. 3
b. 4
c. 5
d. 6

11. Suatu barisan aritmetika memiliki suku keempat 46 dan suku ketujuh 61. Suku kesepuluh barisan tersebut adalah

- a. 66 c. 76
b. 71 d. 81

12. Barisan aritmetika yang memenuhi rumus umum: $3n - 1$ adalah

- a. 1, 4, 7, 10, 13, ...
b. 1, 5, 9, 13, 17, ...
c. 2, 8, 14, 20, ...
d. 2, 5, 8, 11, 14, ...

13. Perhatikan barisan bilangan berikut.
 $1, 3, 9, 27, 81, m, 729, \dots$
 Agar barisan tersebut menjadi barisan geometri maka nilai m yang memenuhi adalah
- 324
 - 234
 - 243
 - 342
14. Diketahui barisan bilangan geometri sebagai berikut.
 $60, 30, 15, \frac{15}{2}, \frac{15}{4}, \dots$
 Rasio pada barisan tersebut adalah
- 30
 - 15
 - 3
 - 2
15. Perhatikan barisan bilangan geometri sebagai berikut.
 $3, 6, 12, 24, \dots$
 Nilai suku kesepuluh dari barisan tersebut adalah
- 1.356
 - 1.536
 - 1.635
 - 1.653
16. Dalam suatu barisan geometri, diketahui suku pertamanya adalah 128 dan suku kelimanya adalah 8. Rasio dari barisan tersebut adalah
- 4
 - 2
 - $\frac{6}{2}$
 - $\frac{1}{4}$
17. Diketahui deret bilangan aritmetika sebagai berikut.
 $12 + 15 + 18 + \dots$
 Jumlah delapan suku pertama deret tersebut adalah
- 160
 - 180
 - 360
 - 450
18. Suatu deret aritmetika memiliki suku ketiga 9 dan suku keenam adalah 243. Jumlah lima suku pertama deret aritmetika tersebut adalah
- 242
 - 121
 - 81
 - 72
19. Dalam sebuah deret geometri, diketahui nilai $S_{10} = 1.023$. Jika rasio pada deret tersebut adalah 2, suku pertama deret tersebut adalah
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
20. Diketahui suatu barisan sebagai berikut.
 $x + 3, 16, 27 + x$
 Nilai x yang memenuhi agar suku barisan tersebut menjadi deret geometri adalah
- 4
 - 5
 - 6
 - 7

B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

- Tentukan tiga suku berikutnya dari barisan-barisan bilangan berikut.
 - $4, 5, 9, 14, 23, \dots$
 - $90, 78, 66, 54, \dots$
 - $2, 6, 18, 54, 162, \dots$
- Tentukan rumus suku ke- n dari barisan-barisan bilangan berikut.
 - $3, 4, 6, 9, \dots$
 - $1, 2, 4, 8, \dots$
 - $10, 8, 6, 4, \dots$
- Tuliskan lima suku pertama barisan aritmetika yang memenuhi rumus umum sebagai berikut.
 - $n(n + 1)$
 - $2n + 5$
 - $n^2(n + 1)$
- Tentukan nilai suku keseratus barisan bilangan segitiga.
- Diketahui barisan geometri $2, 4, 8, 16, 32, \dots$. Tentukan:
 - rasionya,
 - rumus suku ke- n ,
 - jumlah sepuluh suku pertamanya.

Uji Kompetensi Semester 2

Pilihlah satu jawaban yang benar.

- Nilai dari $(-4)^3$ adalah
 - 64
 - 64
 - 12
 - 12
- Bentuk $a^{-4}b^2$ jika diubah ke dalam bentuk pangkat bulat positif menjadi
 - $\frac{b^2}{4a}$
 - $-4ab^2$
 - $\frac{b^2}{a^4}$
 - ab^{-2}
- $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \dots$
 - 8
 - 16
 - 8
 - 16
- Jika $7^4 = \frac{1}{7^p}$, nilai p sama dengan
 - 7
 - 4
 - 4
 - 7
- Diketahui sebuah persegi panjang memiliki ukuran $\left(\frac{1}{2} \times 2^{-4}\right)$ cm. Luas persegi panjang tersebut adalah ... cm².
 - $\frac{1}{16}$
 - $\frac{1}{8}$
 - 8
 - 16
- Hasil dari $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ adalah
 - 125
 - 129
 - 134
 - 135
- Bentuk sederhana dari $\frac{x^{-5}}{x^{-6}}$ adalah
 - $\frac{1}{x}$
 - x^{-11}
 - x^{-1}
 - x
- $(p+1)^5 (p+1)^{-8} = \dots$
 - $(p+1)^3$
 - $(p+1)^{-3}$
 - $p^5 + 1$
 - $p^{13} + 1$
- Bentuk pangkat pecahan dari $27\sqrt[3]{3}$ adalah
 - $27^{\frac{1}{3}}$
 - $27^{\frac{4}{3}}$
 - $3^{\frac{5}{3}}$
 - $3^{\frac{10}{3}}$
- Diketahui panjang rusuk sebuah kubus adalah $2\sqrt{5}$ cm. Volume kubus tersebut adalah
 - $40\sqrt{5}$ cm³
 - $40\sqrt[3]{5}$ cm³
 - $8\sqrt[3]{5}$ cm³
 - $8\sqrt{5}$ cm³
- Bentuk sederhana dari $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{5}$ adalah
 - $\sqrt{5}$
 - $\sqrt[4]{5}$
 - $2\sqrt{5}$
 - $4\sqrt{5}$
- Diketahui $\sqrt{15} = 3,873$. Nilai dari $\sqrt{15}(\sqrt{15}-1)$ adalah
 - 2,873
 - 8,619
 - 11,127
 - 11,732
- Diketahui $\left(\frac{1}{4}\right)^5 = 2^a$. Nilai a sama dengan
 - 10
 - 5
 - 10
 - 12
- Bentuk $\frac{49}{\sqrt{7}}$ sama dengan
 - $7\sqrt{7}$
 - $14\sqrt{7}$
 - $21\sqrt{7}$
 - $49\sqrt{7}$
- Bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{12}{6+\sqrt{2}}$ adalah
 - $\frac{6}{34}(6-\sqrt{2})$
 - $\frac{6}{17}(6-\sqrt{2})$
 - $\frac{12}{17}(6+\sqrt{2})$
 - $(6+\sqrt{2})$

