



EDISI REVISI 2014

MATEMATIKA



SMP/MTs
Kelas

VII

Semester 1

Hak Cipta © 2014 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Dilindungi Undang-Undang.

MILIK NEGARA
TIDAK DIPERDAGANGKAN

Disklaimer: Buku ini merupakan buku siswa yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku siswa ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan “dokumen hidup” yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- Edisi Revisi.
Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2014.
vi, 254 hlm : illus. ; 17,6 × 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VII Semester 1

ISBN 978-602-282-351-3 (jilid lengkap)

ISBN 978-602-282-352-0 (jilid Ia)

I. Matematika - Studi dan Pengajaran

I. Judul

II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Kontributor Naskah : Abdur Rahman As'ari, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, Ibnu Taufiq, Bornok Sinaga, Andri Kristianto Sitanggang, Tri Andri Hutapea, Pardomuan N. J. M. Sinambela, Sudianto Manullang, Lasker Pengarapan Sinaga, Mangara Simanjorang, Nuniek Alfianti Agus, Ichwan Budi Utomo, Swida Purwanto, Lambas, Aris Hadiyan, dan Pinta Deniyanti.

Penelaah : Agung Lukito dan Sisworo.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud.

Cetakan ke-1, 2013

Cetakan ke-2, 2014 (Edisi Revisi)

Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain dari itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessment*) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran matematika di SMP/MTs. Hasil perbandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran Matematika dalam Kurikulum 2013.

Buku Matematika Kelas VII SMP/MTs Kurikulum 2013 ini ditulis dengan berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasional tersebut. Terkait materi misalnya, sebagai tambahan, sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang data dan peluang; pola dan barisan bilangan, aljabar, dan bangun; serta transformasi geometri. Keseimbangan antara matematika angka dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berfikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian dan perkiraan/pendekatan.

Walaupun demikian, pembahasan materi selalu didahului dengan pengetahuan konkret yang dijumpai siswa dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan konkret tersebut dipergunakan sebagai jembatan untuk menuju ke dunia matematika abstrak melalui pemanfaatan simbol-simbol matematika yang sesuai melalui permodelan. Sesampainya pada ranah abstrak, metode-metode matematika diperkenalkan untuk menyelesaikan model permasalahan yang diperoleh dan mengembalikan hasilnya pada ranah konkret.

Buku ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa diberanikan untuk mencari dari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Implementasi terbatas pada tahun ajaran 2013/2014 telah mendapat tanggapan yang sangat positif dan masukan yang sangat berharga. Pengalaman tersebut dipergunakan semaksimal mungkin dalam menyiapkan buku untuk implementasi menyeluruh pada tahun ajaran 2014/2015 dan seterusnya. Buku ini merupakan edisi kedua sebagai penyempurnaan dari edisi pertama. Buku ini sangat terbuka dan perlu terus dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Januari 2014

Menteri Pendidikan dan Kebudayaan

Mohammad Nuh



Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	v
 Bab 1 Bilangan.....	1
Menenal Tokoh.....	3
Kegiatan 1.1 Membandingkan Bilangan Bulat	4
Latihan 1.1	9
Kegiatan 1.2 Menjumlahkan dan Mengurangkan Bilangan Bulat	10
Latihan 1.2	17
Kegiatan 1.3 Mengalikan dan Membagi Bilangan Bulat	21
Latihan 1.3	36
Kegiatan 1.4 Kelipatan dan Faktor Bilangan Bulat	38
Latihan 1.4.....	49
Kegiatan 1.5 Membandingkan Bilangan Pecahan	51
Latihan 1.5	57
Kegiatan 1.6 Menjumlahkan dan Mengurangkan Bilangan Pecahan	58
Latihan 1.6.....	67
Kegiatan 1.7 Mengalikan dan Membagi Bilangan Pecahan	69
Latihan 1.7	78
Kegiatan 1.8 Memahami Bilangan Rasional	81
Latihan 1.8	85
Kegiatan 1.9 Memahami Pola Bilangan	86
Latihan 1.9	93
Tugas Projek 1	95
Merangkum 1	95
Uji Kompetensi 1	96
 Bab 2 Himpunan	99
Menenal Tokoh	101
Kegiatan 2.1 Memahami Konsep Himpunan dan Diagram Venn	102
Latihan 2.1	117
Kegiatan 2.2 Memahami Relasi Himpunan	119
Latihan 2.2.....	130
Kegiatan 2.3 Memahami Operasi Himpunan.....	131

Latihan 2.3	160
Tugas Projek 2	162
Merangkum 2	163
Uji Kompetensi 2	163
 Bab 3 Perbandingan	 165
Mengenal Tokoh	167
Kegiatan 3.1 Memahami Perbandingan	169
Latihan 3.1	175
Kegiatan 3.2 Menentukan Perbandingan Dua Besaran dengan Satuan yang Berbeda ..	178
Latihan 3.2	182
Kegiatan 3.3 Menyelesaikan Masalah Proporsi	184
Latihan 3.3	191
Kegiatan 3.4 Menyelesaikan Masalah Skala	193
Latihan 3.4	199
Tugas Projek 3	201
Merangkum 3	202
Uji Kompetensi 3	203
 Bab 4 Garis dan Sudut	 205
Mengenal Tokoh	207
Kegiatan 4.1 Memahami Kedudukan Garis dan Sudut	208
Latihan 4.1	222
Kegiatan 4.2 Memahami Hubungan antar Sudut	223
Latihan 4.2	232
Tugas Projek 4	234
Merangkum 4	235
Uji Kompetensi 4	235
Uji Kompetensi Semester 1	237
 Daftar Pustaka	 244
Glosarium	246

“Pendidikan adalah senjata paling mematikan di dunia,
karena dengan itu Anda dapat mengubah dunia”
– Nelson Mandela

Kami ucapkan :
Selamat belajar & mengajar
Jangan menyerah, suksesmu adalah sukses kita semua





Bab 1

Bilangan



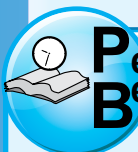
Kata Kunci

- Bilangan Asli
- Bilangan Cacah
- Bilangan Bulat
- Bilangan Bulat Positif
- Bilangan Bulat Negatif
- Bilangan Pecahan



Kompetensi Dasar

1. Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi.
2. Menggunakan pola dan generalisasi untuk menyelesaikan masalah.



Pengalaman Belajar

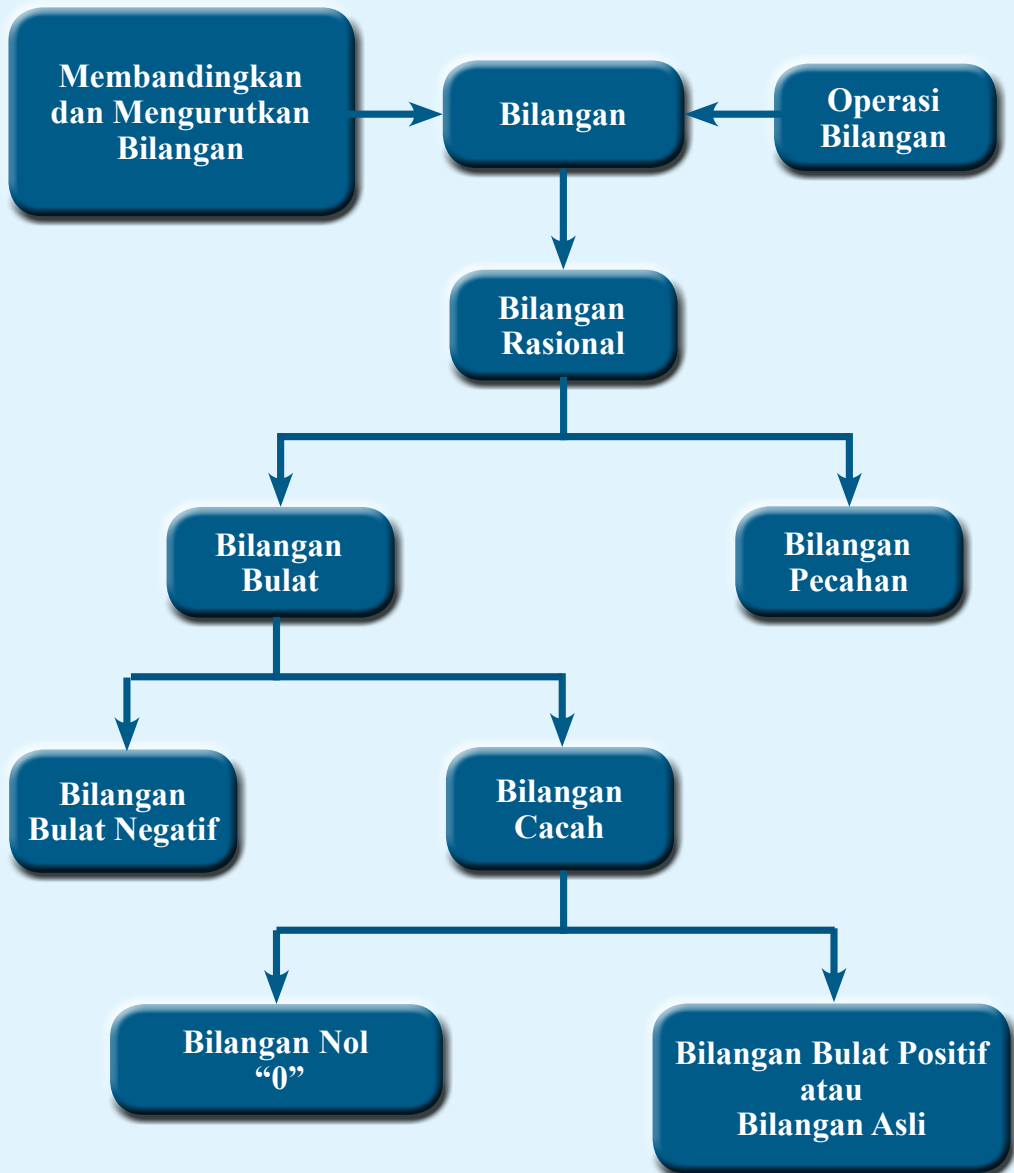
1. Siswa dapat membandingkan berbagai jenis bilangan bulat dan pecahan.
2. Siswa dapat mengurutkan berbagai jenis bilangan bulat dan pecahan.
3. Siswa dapat menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi.
4. Siswa dapat menggunakan pola dan generalisasi untuk menyelesaikan masalah.