16. Himpunan bilangan yang diurutkan dengan pola $(2^n - 1)$ dengan n bilangan asli, akan membentuk suatu barisan bilangan

- a. ganjil c. persegi
b. genap d. segitiga

17. Gambar di bawah ini menggambarkan pola suatu barisan yang disusun dari batang-batang korek api.



Banyak korek api pada pola berikutnya adalah

- a. 13 c. 15
b. 14 d. 16

18. Dari himpunan bilangan berikut ini yang merupakan barisan bilangan adalah

- a. 2, 4, 5, 6, ...
b. 1, 2, 4, 12, ...
c. -5, -2, 1, 4, ...
d. 3, -3, 0, 3, ...

19. Diketahui barisan bilangan 1, 1, 2, 3, 5, 8, Jika barisan tersebut dilanjutkan dengan suku berikutnya maka akan menjadi

- a. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 8
b. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 9
c. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 16
d. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

20. Tiga suku berikutnya dari barisan bilangan prima 13, 17, 19, ... adalah

- a. 23, 27, 29 c. 21, 23, 27
b. 23, 29, 31 d. 21, 23, 29

21. Diketahui barisan 1, 2, 0, 1, p , 0, Nilai p yang memenuhi adalah

- a. -2 c. 0
b. -1 d. 1

22. Suku kelima dan keenam barisan bilangan 2, 5, 9, 14, ... adalah

- a. 17 dan 20 c. 19 dan 23
b. 18 dan 22 d. 20 dan 27

23. Diketahui barisan bilangan 1, 4, 16, 64. Suku kedelapan barisan tersebut adalah

- a. 4.096 c. 19.373
b. 16.384 d. 24.576

24. Rumus suku ke- n barisan bilangan 10, 7, 4, ... adalah

- a. $U_n = 13 + 3n$
b. $U_n = 13 - 3n$
c. $U_n = 3n + 7$
d. $U_n = 3n - 7$

25. Jumlah 20 suku pertama barisan bilangan 5, 3, 1, -1, -3 ... adalah

- a. -280 c. 380
b. 180 d. 480

26. Rumus jumlah n suku pertama deret bilangan $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + U_n$ adalah

- a. $S_n = n^2 + n$ c. $S_n = 2n + n^2$
b. $S_n = n + 1$ d. $S_n = n(n + 1)$

27. Diketahui rumus jumlah n suku pertama sebuah deret adalah $S_n = \frac{n}{2}(3n + 1)$. Deret yang dimaksud adalah

- a. $1 + 1 + 2 + 2 + \dots + U_n$
b. $5 + 7 + 9 + 11 + \dots + U_n$
c. $4 + 7 + 10 + 13 + \dots + U_n$
d. $2 + 6 + 10 + 14 + \dots + U_n$

28. Jumlah delapan suku pertama barisan bilangan 1, 3, 9, 27, ... adalah

- a. 3.180 c. 3.080
b. 3.280 d. 3.380

29. Sebuah bambu dibagi menjadi 4 bagian dan panjang setiap bagian membentuk suatu barisan geometri. Jika panjang potongan bambu terpendek adalah 25 cm dan potongan bambu terpanjang adalah 200 cm, panjang bambu mula-mula adalah

- a. 225 c. 400
b. 375 d. 425

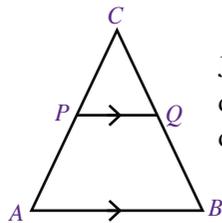
30. Pak Joyo membeli sebuah TV berwarna seharga Rp 5.000.000,00. Pada setiap akhir 1 tahun, TV berwarna tersebut mengalami penurunan harga sebesar 10%. Harga TV berwarna tersebut pada akhir tahun ketiga adalah

- a. Rp3.645.000,00
b. Rp3.280.500,00
c. Rp2.952.450,00
d. Rp2.657.205,00

Uji Kompetensi Akhir Tahun

A. Pilihlah satu jawaban yang benar.

1. Perhatikan gambar berikut.

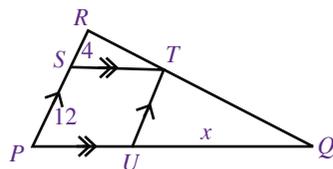


Jika panjang $PC = 3$ cm, $AC = 9$ cm, dan $AB = 15$ cm, panjang PQ sama dengan

- a. 4,0 cm
 - b. 5,0 cm
 - c. 7,5 cm
 - d. 10,0 cm
2. Seorang anak yang tingginya 150 cm mempunyai panjang bayangan 2 m. Jika pada saat yang sama panjang bayangan tiang bendera 3,5 m, tinggi tiang bendera tersebut adalah

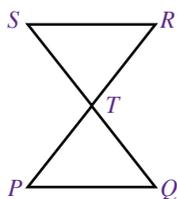
- a. 2,625 m
- b. 3,625 m
- c. 4,66 m
- d. 5,66 m

3. Perhatikan gambar berikut.



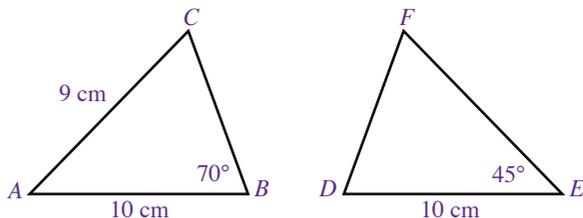
Nilai x adalah

- a. 2
 - b. 16
 - c. 16
 - d. 22
4. Penulisan yang benar mengenai kongruensi dua segitiga berikut adalah



- a. $\triangle TPQ @ \triangle RST$
- b. $\triangle PQT @ \triangle SRT$
- c. $\triangle STR @ \triangle QTP$
- d. $\triangle RTS @ \triangle PQT$

5. Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar tersebut, $\triangle ABC @ \triangle DEF$. Pernyataan yang benar adalah

- a. $EF = 9$ cm dan $\angle F = 70^\circ$
- b. $EF = 9$ cm dan $\angle C = 45^\circ$
- c. $\angle C = 65^\circ$ dan $EF = 70$ cm
- d. $\angle F = 65^\circ$ dan $EF = 9$ cm

6. Luas permukaan tabung yang memiliki diameter 10 cm dan tinggi 4 cm adalah

- a. $125,6$ cm²
- b. $138,7$ cm²
- c. $244,92$ cm²
- d. $251,2$ cm²

7. Suatu kaleng berbentuk tabung dapat menampung air sampai penuh sebanyak $7.959,9$ cm³. Jika jari-jari kaleng tersebut 13 cm, tinggi kaleng tersebut sama dengan

- a. 13 cm
- b. 14 cm
- c. 15 cm
- d. 16 cm

8. Diketahui jari-jari alas suatu kerucut 5 cm dan tingginya 12 cm. Luas seluruh permukaan kerucut tersebut adalah

- a. $62,8$ cm²
- b. $78,5$ cm²
- c. $204,1$ cm²
- d. $282,6$ cm²

9. Volume kerucut yang diameter alasnya 20 cm dan tingginya 24 cm adalah

- a. 7.536 cm³
- b. 5.024 cm³
- c. 2.512 cm³
- d. 1.105 cm³

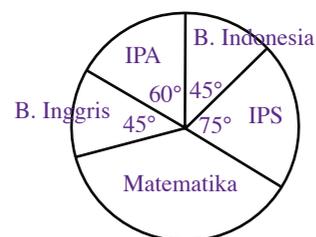
10. Luas permukaan bola yang memiliki diameter 21 cm adalah

- a. 19.404 cm²
- b. 15.783 cm²
- c. 12.005 cm²
- d. 9.702 cm²

11. Luas dua buah bola berturut-turut adalah L_1 dan L_2 dan volumenya V_1 dan V_2 . Jika panjang jari-jarinya berturut-turut 1 dm dan 2 dm, perbandingan volumenya adalah

- a. 2 : 5
- b. 1 : 5
- c. 1 : 4
- d. 1 : 8

12. Dari 720 siswa di SMP Nusa Bangsa, diperoleh data tentang pelajaran yang disukai siswa. Data tersebut disajikan pada diagram berikut ini.



Banyak siswa yang menyukai matematika adalah ... orang.

- a. 90
- b. 120
- c. 270
- d. 280

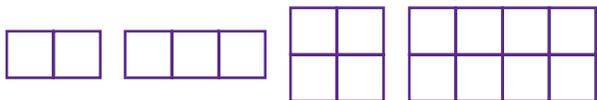
13. Diketahui data sebagai berikut.
25, 26, 22, 24, 26, 28, 21, 24, 26, 27, 21
28, 28, 30, 25, 29, 22, 21, 23, 25, 26, 23
Mean dari data tersebut adalah
- a. 24 c. 26
b. 25 d. 27
14. Nilai rata-rata ujian PKn 10 siswa adalah 55. Jika nilai tersebut digabung dengan 5 siswa lainnya, nilai rata-ratanya menjadi 53. Nilai rata-rata kelima siswa tersebut adalah
- a. 47 c. 49
b. 48 d. 50
15. Tabel frekuensi nilai ulangan matematika 40 siswa adalah sebagai berikut.

| Nilai | Frekuensi |
|-------|-----------|
| 10 | 2 |
| 9 | 2 |
| 8 | 5 |
| 7 | 6 |
| 6 | 10 |
| 5 | 7 |
| 4 | 6 |
| 3 | 2 |

- Median dari data tersebut adalah
- a. 6 c. 7
b. 6,5 d. 7,5
16. Diberikan sekumpulan data sebagai berikut.
153, 160, 275, 273, 154, 153, 160, 211,
160, 150, 150, 154, 154, 273, 160
Modus dari data tersebut adalah
- a. 160 c. 153
b. 154 d. 150
17. Pada pelemparan dua keping uang logam secara bersamaan, peluang tidak muncul sisi gambar adalah
- a. 0 c. $\frac{1}{2}$
b. $\frac{1}{4}$ d. 1
18. Dua buah dadu dilempar bersamaan. Peluang munculnya muka dadu berjumlah kurang dari 10 adalah
- a. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{4}$
b. $\frac{5}{6}$ d. $\frac{1}{3}$