Sumber: Kemdikbud

Sejarah Bilangan

Sejarah mencatat bahwa permulaan munculnya bilangan (Matematika) berasal dari bangsa yang bermukim sepanjang aliran sungai. Bangsa Mesir disungai Nil, Bangsa Babilonia sungai Tigris dan Eufrat, Bangsa Hindu di sungai Indus dan Gangga, serta Bangsa Cina di sungai Huang Ho dan Yang Tze. Bangsa-bangsa itu memerlukan matematika, khususnya bilangan untuk berbagai kebutuhan sehari-hari seperti berikut: perhitungan perdagangan, penanggalan, perhitungan perubahan musim, pengukuran luas tanah, dan lain-lain. Pada perkembangan peradaban, matematika diperlukan dalam kegiatan perdagangan, keuangan, dan pemungutan pajak. Sistem bilangan yang digunakan oleh bangsa-bangsa zaman dahulu bermacam-macam hingga akhirnya berkembang menjadi bilangan yang sekarang kita gunakan, yaitu sistem bilangan hindu-arab.





**Leonardo da Pisa
(1175 - 1250 M)**

Leonardo da Pisa atau **Leonardo Pisano**, lebih dikenal dengan sebutan **Fibonacci**, adalah matematikawan Italia yang dikenal sebagai penemu bilangan Fibonacci. Leonardo berperan dalam mengenalkan sistem penulisan dan perhitungan bilangan Arab ke dunia Eropa.

Bapak dari Leonardo, Guilielmo (William) mempunyai nama panggilan *Bonacci* yang artinya “bersifat baik” atau “sederhana”. Setelah meninggal, Leonardo sering disebut dengan nama Fibonacci (dari kata *filius Bonacci*, anak dari Bonacci). William memimpin sebuah pos perdagangan (beberapa catatan menyebutkan beliau adalah perwakilan dagang untuk Pisa) di Bugia, Afrika Utara (sekarang Bejaia, Aljazair). Sebagai anak muda, Leonardo

berkelana ke sana untuk menolong ayahnya. Di sanalah Leonardo belajar tentang sistem bilangan Arab.

Melihat sistem bilangan Arab lebih sederhana dan efisien dibandingkan bilangan Romawi, Fibonacci kemudian berkelana ke penjuru daerah Mediterania untuk belajar kepada matematikawan Arab yang terkenal pada masa itu. Leonardo baru pulang kembali sekitar tahun 1200-an. Pada tahun 1202, di usia 27, ia menuliskan apa yang telah dipelajari dalam buku *Liber Abaci*, atau Buku Perhitungan. Buku ini menunjukkan kepraktisan sistem bilangan Arab dengan cara menerapkannya ke dalam pembukuan dagang, konversi berbagai ukuran dan berat, perhitungan bunga, pertukaran uang dan berbagai aplikasi lainnya. Buku ini disambut baik oleh kaum terpelajar Eropa, dan menghasilkan dampak yang penting kepada pemikiran Eropa, meski penggunaannya baru menyebar luas setelah ditemukannya percetakan sekitar tiga abad berikutnya.

Hikmah yang bisa diambil

1. Sebelum orang mengenal angka arab yang kita gunakan, orang zaman dulu sudah mengenal sistem bilangannya sendiri. Kelemahan sistem-sistem bilangan yang ditemukan zaman dulu adalah susah untuk dioperasikan dan tidak efisien dalam penulisan. Dengan diperkenalkannya sistem bilangan arab yang kita gunakan hingga sekarang, orang lebih mudah untuk melakukan perhitungan matematika dan lebih efisien dalam penulisan.
2. Mari mencontoh sikap Leonardo yang giat untuk mempelajari tentang ilmu hitung sistem bilangan arab hingga jauh meninggalkan tempat tinggalnya. Leonardo dikenal banyak orang hingga sekarang karena dia bisa memberikan manfaat kepada orang banyak, yang masih kita rasakan hingga saat ini.



Kegiatan 1.1

Membandingkan Bilangan Bulat



Masalah 1.1

Diketahui dua bilangan bulat $A = 6584678656$ dan $B = 6473263749$, bagaimana cara kalian membandingkan kedua bilangan bulat tersebut? Jelaskan.



Masalah 1.2

Diketahui dua bilangan bulat negatif C dan D . Bilangan C tersusun dari 7 angka dengan angka paling kiri adalah 9, sedangkan bilangan D tersusun dari 8 angka dengan angka ter kiri adalah 6. Tentukan manakah bilangan yang lebih besar. Jelaskan.

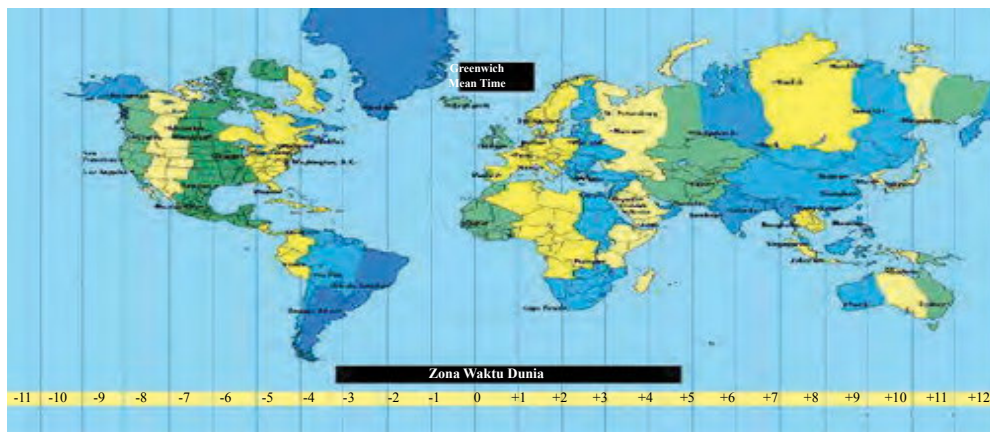
Beberapa dari teman kalian mungkin sudah bisa memecahkan masalah tersebut, beberapa yang lain mungkin masih belum bisa. Masih banyak masalah yang terkait bilangan bulat. Untuk memahami lebih lanjut tentang bilangan bulat silahkan ikuti kegiatan berikut.



Ayo Kita Amati

Mengenal bilangan bulat

Pembagian zona waktu dunia berdasarkan GMT (*Greenwich Meridian Time*) menjadi standar acuan waktu dunia. Jika sekarang di Greenwich pukul 00.00 pukul berapakah di Jakarta dan di Kalimantan?



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.1 Zona waktu GMT

Dengan penetapan kota Greenwich sebagai titik acuan atau titik nol waktu dunia dapat kita lihat pada pengelompokan daerah dan urutannya. Pandang urutan bilangan yang ada pada Gambar 1.1. Maka berdasarkan GMT diperoleh sebagai berikut.

- Untuk menetapkan waktu Jakarta tambahkan waktu Greenwich sebesar 7 satuan, maka diperoleh waktu Jakarta adalah pukul 07.00 GMT.
- Posisi Kalimantan berada pada +8 terhadap waktu Greenwich jadi diperoleh waktu di Kalimantan adalah pukul 08.00 GMT.

Perhatikan berita berikut.

Sepanjang bulan Januari 2014, suhu di Eropa berubah naik turun secara drastis. Saat siang hari bisa mencapai $10^{\circ}C$ (baca 10 derajat Celsius) di atas titik beku ($0^{\circ}C$), sedangkan pada malam hari turun hingga $15^{\circ}C$ di bawah titik beku.

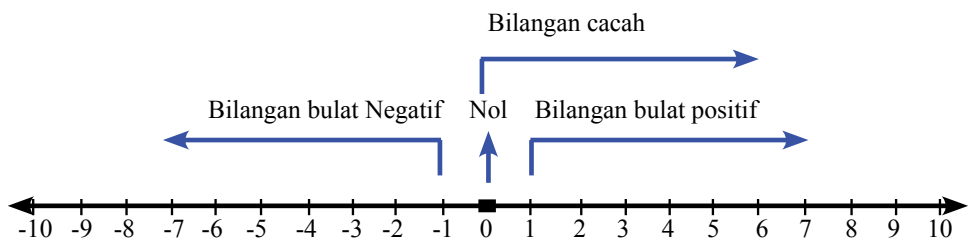


Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.2 Termometer

Ungkapan 10 di atas titik beku, dan 15 di bawah titik beku, secara berurutan bisa ditulis sebagai bilangan bulat “+10” (baca positif sepuluh) dan “-15” (baca negatif lima belas). Untuk bilangan “+10” cukup ditulis “10”.

Bilangan bulat dibedakan menjadi tiga bagian, yaitu bilangan bulat negatif, nol, dan bilangan bulat positif. Pada garis bilangan, bilangan bulat positif terletak di kanan bilangan nol. Sedangkan bilangan bulat negatif terletak di kiri nol. Untuk lebih jelasnya perhatikan garis bilangan berikut.



Gambar 1.3 Pembagian bilangan bulat pada garis bilangan

Anggota himpunan bilangan bulat negatif adalah -1, -2, -3, -4, -5, ...

Anggota himpunan bilangan bulat positif atau bilangan asli adalah 1, 2, 3, 4, 5, ...

Anggota himpunan bilangan cacah adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

Keterangan:

Dalam hal ini, istilah himpunan dimaknai sebagai kumpulan. Topik Himpunan akan dibahas lebih lanjut di Bab 2 Himpunan.