19. Sebuah koin dilemparkan 200 kali. Hasilnya, muncul sisi angka sebanyak 120 kali. Frekuensi relatif muncul sisi angka adalah
- a. 0 c. $\frac{2}{5}$
b. $\frac{1}{5}$ d. $\frac{3}{5}$
20. Di suatu desa, diketahui peluang seorang balita terjangkit penyakit asma adalah 0,38. Jika di desa tersebut terdapat 100 balita, jumlah balita yang diperkirakan akan terjangkit penyakit asma adalah
- a. 23 orang c. 38 anak
b. 27 orang d. 53 anak
21. Jika $\frac{1}{5^{-5}} = 5^p$ maka nilai p adalah
- a. -5 c. 1
b. 5 d. 0
22. Luas sebuah persegi panjang adalah 1 dm². Jika lebarnya 4⁻² dm, panjang persegi panjang tersebut adalah
- a. 2 dm c. 8 dm
b. 4 dm d. 16 dm
23. Bentuk akar dari $a^{\frac{b}{c}}$ adalah
- a. $\sqrt{a^b}$ c. $\sqrt[c]{a^b}$
b. $\sqrt{a^{bc}}$ d. $\sqrt[b]{a^c}$
24. Jika $x = 3$ maka nilai $\sqrt[3]{x}$ adalah
- a. 27 c. 3
b. 9 d. $\frac{1}{3}$
25. Bentuk rasional dari $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$ adalah
- a. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
b. $\frac{1}{2}\sqrt{12}$
c. $-\frac{1}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{7})$
d. $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{7})$

26. Perhatikan gambar berikut.

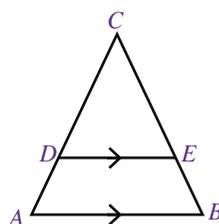


Barisan bilangan yang menunjukkan banyaknya persegi panjang pada setiap pola adalah

- 2, 3, 4, 6
 - 2, 3, 5, 7
 - 2, 3, 5, 6
 - 2, 3, 4, 8
27. Dua suku berikutnya dari barisan 6, 12, 20, 30 dan seterusnya adalah
- 36 dan 44
 - 38 dan 50
 - 40 dan 48
 - 42 dan 56
28. Jumlah 8 suku pertama dari barisan bilangan 1, 3, 9, 27, ... adalah
- 3.180
 - 3.280
 - 3.080
 - 3.380
29. Diketahui suku pertama barisan geometri adalah 4 dan rasionya 2. Rumus suku ke- n barisan tersebut adalah
- $U_n = 2^{n+1}$
 - $U_n = 2^{n-1}$
 - $U_n = 2^{n+2}$
 - $U_n = 2^{n-2}$
30. Dalam suatu pertandingan sepakbola, setiap pemain dari kedua kesebelasan yang masuk lapangan harus menjabat tangan pemain yang datang terlebih dahulu. Jumlah jabat tangan yang terjadi adalah
- 400
 - 231
 - 200
 - 40

B. Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Perhatikan gambar berikut.



Jika $DE \parallel AB$, $CD = 8$ cm, $AD = 2$ cm, dan $DE = 4$ cm, tentukan:

- panjang AB ,
 - perbandingan $BE : BC$.
2. Diketahui volume sebuah tabung yang memiliki jari-jari alas r dan tinggi t adalah 480 cm^3 . Jika jari-jarinya diperkecil menjadi $\frac{1}{2}r$, tentukan volume tabung yang baru.
3. Rata-rata nilai ulangan matematika dari 12 siswa adalah 7,2. Jika nilai Heri dimasukkan ke dalam perhitungan tersebut, rata-ratanya menjadi 7,3. Tentukan nilai ulangan Heri.
4. Diketahui $\sqrt{3} = p$ dan $\sqrt{2} = q$. Nyatakan bentuk-bentuk berikut dalam p dan q .
- $\sqrt{24}$
 - $\sqrt{54}$
 - $\sqrt{150}$
5. Jumlah suku kedua dan ketiga suatu barisan aritmetika adalah 14. Adapun jumlah suku ketujuh dan kedelapan adalah 54. Tentukan:
- bedanya,
 - suku pertamanya,
 - rumus suku ke- n .

Kunci Jawaban

Bab 1 Kesebangunan dan Kekongruenan

Uji Kompetensi 1.1 halaman 7

- c dan d
- $x = 5$
 - $y = 8$
- $x = 160^\circ$
 - $y = 77^\circ$
 $z = 103^\circ$
- $AC = 15$ cm
- Tinggi pohon = 40 cm

Uji Kompetensi 1.2 halaman 11

- $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$
 $\triangle GHI$ dan $\triangle MNO$
- $x = 40^\circ$
- $PS = 33$ cm

Uji Kompetensi Bab 1 halaman 14

- A.
- c
 - b
 - b
 - b
- B.
- $PQ = 15$ cm
 - $x = 47,5^\circ$
 $y = 58^\circ$
 $z = 47,5^\circ$

Bab 2 Bangun Ruang Sisi Lengkung

Uji Kompetensi 2.1 halaman 22

- 376,8 cm²
 - 401,92 cm²
 - 616 cm²
- $t = 10$ cm
- 33 : 56
- $V = 49,280$ dm³
- $r = 2,5$

Uji Kompetensi 2.2 halaman 27

- 533,8 cm²
- 188,4 cm²
 - 301,44 cm²
- 188,4 cm²
282,6 cm²
- 462 cm²
- 204,1 cm²
 - 282,6 cm²
 - 314 cm³

Uji Kompetensi 2.3 halaman 33

- 314 cm
- $r = 8$ cm
- 577,76 dm
- $V = 113,04$ dm³
- $t = 4r$

Uji Kompetensi Bab 2 halaman 35

- A.
- c
 - b
 - c
 - d
 - a
- B.
- $r = 2,5$ cm
 - 157 cm²
 - 196,5 cm²
 - $s = 25$ cm
 - 1.884 cm²
 - 154 cm²
 - 179,667 cm³

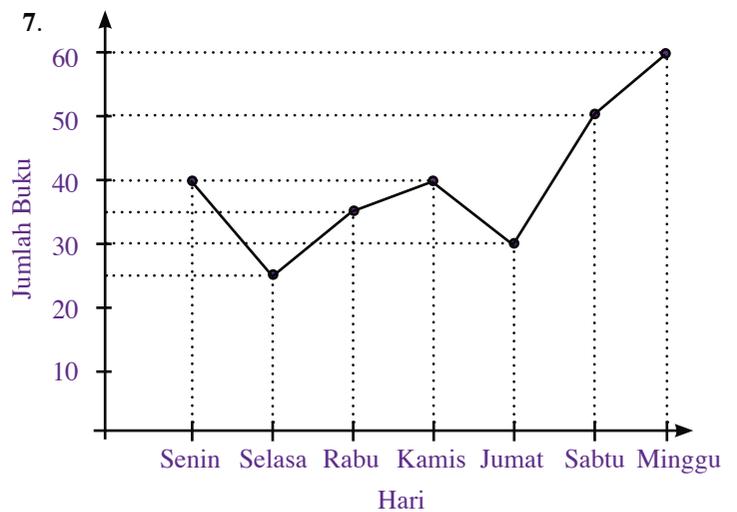
Bab 3 Statistika

Uji Kompetensi 3.1 halaman 43

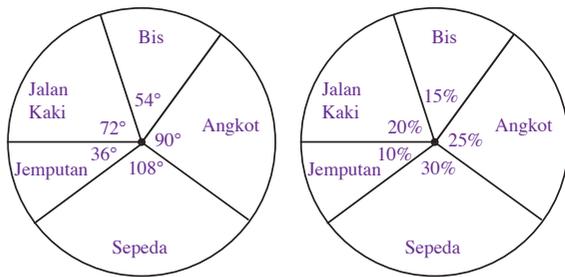
- Populasi = seluruh balita di kelurahan tersebut
Sampel = beberapa balita di kelurahan tersebut yang diperiksa kesehatannya
 - Populasi = seluruh sayur sop yang dibuat ibu
Sampel = sedikit/sebagian dari sayur sop yang dicicipi ibu.
- Datum terkecil = 50
Datum terbesar = 88
- Tabel frekuensinya:

| Jumlah Anak | Turus | Frekuensi |
|-------------|-------|-----------|
| 0 | | 4 |
| 1 | | 2 |
| 2 | | 6 |
| 3 | | 3 |
| 4 | | 3 |
| 5 | | 2 |
| Jumlah | | 20 |

- 20 keluarga
- 4 keluarga



9.



Uji Kompetensi 3.2 halaman 47

1. a. $\bar{x} = 3,57$
b. $\bar{x} = 12,5$
c. $\bar{x} = 28,25$
d. $\bar{x} = 6,2$
3. 145 cm
5. Modus = 27
7. a. Me = 15
b. Me = 29
c. Me = 800
d. Me = 7,05

9. a.

| Nilai | Turus | Frekuensi |
|--------|-------|-----------|
| 5 | | 4 |
| 6 | | 6 |
| 7 | | 7 |
| 8 | | 6 |
| 9 | | 4 |
| 10 | | 3 |
| Jumlah | | 30 |

- b. Mean = 7,3
Median = 7
Modus = 7

Uji Kompetensi 3.3 halaman 49

1. a. $J = 4$
b. $J = 49$
c. $J = 244$
d. $J = 21,6$
3. a. $Q_1 = 3,5$ $Q_2 = 5$ $Q_3 = 7,5$
b. $Q_1 = 23$ $Q_2 = 37$ $Q_3 = 38$
c. $Q_1 = 119$ $Q_2 = 201,5$ $Q_3 = 413$
d. $Q_1 = 35,8$ $Q_2 = 40,1$ $Q_3 = 50,3$
5. a. Jangkauan = 10
b. Mean = 153,5
Modus = 150 dan 155
Median = 153,5
c. $Q_1 = 150$ $Q_2 = 153,5$ $Q_3 = 155$

Uji Kompetensi Bab 3 halaman 52

- A. 1. a 11. a
3. b 13. d
5. d 15. b
7. a 17. d
9. c 19. d
- B. 1. 360
3. 56 dan 128

5. a. Datum terkecil = 1
Datum terbesar = 10
- b. $J = 9$
- c. $Q_1 = 3$
 $Q_2 = 5$
 $Q_3 = 7,5$

Bab 4 Peluang

Uji Kompetensi 4.1 halaman 59

1. Kejadian acak adalah kejadian yang hasilnya tidak dapat ditentukan sebelumnya.
3. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
- 5.

Dadu

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Angka (A) | (A, 1) | (A, 2) | (A, 3) | (A, 4) | (A, 5) | (A, 6) |
| Gambar (G) | (G, 1) | (G, 2) | (G, 3) | (G, 4) | (G, 5) | (G, 6) |

$$S = \{(A, 1), (A, 2), (A, 3), (A, 4), (A, 5), (A, 6), (G, 1), (G, 2), (G, 3), (G, 4), (G, 5), (G, 6)\}$$

Uji Kompetensi 4.2 halaman 63

1. a. $K = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
b. $K = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
c. $K = \{ \}$
3. a.

| Warna | Turus | Frekuensi |
|-----------|-------|-----------|
| Putih (P) | | 8 |
| Hijau (H) | | 6 |
| Merah (M) | | 6 |
| Biru (B) | | 10 |
| Jumlah | | 30 |

b. Frekuensi relatif warna

$$\text{putih} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$\text{hijau} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$\text{merah} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$\text{biru} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

c. Jumlah frekuensi relatif = 1

5. a. $\frac{1}{5}$ d. $\frac{4}{5}$
b. $\frac{1}{3}$ e. $\frac{2}{3}$
c. $\frac{7}{12}$
7. a. pasti terjadi
b. mungkin terjadi
c. mustahil
d. mungkin terjadi

e. mungkin terjadi

Uji Kompetensi 4.3 halaman 65

- a. 75 kali
b. 75 kali
c. 75 kali
- 500 orang

Uji Kompetensi Bab 4 halaman 67

- A. 1. b 11. d
3. d 13. b
5. a 15. c
7. c 17. b
9. d 19. c

- B. 1. a. $\frac{1}{13}$
b. $\frac{1}{2}$
3. a. $\frac{5}{36}$
b. $\frac{5}{12}$
5. 425 anak