Setiap anggota himpunan bilangan bulat positif mempunyai lawan di himpunan bilangan bulat negatif. Lawan yang dimaksud tersebut adalah dua bilangan yang jarak terhadap nol adalah sama. Jumlah dari setiap pasangan bilangan yang berlawanan tersebut adalah nol. Bilangan-bilangan yang saling berlawanan tersebut antara lain : 1 dengan -1, 2, dengan -2, 3 dengan -3, dan seterusnya. Untuk memahami bahwa jumlah bilangan yang saling berlawanan adalah nol akan dipelajari di Kegiatan 1.2.



Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang memuat kata “membandingkan bilangan bulat”.

Contoh : Bagaimana cara membandingkan bilangan yang sangat besar atau sangat kecil?



Ayo Kita Menggali Informasi

Untuk membandingkan dua bilangan bulat yang mendekati nol (angka penyusun bilangan tersebut sedikit), kalian cukup melihat posisi kedua bilangan tersebut pada garis bilangan. Tentunya hal itu tidak sulit. Bilangan yang lebih besar selalu berada di kanan bilangan yang lebih kecil. Namun untuk membandingkan bilangan-bilangan bulat positif yang sangat besar, atau bilangan-bilangan bulat negatif yang sangat kecil tentunya tidak efektif menggunakan garis bilangan.

Untuk membandingkan bilangan bulat positif yang sangat besar atau bilangan bulat negatif sangat kecil, kalian bisa dengan mengamati angka-angka penyusunnya. Bilangan tersusun atas angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9.

Bilangan 7 “baca tujuh” tersusun dari angka 7 saja.

Bilangan 12 “baca dua belas” tersusun dari angka 1 dan 2.

Bilangan 123 “baca seratus dua puluh tiga” tersusun dari angka 1, 2, dan 3.

Bilangan 6123987 “baca enam juta seratus dua puluh tiga ribu sembilan ratus delapan puluh tujuh” tersusun dari angka 1, 2, 3, 6, 7, 8, dan 9.

Angka 6 pada posisi jutaan, bernilai $6 \times 1.000.000 = 6.000.000$.

Angka 1 pada posisi ratusribuan, bernilai $1 \times 100.000 = 100.000$.

Angka 2 pada posisi puluhribuan, bernilai $2 \times 10.000 = 20.000$.

Angka 3 pada posisi ribuan, bernilai $3 \times 1.000 = 3.000$.

Angka 9 pada posisi ratusan, bernilai $9 \times 100 = 900$.

Angka 8 pada posisi puluhan, bernilai $8 \times 10 = 80$.

Angka 7 pada posisi satuan, bernilai $7 \times 1 = 7$.

Tabel 1.1 Nilai angka pada bilangan

Nilai Angka	Baca	Posisi
1	Satu	Satuan
10	Sepuluh	Puluhan
100	Seratus	Ratusan
1.000	Seribu	Ribuan
10.000	Sepuluh ribu	Puluh ribuan
100.000	Seratus ribu	Ratus ribuan
1.000.000	Satu juta	Jutaan
10.000.000	Sepuluh juta	Puluh jutaan
100.000.000	Seratus juta	Ratus jutaan
1.000.000.000	Satu Milyar	Milyaran
10.000.000.000	Sepuluh Milyar	Puluh milyaran
100.000.000.000	Seratus Milyar	Ratus milyaran
1.000.000.000.000	Satu Triliun	Triliunan

Contoh 1.1

Pak Yogi berencana menjual rumahnya karena akan ditinggalkan pergi ke luar negeri. Penawar pertama menawarkan harga rumah Pak Yogi dengan harga Rp250.000.000,00. Sedangkan penawar kedua menawarkan harga rumah Pak Yogi dengan harga Rp260.000.000,00. Jika Pak Yogi ingin menjual dengan harga setinggi mungkin, maka penawar yang manakah yang seharusnya diterima oleh Pak Yogi?

Alternatif Penyelesaian

Untuk membandingkan kedua harga yang ditawarkan oleh kedua penawar tersebut, kita bisa melihat angka-angka penyusun bilangan tersebut.

Pada posisi ratus ribuan nilai angka 6 lebih dari nilai angka 5. Sehingga dapat disimpulkan bahwa 260.000.000 lebih besar dari 250.000.000. Jadi, penawar yang seharusnya diterima oleh Pak Yogi adalah penawar kedua.



Ayo Kita Menalar

1. Diketahui bilangan bulat positif M dan bilangan bulat negatif N . Bilangan M tersusun dari dua angka, sedangkan bilangan N tersusun dari lima angka. Manakah bilangan yang lebih besar? Jelaskan.
2. Diketahui bilangan A dan B adalah bilangan bulat negatif. Bilangan A dan B tersusun dari empat angka. Bagaimanakah langkah untuk menentukan bilangan mana yang lebih besar? Jelaskan.
3. Diketahui bilangan C dan D adalah bilangan bulat positif. Bilangan C tersusun dari tiga angka, sedangkan bilangan B tersusun dari empat angka. Manakah bilangan yang lebih besar? Jelaskan.
4. Diketahui bilangan bulat positif X dan Y .
Bilangan $X = 5abcdef$
Bilangan $Y = 45abcde$
Jika setiap huruf pada bilangan tersebut mewakili suatu angka, bilangan manakah yang lebih besar? Jelaskan.
5. Diketahui bilangan bulat positif K dan L .
Bilangan $K = abcdefgh4$
Bilangan $L = abcdefgh5$
Jika setiap huruf pada bilangan tersebut mewakili suatu angka, bilangan manakah yang lebih kecil? Jelaskan.
6. Tentukan pemecahan Masalah 1.1
7. Tentukan pemecahan Masalah 1.2



Ayo Kita Berbagi

Sajikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman-teman dan/atau guru ketika jawaban kalian tidak sama.



Latihan 1.1

1. Diketahui bilangan bulat positif K dan bilangan bulat negatif L . Bilangan M tersusun dari 4 angka, sedangkan bilangan N tersusun dari 5 angka. Manakah bilangan yang lebih besar? Jelaskan.
2. Diketahui bilangan A dan B adalah bilangan bulat positif. Bilangan A dan B sama-sama tersusun dari 4 angka. Bagaimanakah langkahmu untuk menentukan bilangan yang lebih besar? Jelaskan.
3. Diketahui bilangan C dan D adalah bilangan bulat negatif. Bilangan C tersusun dari 3 angka, sedangkan bilangan B tersusun dari 4 angka. Manakah bilangan yang lebih besar? Jelaskan.
4. Diketahui bilangan X , Y , dan Bilangan Z .

$$\text{Bilangan } X = 123abc$$

$$\text{Bilangan } Y = 45bcde$$

$$\text{Bilangan } Z = 9abcd$$

Jika setiap huruf pada bilangan tersebut mewakili suatu angka, urutkan bilangan tersebut dari yang terbesar? Jelaskan.

5. Diketahui bilangan bulat positif K dan L .

$$\text{Bilangan } K = abcdefgh6$$

$$\text{Bilangan } L = abcdefg45$$

Jika setiap huruf pada bilangan tersebut mewakili suatu angka, bilangan manakah yang lebih kecil? Jelaskan.

6. Pak Adri dan Pak Beni adalah peternak ayam di desanya. Saat musim panen Pak Adri berhasil memanen 231.475 ekor ayam sedangkan Pak Beni berhasil memanen 231.574 ekor ayam. Manakah yang bersil memanen ayam lebih banyak?
7. Ani dan Budi menyembunyikan dua bilangan berbeda. Ani mengatakan bahwa bilangannya terdiri dari 6 angka dengan susunan $abcdef$. Sedangkan Budi mengatakan bahwa bilangannya terdiri dari 7 angka dengan susunan $abcdefg$. Tentukan:
 - a. Jika kedua bilangan yang dimiliki oleh Ani dan Budi adalah bilangan bulat positif, maka siapakah yang memiliki bilangan lebih besar? Jelaskan.
 - b. Jika bilangan yang dimiliki oleh Ani dan Budi adalah bilangan bulat negatif, maka siapakah yang memiliki bilangan lebih besar? Jelaskan.



Kegiatan 1.2

Menjumlahkan dan Mengurangkan Bilangan Bulat

Berikut disajikan beberapa masalah dan contoh terkait penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Diskusikan pemecahan masalah berikut bersama teman kalian. Jika memungkinkan temukan pemecahannya.



Masalah 1.3

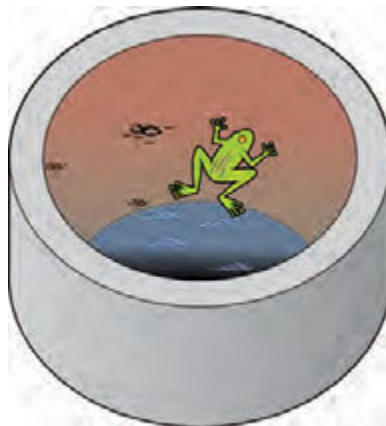
Dengan mengamati pola penjumlahan bilangan bulat berikut, tentukan hasil dari $125 + (-225) + 325 + (-425) + 525 + (-625) + 725 + (-825) + \dots + 1.925 + (-2.025)$



Masalah 1.4

Seekor katak terjebak di dasar sumur dengan kedalaman 20 meter. Katak tersebut berusaha keluar dari sumur tersebut dengan cara merayap di dinding sumur. Satu jam pertama katak naik 3 meter. Satu jam berikutnya turun 2 meter. Satu jam lagi naik 3 meter, kemudian turun 2 meter. Begitu seterusnya hingga si katak mencapai bibir sumur. Tentukan pada jam ke berapakah, katak tepat berada di bibir sumur.

Apakah kalian bisa memecahkan masalah tersebut. Jika belum bisa mari ikuti kegiatan berikut. Jika sudah bisa pun masih banyak informasi yang bisa kalian dapat dari kegiatan berikut.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.3 Katak di dalam sumur



Ayo Kita Amati



Contoh 1.2

Mia mempunyai 3 boneka di rumahnya. Saat ulang tahun, Mia mendapatkan hadiah dari teman-temannya 4 boneka lagi. Berapakah boneka yang dimiliki Mia sekarang?

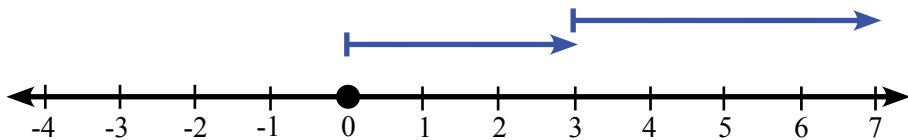


Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.4 Boneka

Secara matematis soal tersebut dapat dinyatakan dengan $3 + 4 = \dots$

Kita bisa menggunakan garis bilangan di bawah ini untuk memaknai penjumlahan 3 ditambah 4.



Gambar 1.5 Penjumlahan $3 + 4$

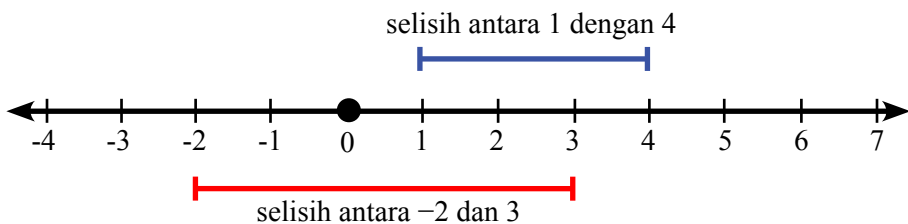
Karena Mia memiliki 3 boneka, maka dari titik asal (0) bergerak 3 satuan ke kanan. Kemudian, karena mendapatkan 4 boneka lagi, berarti terus bergerak ke kanan 4 satuan. Sehingga hasil akhirnya adalah 7.

Jadi, boneka yang dimiliki Mia sekarang adalah 7 boneka.

Selisih antara dua bilangan bulat sama dengan jarak kedua bilangan tersebut pada garis bilangan. Misalnya,

- (1) selisih antara 1 dengan 4 adalah 3 satuan,
- (2) selisih antara -2 dengan 3 adalah 5 satuan.

Perhatikan ilustrasi berikut.



Gambar 1.6 Selisih antara dua bilangan bulat

Selisih dari dua bilangan bulat adalah positif. Dari Gambar 1.6 kita bisa melihat bahwa selisih dari dua bilangan bulat (berbeda) a dan b , dengan $a < b$, adalah $b - a$.

Di sekolah dasar, kalian sudah mengenal operasi sederhana beberapa bilangan bulat. Berikut diuraikan kembali tentang yang sudah kalian pelajari di sekolah dasar dulu, diperdalam dengan pemahaman terhadap berbagai kondisi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat.

Contoh 1.3

Nia mempunyai 6 pasang sepatu di rumahnya. Nia memberikan 2 pasang sepatu kepada sepupunya. Berapakah pasang sepatu yang dimiliki Nia sekarang?

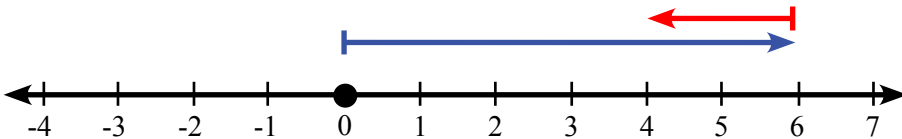


Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.7 Sepatu

Alternatif Penyelesaian

Secara matematis soal tersebut dapat dinyatakan dengan $6 - 2 = \dots$. Dalam garis bilangan dapat dituliskan sebagai berikut.



Gambar 1.8 Pengurangan $6 - 2$ pada garis bilangan

Awalnya Nia memiliki 6 pasang sepatu, maka bergerak dari titik nol ke kanan 6 satuan. Karena dikurang 2, berarti panah berbalik arah ke kiri 2 satuan. Sehingga hasil akhirnya adalah 4.

Contoh 1.4

Seorang penyelam amatir mula-mula berlatih menyelam di kedalaman 2 meter di bawah permukaan laut. Setelah merasa lancar menyelam di kedalaman 2 meter, kemudian ia turun lagi hingga kedalaman 5 meter di bawah permukaan laut. Berapakah selisih kedalaman pada dua kondisi tersebut?



Sumber: Kemdikbud

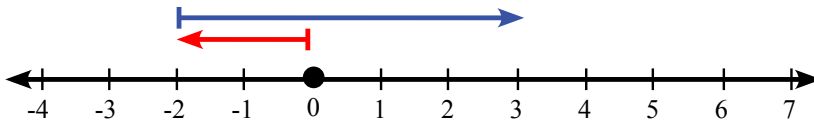
Gambar 1.9 Penyelam

Alternatif Penyelesaian

-5 mewakili posisi 5 meter di bawah permukaan laut. Sedangkan -2 mewakili posisi 2 meter di bawah air laut. Bilangan -2 lebih besar dari pada -5 (mengapa?)

Bentuk soal tersebut bisa kita tulis $(-2) - (-5) = \dots$

Untuk lebih jelasnya perhatikan ilustrasi berikut.



Gambar 1.10 Pengurangan $-2 - (-5)$

Dari Gambar 1.10 diperoleh $(-2) - (-5) = 3$.

Jadi selisih kedalaman penyelam pada dua kondisi tersebut adalah 3 meter.

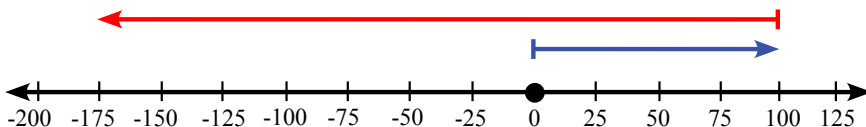
Hasil dari $-2 - (-5)$ sama dengan hasil dari $-2 + 5$ yaitu 3.

Secara umum, jika a sebarang bilangan bulat, dan b sebarang bilangan bulat positif, maka $a - (-b) = a + b$.

Contoh 1.5

Tentukan hasil dari $100 - 275$

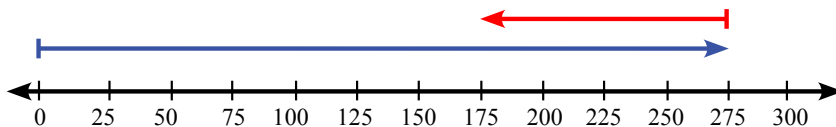
Alternatif Penyelesaian



Gambar 1.11 Pengurangan $100 - 275$

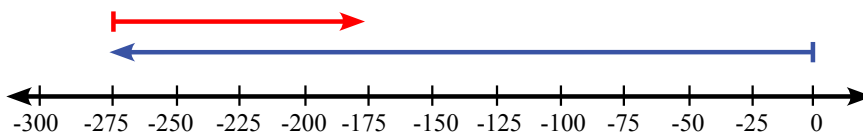
Dari Gambar 1.11 didapatkan $100 - 275 = -175$

Untuk mengoperasikan (menjumlahkan atau mengurangi) bilangan-bilangan yang terdiri dari banyak angka tentunya tidak efektif jika selalu menggunakan garis bilangan. Pada Contoh 1.5, hasil dari $100 - 275$ sama dengan lawan (negatif) dari $275 - 100$. Perhatikan ilustrasi berikut.



Gambar 1.12 Pengurangan $275 - 100$

Berikut ini lawan (negatif) dari $275 - 100$



Gambar 1.13 Lawan (negatif) dari $275 - 100$

Dari Gambar 1.13 dapat dilihat bahwa lawan (negatif) dari $275 - 100$ adalah 175. Jadi hasil dari $100 - 275 = -175$

Untuk selanjutnya untuk menjumlahkan atau mengurangi tidak harus menggunakan garis bilangan. Kalian bisa menggunakan cara yang kalian peroleh ketika masih di SD untuk menjumlahkan atau mengurangi bilangan bulat.



Contoh 1.6

Tentukan hasil dari $2.014 - 3.210$



Alternatif Penyelesaian

Pada soal tersebut, bilangan pengurang lebih besar dari yang dikurangi, sehingga kita bisa menduga bahwa hasilnya adalah negatif (-). Untuk menentukan hasil operasi bilangan tersebut kita bisa membalik bilangan pengurang menjadi bilangan yang dikurangi, dan sebaliknya. Perhatikan pengurangan bersusun berikut.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \\ 2 \quad 0 \quad 1 \quad 4 \quad - \\ \hline 1 \quad 9 \quad 6 \end{array}$$

Lawan dari 196 adalah -196 .

Jadi hasil dari $2.014 - 3.210$ adalah -196

Masalah 1.5

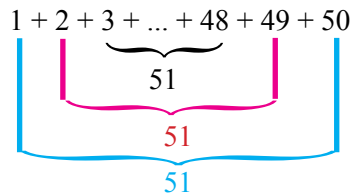
Tanpa mengoperasikan satu-satu tentukan hasil dari

$$1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50$$

Alternatif Pemecahan Masalah

Amati bahwa setiap bilangan berikut bisa dijumlahkan sehingga membentuk pasangan-pasangan bilangan yang hasil penjumlahannya 51, seperti pada ilustrasi berikut.

Jika lanjutkan terus akan ada sebanyak 25 pasang bilangan yang jumlahnya 51.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50$$


$$1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 = \underbrace{51 + 51 + 51 + \dots + 51}_{25 \text{ kali}}$$

Bisa ditulis $25 \times 51 = 1.275$

Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

Contoh:

Bagaimana menjumlahkan bilangan bulat yang terdiri dari banyak angka?

Apakah hasil penjumlahan atau pengurangan bilangan bulat selalu bilangan bulat juga?

Ayo Kita Menggali Informasi

Pada penjumlahan bilangan bulat berlaku sifat

1. **Komutatif** (pertukaran)

Untuk sebarang bilangan bulat a , dan b berlaku $a + b = b + a$

2. **Asosiatif** (pengelompokan)

Untuk sebarang bilangan bulat a , b , dan c berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$

Untuk memahami kalimat komutatif dan asosiatif, mari melakukan pengecekan dengan melengkapi Tabel 1.2.