Uji Kompetensi Semester 1 halaman 70

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. c | 11. d | 21. c |
| 3. a | 13. a | 23. b |
| 5. b | 15. c | 25. d |
| 7. c | 17. d | 27. a |
| 9. c | 19. c | 29. c |

Bab 5 Pangkat Tak Sebenarnya

Uji Kompetensi 5.1 halaman 83

- a. 1) 4^4
2) 10^5
3) $(-7)^3$
4) c^7
5) $(-y)^5$
b. 1) $2 \times 2 \times 2$
2) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
3) $(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6)$
4) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 4$
5) $8 \times 8 \times 8 \times a \times a \times a \times a \times a$
 - $L = 352 a^2$
 - $t = 6a$
 - $V = 735 p^9 p$
9. a. 1) $\frac{1}{7^3}$ 4) $\frac{1}{8^3} \neq \frac{1}{17^5}$
2) $\frac{1}{4^2}$ 5) $2p^{20}$
3) $\frac{1}{(-5)^5}$
- b. 1) 8^{-1} 4) 11^{-14}
2) $(-4)^{-2}$ 5) $\frac{1}{p^{-11}}$
3) 9^{-6}
- c. 1) 1 4) 60

- 2) 1 5) 5
3) 1

Uji Kompetensi 5.2 halaman 94

- a. $4\sqrt{2}$ d. $7\sqrt{5}$ g. $\frac{11}{21}$
b. $3\sqrt{3}$ e. $\frac{3}{5}$ h. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$
c. $5\sqrt{3}$ f. $\frac{4}{5}$
- $PQ = 5\sqrt{13}$ cm
- a. $\sqrt{10}$ e. 3
b. $2\sqrt{117}$ f. 1
c. $5\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$ g. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
d. -1 h. $\frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{21}}$
- a. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ e. $\frac{10}{23}(5 + \sqrt{2})$
b. $\frac{15}{7}\sqrt{7}$ f. $10 - \sqrt{15}$
c. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ g. $5(\sqrt{11} + \sqrt{18})$
d. $-\frac{160}{31}(6 - \sqrt{32})$ h. $4(1 + 2\sqrt{15})$
- a. $3^{\frac{1}{2}}$ e. $10^{\frac{1}{2}}$
b. 5 f. $15^{\frac{2}{3}}$
c. $16^{\frac{5}{3}}$ g. $23^{\frac{1}{5}}$
d. $12^{\frac{1}{2}}$ h. $40^{\frac{2}{3}}$

Uji Kompetensi Bab 5 halaman 97

- A. 1. d 11. a
3. c 13. d
5. a 15. a
7. a 17. a
9. c 19. b
- B. 1. a. 8^7 c. p^4
b. $(-2)^2$ d. $\frac{2^3 q^2}{p^5}$
3. a. $x = -5$ c. $x = -3$
b. $x = -6$ d. $x = -4$
5. $(2(\sqrt{3} - 1))$ cm

Bab 6 Pola Bilangan, Barisan, dan Deret

Uji Kompetensi 6.1 halaman 106

- b. 1, 4, 7, 10, ...
c. pola garis lurus
- a. pola persegi
b. pola persegi panjang
c. pola garis lurus
d. pola persegi panjang
e. pola garis lurus
- b. 30 batang lidi

7. b. 4, 7, 10, 12 buah
 9. a. $m = 13$ $n = 25$
 b. $m = 13$ $n = 14$
 c. $m = 31$ $n = 76$
 d. $m = 2$ $n = 8$
 e. $m = 5$ $n = 33$

Uji Kompetensi 6.2 halaman 113

1. a. 10 suku
 b. $U_3 = 2$ $U_8 = 27$
 $U_5 = 12$ $U_{10} = 37$
 $U_6 = 17$
 3. a. $b = 10$ d. $b = -4$
 b. $b = 5$ e. $b = -2$
 c. $b = -16$
 5. a. $U_1 = -6$ dan $b = 5$
 b. $U_{12} = 49$
 c. -6, -1, 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39
 7. a. $r = 3$ d. $r = \frac{1}{2}$
 b. $r = 3$ e. $r = 2$
 c. $r = \frac{1}{2}$
 9. a. $r = 3$ $U_4 = 54$
 b. $r = 4$ $U_4 = 256$
 c. $r = 2$ $U_4 = 28$
 d. $r = 3$ $U_4 = \frac{9}{5}$
 e. $r = \frac{1}{3}$ $U_4 = \frac{10}{3}$

Uji Kompetensi 6.3 halaman 122

1. a. $80 + 120 + 160 + 200 + \dots + U_n$
 b. $13 + 18 + 23 + 28 + \dots + U_n$
 c. $-16 + (-9) + (-2) + 5 + \dots + U_n$
 d. $10 + 12 + 14 + 16 + \dots + U_n$
 e. $17 + 24 + 31 + 38 + \dots + U_n$
 3. a. $b = 3$
 b. $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + \dots + U_n$
 c. $S_{10} = 165$
 5. $x = 6$
 7. a. $S_7 = 2.186$

- b. $S_6 = 11.718$
 c. $S_7 = 5.461$
 d. $S_8 = 1.275$
 e. $S_{10} = -255 \frac{3}{4}$