Tabel 1.2 Pengecekan sifat komutatif dan asosiatif pada penjumlahan bilangan bulat

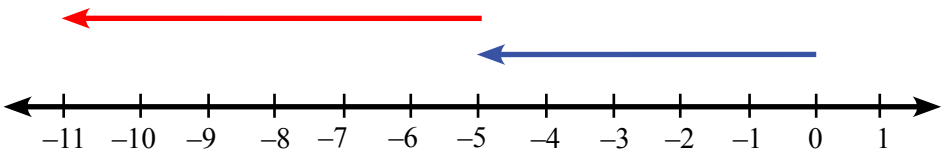
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a + b</i>	<i>b + a</i>	<i>(a + b) + c</i>	<i>a + (b + c)</i>
1	-6	-11				
2	7	-12				
3	8	13				
-4	9	14				
-5	-10	16				

Dengan memperhatikan Tabel 1.2 simpulkan hubungan antara kolom 4 dan 5, serta 6 dan 7. Jika perlu, cobalah untuk sebarang bilangan lain.

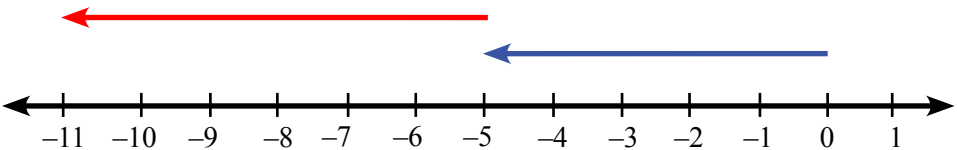


Misal, *a* dan *b* bilangan bulat positif, berlaku $(-a) + (-b) = -a - b$

Untuk memahami sifat tersebut mari perhatikan contoh pada garis bilangan berikut.



Gambar 1.14 Penjumlahan $-5 + (-6)$



Gambar 1.15 Pengurangan $-5 - 6$



Ayo Kita Menalar

Pada Masalah 1.2 dan 1.3, tentunya cukup lama untuk menyelesaikan permasalahan tersebut jika kita melakukan operasi satu persatu dari depan. Kalian bisa menerapkan sifat komutatif dan/atau asosiatif pada penjumlahan bilangan berpola tersebut.

1. Tentukan hasil dari $43.210 - 56.789 + 1.232$.
2. Tentukan solusi dari Masalah 1.2. Langkah-langkah:
 - a. Amati pola jumlah masing-masing dua bilangan yang berurutan.
 - b. Tentukan banyak pola yang teratur, lalu jumlahkan.
3. Tentukan solusi dari Masalah 1.3. Langkah-langkah:
 - a. Buatlah bentuk matematis dari masalah.
 - b. Amati pola dari bentuk yang dibuat, lalu selesaikan.
4. Apakah sifat komutatif dan asosiatif berlaku juga untuk operasi pengurangan bilangan bulat. Jika ya, tunjukkan, jika tidak jelaskan dengan contoh penyangkal.
5. Apakah jumlah dua bilangan positif hasilnya selalu positif? Jelaskan.
6. Apakah pengurangan bilangan positif terhadap bilangan positif selalu bilangan positif? Jelaskan.
7. Jika a dan b adalah bilangan negatif, pada kondisi yang bagaimana hasil $a - b$ bernilai positif? Jelaskan.
8. Jika a dan b adalah bilangan negatif, pada kondisi yang bagaimana hasil $a - b$ bernilai positif?
Jelaskan.



Ayo Kita Berbagi

Sajikan jawaban kalian di depan kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian.

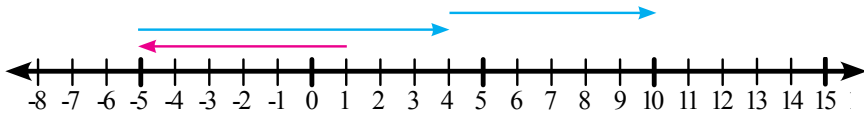


Latihan 1.2

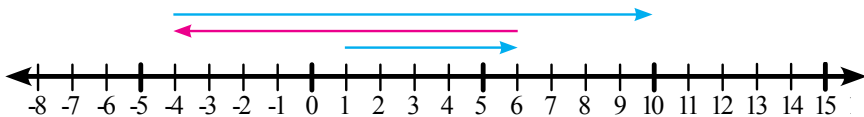
1. Tentukan operasi berikut menggunakan garis bilangan (sketsa saja) dan tentukan hasilnya
 - a. $-35 + 47 + (-119)$
 - b. $132 - 713 + 915$
 - c. $9.000 - 1.400 + 800 - 700$

2. Nyatakan operasi yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut dan tentukan hasilnya

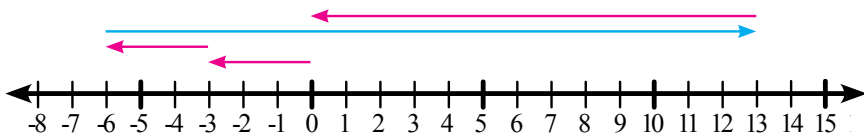
a.



b.



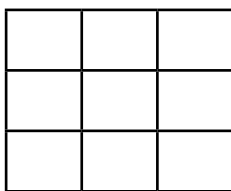
c.



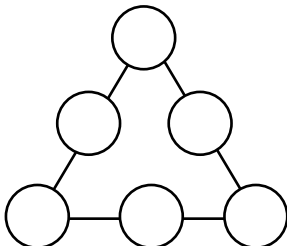
3. Pak Abdul mempunyai hutang pada Pak Boas sebesar Rp700.000,00. Karena anak Pak Abdul mengalami kecelakaan, Ia terpaksa meminjamuang lagi pada Pak Boas sebesar Rp200.000,00. Gambarkanlah permasalahan ini pada garis bilangan dan tentukan berapa hutang Pak Abdul seluruhnya kepada Pak Boas.
4. Tentukan hasil dari (tanpa menghitung satu persatu)
- $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 99$
 - $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots - 100$
 - $-100 - 99 - 98 - \dots - 2 - 1 - 0 + 1 + 2 + \dots + 48 + 49 + 50$
5. Edward ingin membuat katrol timba air. Ketinggian katrol di atas permukaan tanah 2 m dan permukaan air 3 m di bawah permukaan tanah. Berapa panjang tali dari permukaan air ke katrol?
6. Dua ekor ikan mas berada di dalam akuarium. Ikan yang besar 15 cm berada di bawah permukaan air dan ikan yang kecil 9 cm berada di bawah permukaan air. Berapa perbedaan jarak kedua ekor ikan dari permukaan air?
7. Sebuah kapal selam, mula-mula menyelam 120 m di bawah permukaan laut, kemudian kapal bergerak ke bawah sejauh 60 m. Coba nyatakan posisi kapal selam dari permukaan laut dengan penjumlahan bilangan bulat!

8. Pak Agum memiliki usaha penjualan ayam potong di pasar. Pada bulan pertama ia mendapat untung 4 juta, bulan kedua mengalami kerugian sebesar 6 juta. Pada bulan ketiga dan keempat, hasil penjualan Pak Agum mengalami kerugian sebesar 2 juta dan 3 juta.
- Apakah Pak Agum mengalami untung atau rugi dari hasil penjualan pada bulan pertama dan kedua?
 - Hitunglah total kerugian Pak Agum untuk bulan ketiga dan keempat?
9. Setiap hari Sabtu, Widodo selalu mengikuti kegiatan ekstrakurikuler pramuka yang diadakan di lapangan sekolah. Pada saat latihan baris berbaris diperintahkan dari komandan regu: “Maju 3 langkah”, hal ini berarti jarak pergerakan barisan adalah 3 langkah ke depan.
- Jika perintah pimpinan pasukan: “Mundur 4 langkah”, hal ini berarti bahwa pasukan akan bergerak melawan arah sejauh 4 langkah, demikian seterusnya. Suatu ketika komanda pasukan memerintahkan Widodo untuk maju 10 langkah, kemudian mundur 8 langkah, dan maju lagi 3 langkah.
- Nyatakan langkah widodo dalam operasi bilangan bulat.
 - Tentukan posisi terakhir widodo terhadap posisi awal.
10. Dalam suatu kelas terdiri dari 38 siswa, dengan 15 siswa di antaranya adalah perempuan. 13 siswa suka mengendarai sepeda ke sekolah, dan 9 di antaranya adalah perempuan. Tentukan banyak siswa laki-laki yang tidak suka mengendarai sepeda ke sekolah.
11. Dengan memperhatikan susunan bilangan berikut, jika kita melanjutkan hingga baris ke-12, tentukan:
- | | | | | | |
|--|---|---|---|---|----|
| | | | | 1 | |
| | | | 2 | | 3 |
| | | 4 | | 5 | 6 |
| | 7 | 8 | 9 | | 10 |
- Bilangan pertama pada baris ke-12
 - Jumlah dari bilangan-bilangan yang terdapat pada baris ke-12.
12. Pak Manuputi adalah seorang peternak ayam potong dan ayam kampung. Ia memelihara 650 ekor ayam potong dan 135 ekor ayam kampung. Akibat terjangkit flu burung, dalam minggu yang sama terdapat 65 ayam potong dan 45 ayam kampung yang mati.
- Berapa banyak ayam potong yang masih hidup?
 - Berapa selisih banyak ayam potong dan ayam kampung yang mati?

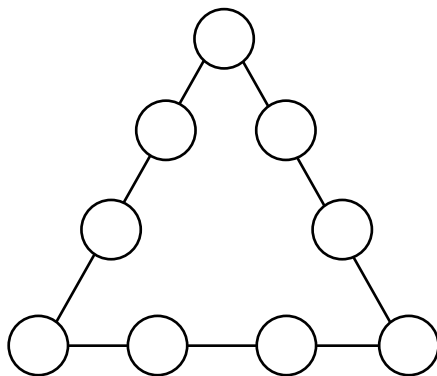
13. Isilah kotak-kotak pada persegi berikut dengan bilangan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, atau 9, sedemikian sehingga jumlah bilangan pada susunan horisontal, vertikal, dan diagonalnya sama. Satu bilangan hanya bisa diisi satu kali.



14. Isilah lingkaran kosong pada segitiga berikut dengan bilangan 1, 2, 3, 4, 5, atau 6, sedemikian sehingga jumlah bilangan pada setiap sisinya sama. setiap bilangan hanya bisa digunakan sekali.



15. Isilah lingkaran kosong pada segitiga berikut dengan bilangan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, atau 9 sedemikian sehingga jumlah bilangan pada setiap sisinya sama. setiap bilangan hanya bisa digunakan sekali.





Kegiatan 1.3

Mengalikan dan Membagi Bilangan Bulat

a. Perkalian Bilangan Bulat

Apakah ada hubungan antara operasi perkalian dengan operasi penjumlahan pada bilangan bulat? Mari kita temukan konsep perkalian dengan memahami permasalahan nyata berikut.

Pernahkah kalian melihat resep dokter seperti pada Gambar 1.16.

Resep dokter tersebut bermakna bahwa pasien tersebut sebaiknya meminum obat 3 kali dalam 1 hari. Dengan kata lain $3 \times 1 = 1 + 1 + 1$.

RUMAH SAKIT ABC	
JL. GUNUNG SAHARI JAKARTA	
Dokter, <i>Erik</i>	24/3/2013 Jakarta,
<i>R/</i>	
<i>Paracetamol 100 mg</i>	
<i>3 X 1</i>	
Pro <i>Tn. Tahir</i>	Umur <i>45</i>
Alamat	
Obat tersebut tidak boleh diganti tanpa sepengetahuan Dokter	

Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.16 Resep dokter



Contoh 1.7

Suatu gedung tersusun atas 5 lantai. Jika tinggi satu lantai gedung adalah 6 meter, tentukan tinggi gedung tersebut (tanpa atap).



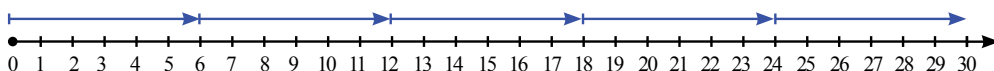
Alternatif Penyelesaian

Permasalahan tersebut dapat disajikan dalam bentuk perkalian

$$5 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

Jadi tinggi gedung tersebut adalah 30 meter.

Perhatikan ilustrasi penjumlahan tersebut dalam garis bilangan pada Gambar 1.18



Gambar 1.18 Perkalian 5×6



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.17 Gedung 5 lantai



Sumber: kemdikbud

Gambar 1.19 Anak menabung di bank



Contoh 1.8

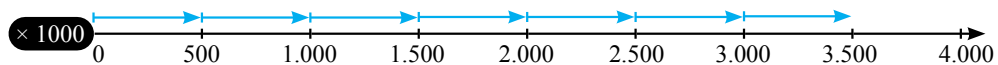
Endang adalah anak yang rajin menabung. Tiap akhir bulan dia selalu menabung Rp500.000,00. Jika Endang menabung selama 7 bulan secara berturut-turut, tentukan banyak tabungan Endang dalam 7 bulan tersebut. (potongan dan bunga bank diabaikan)



Alternatif Penyelesaian

Permasalahan tersebut dapat disajikan dalam bentuk perkalian

$$7 \times 500.000 = 500.000 + 500.000 + 500.000 + 500.000 + 500.000 + 500.000 + 500.000 \\ = 3.500.000$$



Gambar 1.20 Perkalian 7×500.000

Perkalian tersebut dapat disajikan dalam garis bilangan pada Gambar 1.20

Dengan memperhatikan Gambar 1.20, dapat kita simpulkan bahwa banyak tabungan Endang dalam 7 bulan adalah Rp3.500.000,00.



Contoh 1.9



Sumber: kemdikbud

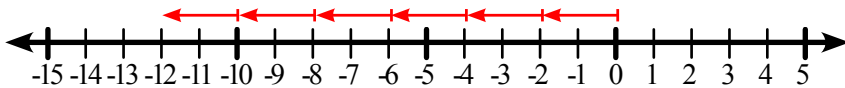
Gambar 1.21 Musim dingin

Ketika memasuki musim dingin, suhu di negara Eropa sering kali turun drastis. Setiap 1 jam suhu turun sebesar 2°C . Jika pada pukul 18.00 suhu di sana adalah 10°C , tentukan suhunya ketika pukul 24.00 waktu setempat.

Dari pukul 18.00 hingga pukul 24.00 berarti sudah berlangsung 6 jam. Karena setiap 1 jam suhunya turun 2°C , maka turunnya suhu selama 6 jam tersebut dapat disajikan dalam bentuk perkalian

$$6 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -12$$

Perkalian tersebut dapat dilustrasikan garis bilangan pada Gambar 1.22.



Gambar 1.22

Selama 6 jam suhu di Eropa turun 12°C atau dapat ditulis -12°C . Jadi suhu di Eropa ketika pukul 24.00 (waktu setempat) adalah $10 + (-12) = -2^{\circ}\text{C}$.

Secara umum, jika a bilangan bulat positif, dan b bilangan bulat, maka

$$a \times b = \underbrace{b + b + b + \dots + b}_{a \text{ kali}}$$

Pada operasi perkalian juga berlaku sifat komutatif, asosiatif, dan distributif. Untuk sebarang bilangan bulat a , b , dan c berlaku

1. **Komutatif**

$$a \times b = b \times a$$

2. **Asosiatif**

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

3. **Distributif**

Perkalian terhadap penjumlahan

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

Perkalian terhadap pengurangan

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

Untuk memahami sifat komutatif, dan asosiatif, mari lakukan pengecekan dengan melengkapi Tabel 1.3 berikut.

Tabel 1.3 Pengecekan sifat komutatif dan asosiatif pada perkalian

No.	a	b	c	$a \times b$	$b \times a$	$(a \times b) \times c$	$b \times c$	$a \times (b \times c)$
1.	1	5	4					
2.	-2	6	-3					
3.	3	-7	2					
4.	-4	-8	-1					
5.								

Amati hasil di kolom 5, 6, 7, dan 9. Kalian bisa mencoba untuk sebarang bilangan bulat yang lain.

Untuk memahami sifat komutatif, dan asosiatif, mari lakukan pengecekan dengan melengkapi Tabel 1.4 berikut.

Tabel 1.4 Pengecekan sifat distributif pada perkalian terhadap penjumlahan

No.	a	b	c	$b + c$	$a \times (b + c)$	$a \times b$	$a \times c$	$(a \times b) + (a \times c)$
1.	1	5	4					
2.	-2	6	-3					
3.	3	-7	2					
4.	-4	-8	-1					
5.								

Amati hasil di kolom 6 dan 9. Kalian bisa mencoba untuk sebarang bilangan bulat yang lain.

Tabel 1.5 Pengecekan sifat distributif pada perkalian terhadap penjumlahan

No.	a	b	c	$b - c$	$a \times (b - c)$	$a \times b$	$a \times c$	$(a \times b) - (a \times c)$
1.	1	5	4					
2.	-2	6	-3					
3.	3	-7	2					
4.	-4	-8	-1					
5.								

Amati hasil di kolom 6 dan 9. Kalian bisa mencoba untuk sebarang bilangan bulat yang lain.



Masalah 1.5

Untuk menyembuhkan suatu penyakit kronis, seorang pasien mengikuti program pengobatan seorang dokter. Dokter tersebut menuliskan resep sebagai berikut.

- ◆ Obat A diminum 3 kali sehari pada waktu pagi siang dan malam setelah makan.

Setiap setelah meminum obat selama 3 hari berturut-turut, pasien harus beristirahat dan tidak meminum obat A selama 1 hari. Kemudian melanjutkan meminum kembali dengan pola yang sama.

- ◆ Obat B diminum 2 kali sehari pada waktu pagi hari dan malam setelah makan
- ◆ Obat C diminum 1 kali sehari pada waktu siang hari setelah makan

Jika mengikuti resep dokter, pasien tersebut diperkirakan akan sembuh ketika sudah menghabiskan 100 obat B (obat A dan obat C dikonsumsi seperti pada resep). Harga obat $A = \text{Rp}50.000,00$ perbutir, obat $B = \text{Rp}100.000,00$ perbutir, dan obat $C = \text{Rp}200.000,00$ perbutir. Berdasarkan resep dokter tentukan.

- a. Setelah berapa hari pasien tersebut diperkirakan sembuh?
- b. Berapa banyak obat A , dan C yang harus diminum pasien tersebut?
- c. Berapakah biaya si pasien untuk membeli obat yang diresepkan oleh dokter?



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.23 Pasien dan dokter

Ikuti langkah-langkah berikut untuk memecahkan Masalah 1.5

1. Perhatikan bahwa setiap hari pasien tersebut harus meminum 2 obat B . Pasien tersebut diperkirakan akan sembuh ketika sudah meminum sebanyak 100 obat B , sehingga untuk menentukan lama hari hingga pasien tersebut sembuh, kalian harus menentukan bilangan yang dikalikan 2 sama dengan 100.
2. Untuk menentukan banyak obat A dan C yang dikonsumsi si pasien hingga sembuh, kalian bisa mengalikan banyak obat yang dikonsumsi setiap hari dengan lama hari hingga pasien tersebut sembuh. Perhatikan bahwa obat A mempunyai siklus istirahat setiap 3 hari, sehingga kalian harus mengurangi banyak hari si pasien tersebut selama proses penyembuhan.
3. Untuk menentukan biaya total yang harus dikeluarkan pasien hingga sembuh adalah dengan mengalikan harga masing-masing obat dengan banyak obat yang dikonsumsi, kemudian menjumlahkan semua.



Perhatikan perkalian antara dua bilangan bulat tak nol (bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif) pada Tabel 1.6 berikut.

Tabel 1.6 Perkalian dua bilangan bulat tak nol

Bilangan I		Bilangan II		Hasil
Positif (+)	×	Positif (+)	=	Positif (+)
Positif (+)	×	Negatif (-)	=	Negatif (-)
Negatif (-)	×	Positif (+)	=	Negatif (-)
Negatif (-)	×	Negatif (-)	=	Positif (+)

Keterangan:

Positif (+) : Sebarang bilangan bulat positif

Negatif (-) : Sebarang bilangan bulat negatif

Untuk mengecek kebenaran jawaban kalian, lengkapi tabel-tabel perkalian berikut dengan mengamati pola hasil kalinya.