9. $x = -21$ atau $x = 4$

Uji Kompetensi Bab 6 halaman 124

- A. 1. c 11. c
 3. a 13. c
 5. d 15. b
 7. b 17. b
 9. a 19. a
 B. 1. a. 37, 60, 97
 b. 42, 30, 28
 c. 486, 1.458, 4.374
 3. a. 2, 6, 14, 20, 30
 b. 7, 9, 11, 13, 15
 c. 2, 12, 36, 80, 150
 5. a. $r = 2$
 b. $U_n = 2^n$
 c. $S_{10} = 1.024$

Uji Kompetensi Semester 2 halaman 126

1. b 11. a 21. b
 3. d 13. c 23. b
 5. a 15. b 25. a
 7. d 17. c 27. c
 9. d 19. d 29. b

Uji Kompetensi Akhir Tahun halaman 128

- A. 1. b 11. d 21. b
 3. c 13. b 23. c
 5. d 15. a 25. c
 7. c 17. c 27. d
 9. c 19. d 29. a
 B. 1. a. $AB = 5$ cm
 b. $BE : BC = 1 : 5$
 3. 8,5
 5. a. $b = 4$
 b. $a = 1$
 c. $U_n = 4n - 3$

Daftar Simbol

| | | | |
|-----------|---------------------|----------------|-----------------------------|
| $?$ | sudut | S | himpunan ruang sampel |
| \sim | sebangun | $n(S)$ | jumlah anggota himpunan S |
| $^\circ$ | derajat | $P(A)$ | peluang kejadian A |
| \cong | kongruen | $?$ | himpunan bagian |
| r | jari-jari | F_h | frekuensi harapan |
| d | diameter | Ω | anggota |
| π | phi | $\sqrt{\quad}$ | akar kuadrat |
| t | tinggi | $=$ | sama dengan |
| L | luas | \neq | tidak sama dengan |
| s | garis pelukis | $>$ | lebih besar dari |
| $\%$ | persen | \geq | lebih besar sama dengan |
| \bar{x} | mean atau rata-rata | $<$ | lebih kecil |
| x_n | data ke- n | \leq | lebih kecil sama dengan |
| f_n | frekuensi ke- n | U_n | suku ke- n |
| J | jangkauan | S_n | jumlah suku ke- n |
| Q_n | kuartil ke- n | \cdot | dot |

Glosarium

B

Barisan bilangan: bilangan-bilangan yang disusun mengikuti pola tertentu

Barisan aritmetika: barisan bilangan yang mempunyai beda atau selisih yang tetap antara dua suku barisan yang berurutan

Barisan geometri: barisan bilangan yang mempunyai rasio yang tetap antara dua suku barisan yang berurutan

Beda: selisih dua suku barisan yang berurutan

Bilangan irasional: bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan

Bilangan real: bilangan yang mencakup bilangan rasional dan bilangan irasional atau semesta bilangan

D

Data: kumpulan datum

Data kualitatif: data yang bukan berupa bilangan, melainkan gambaran keadaan objek yang dimaksud

Data kuantitatif: data yang berupa bilangan dan nilainya bisa berubah-ubah

Datum: fakta tunggal

Deret bilangan: Jumlah suku-suku suatu barisan bilangan

Deret aritmetika: jumlah suku-suku barisan aritmetika

Deret geometri: jumlah suku-suku barisan geometri

Diameter: garis tengah

F

Frekuensi harapan: harapan banyaknya muncul suatu kejadian dari sejumlah percobaan yang dilakukan

Frekuensi relatif: perbandingan banyaknya kejadian yang diamati dengan banyaknya percobaan

G

Garis pelukis: garis yang ditarik dari titik puncak kerucut ke sisi alas kerucut

J

Jangkauan: selisih datum terbesar dengan terkecil

K

Kejadian: himpunan bagian dari ruang sampel

Kejadian acak: kejadian yang hasilnya tidak dapat diprediksikan sebelumnya

Indeks

B

bangun datar 1, 2, 4, 8, 9, 10
bangun ruang sisi lengkung 17, 18, 23, 28, 34, 35
barisan bilangan 99, 107, 108, 109, 111, 112, 116, 122, 124, 125, 127, 130
barisan aritmetika 107, 108, 109, 110, 111, 113, 114, 115, 122, 124, 125, 130
barisan aritmetika naik 108, 109, 113
barisan aritmetika turun 108, 124
barisan geometri 107, 111, 112, 113, 114, 118, 119, 120, 125, 127
barisan geometri naik 111
barisan geometri turun 111
beda 107, 108, 109, 111, 114, 115, 117, 119, 122, 124, 130
belah ketupat 1, 2
bentuk akar 73, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 93, 94, 95, 96
bilangan berpangkat bulat 73, 74, 79, 81, 93, 95
bilangan berpangkat bulat negatif 74, 79, 80, 95
bilangan berpangkat bulat positif 74, 95
bilangan berpangkat nol 81
bilangan berpangkat pecahan 92, 93, 95
bilangan bulat positif 75, 77, 78, 79, 80, 93, 95, 96
bilangan irasional 82, 90
bilangan pokok 74, 75, 76, 77, 79, 83, 97
bilangan rasional 81, 82, 90
bilangan rasional berpangkat bulat 81, 82
bilangan real 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 85, 86, 88, 89, 90, 95, 96
bilangan real positif 85, 86, 95
bola 17, 18, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 70