Tabel 1.7 Pengecekan hasil perkalian bilangan positif dengan negatif

<i>a</i>	2	2	2	2	2	2	2	2	2
<i>b</i>	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
<i>a × b</i>	8	6	4						

Tabel 1.8 Pengecekan hasil perkalian bilangan negatif dengan positif

<i>a</i>	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
<i>b</i>	3	3	3	3	3	3	3	3	3
<i>a × b</i>	12	9	6						

Tabel 1.9 Pengecekan hasil perkalian bilangan negatif dengan negatif

<i>a</i>	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
<i>b</i>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
<i>a × b</i>									

Cara yang sering digunakan untuk mengalikan dua bilangan yang terdiri lebih dari atau sama dengan dua angka adalah dengan perkalian bersusun. Perhatikan Contoh 1.10.

 Contoh 1.10

Tentukan hasil dari 147×23

 Alternatif Penyelesaian

$$\begin{array}{r}
 147 \\
 \times 23 \\
 \hline
 441 \\
 294 \\
 \hline
 3381
 \end{array}$$

Pada tahun 1500 Masehi, di Italia ditemukan metode mengalikan dua bilangan bulat dengan nama metode *lattice*.

Berikut penerapan metode *Lattice* tersebut.

Keterangan:

- Bilangan yang dikalikan ditulis di sebelah kanan dan atas dengan susunan seperti di atas.
- Hasil perkalian masing-masing angka pada bilangan tersebut dituliskan secara terpisah (dipisahkan oleh diagonal).
- Bilangan-bilangan yang tersusun secara diagonal dijumlahkan. Jika hasilnya dua angka, maka angka dengan nilai puluhan ditambahkan ke diagonal di kirinya.

	1	4	7	
0	0 \diagdown 2	0 \diagdown 8	1 \diagdown 4	2
3	0 \diagdown 3	1 \diagdown 2	2 \diagdown 1	3
	3	8	1	

Gambar 1.24 Perkalian metode *Lattice*



Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan berdasarkan informasi yang kalian dapatkan tentang perkalian dan pembagian bilangan bulat. Pertanyaan kalian sebaiknya memuat kata “perkalian dan pembagian bilangan bulat”.

Contoh:

Bagaimanakah penerapan perkalian dan pembagian bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari?



Ayo Kita Menggali Informasi

b. Faktor Bilangan Bulat

Diketahui a dan b adalah bilangan bulat. a disebut faktor dari b jika ada n sedemikian sehingga $b = a \times n$, dengan n adalah bilangan bulat.



Contoh 1.11

Tentukan semua faktor positif dari 6. Jelaskan.



Alternatif Penyelesaian

2 adalah faktor dari 6, karena ada 3 sedemikian sehingga $6 = 2 \times 3$

3 adalah faktor dari 6, karena ada 2 sedemikian sehingga $6 = 3 \times 2$

1 dan 6 juga faktor dari 6 (mengapa?)

Jadi faktor dari 6 adalah 1, 2, 3, dan 6.

c. Bentuk pangkat bilangan bulat

Untuk menyederhanakan penulisan, $a \times a \times a \times \dots \times a$ sebanyak n kali, ditulis a^n dibaca a pangkat n , dengan n adalah bilangan bulat positif.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

a disebut basis, sedangkan n disebut pangkat



Contoh 1.12

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$



Diskusikan.

1. Apakah $2^6 = 4^3$?
2. Nyatakan bilangan berikut dalam bentuk pangkat bilangan basis lain
 - a. 10^4
 - b. 5^6
 - c. 3^8

d. Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan bulat positif yang hanya memiliki dua faktor, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Misal p adalah bilangan prima maka faktor dari p hanya 1 dan p .

Dengan melakukan percobaan berikut, mari menemukan bilangan prima antara 1 sampai 100. Ikuti langkah berikut.

1. Coretlah bilangan 1
2. Coretlah bilangan kelipatan 2 kecuali 2
3. Coretlah bilangan kelipatan 3 kecuali 3
4. Coretlah bilangan kelipatan 5 kecuali 5
5. Coretlah bilangan kelipatan 7 kecuali 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Dengan mengikuti langkah di atas didapatkan bilangan-bilangan yang tidak tercoret itulah bilangan prima antara 1 sampai 100. Daftarlh semua bilangan prima yang kalian dapatkan!

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

Keterangan:

Bilangan bulat positif selain 1 dan prima disebut dengan bilangan komposit.



Diskusikan.

Mengapa 1 bukan bilangan prima?

e. Pembagian bilangan bulat

Pada bilangan bulat positif, jika $a \times b = n$, dengan a, b, n bilangan bulat positif maka n dapat dinyatakan sebagai pengurangan berulang

$$n - \underbrace{b - b - b - \dots - b}_a \text{ kali} = 0$$

atau

$$n - \underbrace{a - a - a - \dots - a}_b \text{ kali} = 0$$



Contoh 1.13

Karena sedang baik hati bu Fitri ingin membagi-bagikan kue kepada tetangganya. Kue yang dimiliki Bu Fitri adalah 20 kue, sedangkan tetangga yang akan diberi kue tersebut ada 10 tetangga. Jika Bu Fitri ingin membagi rata semua kue tersebut, maka masing-masing tetangga mendapatkan berapa kue?



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.25 Ibu membawa kue

Alternatif Penyelesaian

20 dibagi 10 dapat diartikan pengurangan 20 oleh 10 secara berulang hingga habis. Dapat ditulis $20 - 10 - 10 = 0$. 20 dikurangi 10 secara berulang hingga 2 kali hingga habis, dengan kata lain hasil dari 20 dibagi 10 adalah 2, ditulis $\frac{20}{10} = 2$.

Jadi masing-masing tetangga Bu Futri mendapatkan 2 kue.

Pada pembagian di atas 20 adalah bilangan yang dibagi, 10 adalah pembagi, sedangkan 2 adalah hasil bagi.

Misalkan a dan b bilangan bulat, $a \div b = a \times \frac{1}{b}$, $b \neq 0$

Contoh 1.14

Seekor Tupai mula-mula berdiri di titik 0, Tupai itu dapat melompat ke kiri atau ke kanan. Sekali melompat jauhnya 3 satuan. Tupai telah melompat ke kiri dan berada di titik 15 sebelah kiri nol. Berapa kali Tupai telah melompat?

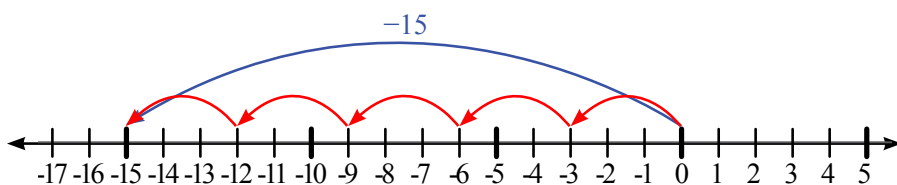


Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.26 Tupai melompat

Alternatif Penyelesaian

Tupai melompat ke arah kiri (ke arah kiri titik nol artinya daerah bilangan negatif). Gerakan Tupai dapat digambarkan pada garis bilangan berikut ini.



Gambar 1.27 Ilustrasi tupai melompat

Jarak yang ditempuh tupai untuk satu kali melompat adalah 3 satuan.

Untuk menempuh titik -15 (-15 artinya titik 15 di sebelah kiri nol), tupai harus melompat sebanyak 5 kali (ke kiri).

Misal banyak lompatan kangguru adalah t .

$$t = -15 \div 3 = -5 \quad \text{atau} \quad t = -15 \times \frac{1}{3} \quad \text{maka} \quad t = -5.$$

(lihat garis bilangan di atas, -5 adalah banyak anak panah 3 satuan arah ke kiri).

Jadi tupai telah melompat sebanyak 5 kali.

Secara umum jika a , b , dan c adalah bilangan bulat.

Jika $a \times b = c$ maka $a = \frac{c}{b}$, dengan $b \neq 0$ atau Jika $a \times b = c$ maka $b = \frac{c}{a}$, dengan $a \neq 0$

f. Bilangan habis dibagi

$$12 \div 3 = 4$$

Dari pembagian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- a. 12 adalah bilangan yang dibagi
- b. 3 adalah bilangan pembagi
- c. 4 adalah bilangan hasil bagi
- d. 3 habis membagi 12
- e. 12 habis dibagi 3

$$20 \div 2 = 10$$

Dari pembagian bilangan bulat ini kita dapat menyebut:

- a. 20 adalah bilangan yang dibagi
- b. 2 adalah bilangan pembagi
- c. 10 adalah bilangan hasil bagi
- d. 2 habis membagi 20
- e. 20 habis dibagi 2

Misalkan a dan b bilangan bulat. Bilangan a dikatakan habis dibagi b dengan $b \neq 0$ jika ada bilangan bulat k sehingga berlaku $a = k \times b$ atau a merupakan kelipatan dari b .



Diskusikan.

Apakah 2 habis membagi bilangan ganjil?

Masalah 1.6

Setelah satu tahun menikah, akhirnya bu Nikma melahirkan anak pertamanya pada hari rabu. Bu Nikma berjanji akan mengadakan acara syukuran kelahiran anak pertamanya setelah 365 hari lagi. Pada hari apakah Bu Nikma akan mengadakan syukuran?

Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk memecahkan Masalah 1.6 amati pola pada Tabel 1.10 berikut.

Tabel 1.10 Pola n hari kemudian

... hari kemudian	Nama hari	Pola ke-
1	Kamis	1
2	Jumat	2
3	Sabtu	3
4	Minggu	4
5	Senin	5
6	Selasa	6
7	Rabu	7
$8 = 1 \times 7 + 1$	Kamis	8
$9 = 1 \times 7 + 2$	Jumat	9
$10 = 1 \times 7 + 3$	Sabtu	10

Perhatikan pola hari tersebut. Hari pada pola ke-1 sama dengan pola ke-8, pola ke-2 sama dengan pola ke-9, pola ke-3 sama dengan pola ke-10, dan seterusnya. Artinya, setiap pola hari selalu berulang 7 hari. Oleh karena itu, untuk menentukan n hari kemudian hari apa, kita cukup melihat sisa hasil bagi n oleh 7. Hasil bagi 365 oleh 7 adalah 52 sisa 1, dengan kata lain $365 = 52 \times 7 + 1$. Karena sisanya adalah 1 berarti 365 hari lagi sama dengan 1 hari lagi setelah hari Rabu yaitu hari Kamis.