C

Christoff Rudolff 85

D

data 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 71, 72
data kualitatif 39
data kuantitatif 38, 52, 53, 71
datum 38, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 54
deret bilangan 99, 114, 122, 127, 128
deret aritmetika 114, 115, 116, 117, 118, 122, 123, 125
deret geometri 99, 114, 117, 119, 120, 121, 122, 123, 125
diagram batang 41, 43, 51, 52, 53, 71
diagram batang horizontal 41
diagram batang vertikal 41

diagram gambar 40, 50, 51
diagram garis 41, 43, 48, 51, 52
diagram lingkaran 42, 43, 44, 51, 54
diagram pohon 57, 58, 59, 66
diameter 18, 23, 24, 29, 32, 33, 35

E

eksponen 74, 97

F

Fibonacci 108
frekuensi harapan 63, 64, 68, 69
frekuensi relatif 59, 60, 63, 65, 66, 68, 72

G

garis 8, 18, 19, 23, 24, 25, 27, 28, 36
garis pelukis 23, 24, 25, 27, 28, 36

J

jajargenjang 1, 4, 7, 70
jangkauan 48, 50, 51, 53, 72
jari-jari 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 36
jari-jari alas 21, 22, 24, 27, 28, 33, 35, 36
juring 42, 52

K

kejadian 56, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 72
kejadian acak 56
kekongruenan 1, 8
kekongruenan bangun datar 1, 8, 13
kekongruenan segitiga 10
kesebangunan 1, 2, 4, 5, 12, 13
kesebangunan bangun datar 1, 2
kesebangunan segitiga 4
kerucut 17, 18, 23, 24, 25, 31, 26, 28, 33, 34, 35, 36, 71
komplemen 62, 65
kongruen 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 70
kuartil 49, 50, 51, 53, 54
kuartil atas 49, 51, 54
kuartil bawah 49, 50, 53, 54
kuartil tengah 49, 50, 51, 54

L

lingkaran 18, 20, 23, 25, 28, 30, 35, 36,
luas 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 33, 34, 35,
36, 71
luas alas 20, 24, 25
luas permukaan 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30,
33, 35, 36, 71
luas permukaan kerucut 23, 24, 25, 28, 34, 35, 36
luas permukaan tabung 19, 20, 21, 22, 35, 34, 71
luas selimut 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 33, 34, 35,
36, 71
luas selimut kerucut 23, 24, 27, 28, 36, 34, 71
luas selimut tabung 19, 20, 21, 22, 34, 35

M

mean 44, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 54
median 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54
modus 45, 46, 47, 48, 50, 51, 53, 54, 72

N

nilai peluang 62, 65, 66

P

pangkat bulat negatif 96
pangkat bulat positif 96
pangkat nol 96
pangkat pecahan 73, 85, 92, 93, 94, 98
pangkat sebenarnya 96
pangkat tak sebenarnya 73, 95, 96
panjang 2, 4, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 13, 15, 16, 18, 19, 21,
23, 24, 25, 27, 29, 26, 30, 32, 33, 36, 70, 71
peluang 55, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 65, 66, 67, 68, 69, 72
peluang kejadian 60, 61, 62, 63, 65
peluang suatu kejadian 56, 59, 60, 62
percobaan 56, 57, 58, 59, 60, 63, 65, 69
percobaan statistika 57
persegi 1, 2, 3, 7, 15
persegi panjang 1, 2, 3, 7, 14
piktogram 40, 43
pola bilangan ganjil 104, 105
pola bilangan genap 105

pola persegi 101, 102, 122, 123
pola persegipanjang 101, 103, 122, 123
pola segitiga 103, 105, 122, 123
pola segitiga Pascal 105, 122, 123
populasi 39, 43

R

rasio 111, 112, 113, 114, 118, 119, 122, 125
ruang sampel 57, 58, 59, 60, 61, 65, 67

S

sampel 39, 43, 52, 71
sebangun 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 14, 15, 70
segitiga 1, 2, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 70
sektor 42, 52
selimut kerucut 23, 24, 25, 27, 28, 36, 34
selimut tabung 18, 19, 20, 21, 22, 34, 35
sisi 2, 3, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 23, 28, 33, 35,
24, 34, 70
sudut 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
suku barisan 107, 108, 111, 113, 114, 117, 118, 122, 124,
125
suku ke- n 107, 109, 110, 112, 122, 123, 125, 127, 130

T

tabung 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 33, 34, 35, 36, 71
Thales 4
titik sampel 57, 59, 60, 61, 65, 66, 67
trapesium 1, 2, 7, 9, 14

V

volume 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 31, 32, 33, 34, 35,
36, 71
volume bola 31, 32, 33, 36, 71
volume kerucut 25, 26, 27, 28, 31, 35, 36, 71
volume tabung 20, 21, 22, 23, 33, 35, 71

Daftar Pustaka

- Bigelow, Paul dan Graeme Stone. 1996. *New Course Mathematics Year 9 Advanced*. Victoria: Macmillan Education Australia PTY LTD.
- Bin, Oh Teik. 2003. *The Essential Guide to Science and Mathematics in English*. Selangor: Shinano Publishing House.
- BSNP. 2006. *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar 2006 Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Farlow, Stanley J. 1994. *Finite Mathematics and Its Applications*. Singapore: McGraw-Hill Book Co.
- Hong, Tay Choong, Mark Riddington and Martin Grier. 2001. *New Mathematics Counts For Secondary Normal (Academic) 4*. Singapore: Times Publishing Group.
- Negoro, ST dan B. Harahap. 1998. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Nightingale, Paul. 2001. *Vic Maths 6*. Australia: Nightingale Press.
- O'Brien, Harry. 2001. *Advanced Primary Maths 6*. Australia: Horwitz Martin Education.
- O'Brien, Paul. 1995. *Understanding Math Year 11*. NSW: Turrumurra.

ISBN 979 462 818 2

Buku ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 46 Tahun 2007 tanggal 5 Desember 2007 tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran.

HET (Harga Eceran Tertinggi) Rp8.816,00