Masalah 1.7

Dua orang sahabat bernama Dina dan Okta membuat kesepakatan untuk berpisah dalam waktu yang lama demi mengejar cita-cita di luar negeri. Mereka membuat perjanjian akan bertemu lagi 2^{2014} hari lagi setelah mereka membuat perjanjian. Jika Dina dan Okta membuat perjanjian pada hari senin, maka seandainya mereka bisa memenuhi janji mereka akan bertemu lagi pada hari apa?



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk memecahkan Masalah 1.7, amati pola pada Tabel 1.11 berikut.

Tabel 1.11 Pola 2^n hari kemudian

2^n	... hari kemudian	Hari	Pola ke
$2^1 = 2$	2	Rabu	1
$2^2 = 4$	4	Jumat	2
$2^3 = 8$	8	Selasa	3
$2^4 = 16$	16	Rabu = pola ke-1	4
$2^5 = 32$	32	Jumat = pola ke-2	5
$2^6 = 64$	64	Selasa = pola ke-3	6

Dengan melihat Tabel 1.11, kita bisa melihat hari pada pola ke-1 sama dengan pola ke-4, pola ke-2 sama dengan pola ke-5, pola ke-3 sama dengan pola ke-6, dan seterusnya. Artinya pola bilangan tersebut berpola 3 pada bilangan pangkatnya. Oleh karena itu, untuk mengetahui 2^{2014} hari apa, kita cukup melihat sisa hasil bagi 2014 oleh 3. Karena sisa hasil bagi 2014 oleh 3 adalah 1, maka 2^{2014} hari lagi sama dengan pola ke-1 (2^1) yaitu hari Rabu.



Ayo Kita Menalar

- Pada perkalian bilangan bulat $a \times b$, jika salah satu a atau b adalah 0, tentukan kemungkinan hasil kalinya.
- Sifat tertutup pada himpunan Bilangan Bulat terhadap operasi perkalian artinya hasil perkalian dua bilangan bulat adalah bilangan bulat juga. Buatlah dugaan.
 - Apakah operasi perkalian pada himpunan Bilangan Bulat memenuhi sifat tertutup? Jelaskan.
 - Apakah operasi pembagian pada himpunan Bilangan Bulat memenuhi sifat tertutup? Jelaskan.
- Salin dan lengkapi Tabel 1.12 berikut.

Tabel 1.12 Perkalian bilangan bulat

		Bilangan I		
		0	Bilangan bulat positif (+)	Bilangan bulat negatif (-)
Bilangan II	0			
	Bilangan bulat positif (+)			
	Bilangan bulat negatif (-)			

Operasi pembagian pada bilangan bulat

4. Jika a dan b adalah sebarang bilangan bulat tak nol. Tentukan kemungkinan hasil dari $a \div b$.
5. Jika $a = 0$, dan b adalah sebarang bilangan bulat. Tentukan kemungkinan hasil dari $a \div b$.
6. Jika $b = 0$, dan a adalah sebarang bilangan bulat. Tentukan kemungkinan hasil dari $a \div b$.

Tabel 1.13 Pembagian bilangan bulat

		Bilangan yang dibagi		
		0	Bilangan bulat positif (+)	Bilangan bulat negatif (-)
Pembagi	0			
	Bilangan bulat positif (+)			
	Bilangan bulat negatif (-)			

8. Apakah operasi pengurangan dan pembagian memenuhi sifat komutatif? Jelaskan.
9. Tentukan pemecahan masalah 1.5
10. Jika hari ini adalah hari minggu, maka 3^{2014} hari sebelumnya adalah hari apa?



Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Beri tanggapan kepada teman-teman kalian yang mempunyai jawaban berbeda.



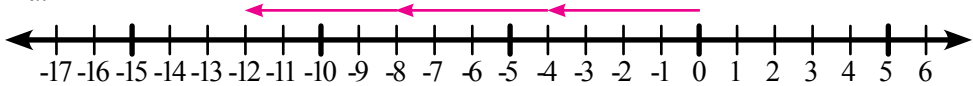
Latihan 1.3

1. Tentukan hasil operasi berikut menggunakan garis bilangan dan tentukan hasilnya

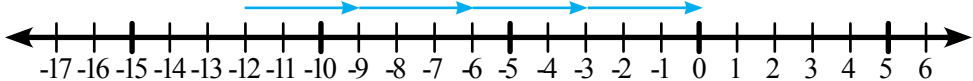
- 4×6
- $4 \times (-6)$
- $(-4) \times 6$
- $6 \times (-4)$
- $(-4) \times (-6)$

2. Nyatakan operasi yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut dan tentukan hasilnya

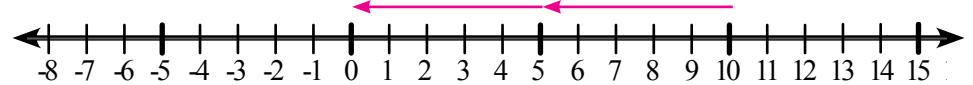
a.



b.



c.



3. Tentukan hasil dari

- $5 \times (15 - 6)$
- $12 \times (-7) + (-16) \div (-2)$
- $-15 \div (-3) - 7 \times (-4)$
- $[1 + 2 \div 3 \times 4] \times [9 \times 7 (7 - 8) \div (6 + 5)]$

4. Pak Margono memiliki ladang salak pondoh yang sudah ditanam mulai ia berumur 15 tahun. Produksi salaknya selalu meningkat setiap tahun. Pada tahun pertama ladang tersebut menghasilkan 1 ton buah salak, Tahun kedua menghasilkan 2 ton buah begitu seterusnya setiap tahun. Dapatkah kamu menemukan total hasil produksi salak Pak Margono hingga tahun ke 50?

5. **Astronomi.** Edmund Halley (1656-1742) adalah orang yang pertama kali melihat komet yang dinamakan Komet Halley pada tahun 1682. Ia dengan tepat memprediksi bahwa komet tersebut akan muncul setiap 76 tahun kemudian.



- Berdasar perhitungan Halley, tahun berapakah Komet Halley muncul di abad yang lalu?

- b. Kapan Komet halley diharapkan muncul kembali?
 - c. Apakah Edmund Halley dapat melihat komet tersebut untuk kedua kalinya? Jelaskan.
6. Buatlah suatu soal yang melibatkan operasi perkalian, pembagian, penjumlahan dan pengurangan yang hasil adalah 8.
7. Pak Asari memiliki 12 lembar uang \$10,00. Pak Asari ingin menukarkan dengan mata uang rupiah untuk membeli suatu barang. Jika kurs rupiah saat ini adalah Rp.12.500,00 tiap \$1,00, tentukan jumlah uang yang diterima Pak Asari setelah ditukarkan menjadi rupiah.
8. Sebelum berangkat umroh, Pak Ahmad menukarkan uangnya senilai Rp.16.500.000,00 menjadi 5.000 Real (mata uang Arab Saudi). Tentukan kurs (nilai tukar) rupiah terhadap Real pada saat Pak Ahmad menukarkan uangnya.
9. Seekor katak mula-mula di titik asal (titik 0). Katak itu dapat melompat ke kiri atau ke kanan. Sekali melompat jauhnya 4 satuan. Jika katak melompat dua kali ke kanan, kemudian 3 kali ke kiri, tentukan posisi katak itu setelah lompatan terakhir.
10. Tentukan:
 - a. Banyak angka 0 pada hasil bagi $201420142014 \div 2014$.
 - b. Apabila angka 2, 1, 0, dan 4 masing-masing terdapat 300 angka seperti pola soal a, berapakah hasil baginya ketika dibagi 2014?
11. Untuk mengisi liburan sekolah Adi dan Budi bekerja serabutan. Adi bekerja selama 5 hari, setiap hari bekerja selama 7 jam dengan gaji Rp. 10.000,00 perjam. Sedangkan Budi bekerja selama 6 hari, setiap hari bekerja selama 8 jam dengan gaji Rp. 12.000,00 perjam. Tentukan jumlah gaji yang diterima oleh Adi dan Budi.
12. Suatu olimpiade matematika memiliki aturan sebagai berikut. Jika jawaban benar mendapatkan nilai 4, jika jawaban salah -2, jika tidak dijawab -1. Soal olimpiade terdiri dari 50 soal
 - a. Siswa A menjawab 45 soal, dengan 35 soal berhasil dijawab dengan benar. Berapakah nilai siswa A?
 - b. Siswa B menjawab 40 soal, dengan nilai 96. Berapa soal yang berhasil dijawab oleh siswa B?
13. Sandi merayakan hari ulang tahunnya yang ke-25 pada hari jumat. Jika selama hidup Sandi melewati 6 kali tahun kabisat, maka Sandi lahir pada hari apa? Jelaskan.
14. Jika hari ini adalah hari selasa, maka 5^{2000} lagi hari apa?
15. Jika hari ini adalah hari senin, maka $7^{1000000}$ hari yang lalu hari apa?



Kegiatan 1.4

Kelipatan dan Faktor Bilangan Bulat

Saat masih duduk di sekolah dasar kalian sudah mengenal dengan istilah Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dan Faktor Persekutuan Terbesar (FPB). Di kelas VII ini kalian akan mempelajari lebih dalam tentang KPK dan FPB beserta aplikasinya dalam menyelesaikan masalah sehari-hari.



Masalah 1.8



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.28 Makan bakso

Zainul, Evan, dan Tohir mempunyai langganan bakso yang sama. Zainul membeli bakso setiap 2 hari sekali, Evan setiap 3 hari sekali, sedangkan Tohir setiap 5 hari sekali. Jika pada hari ini mereka membeli bakso bersama-sama, tentukan setiap berapa hari mereka makan bakso bersama-sama. Jelaskan.



Masalah 1.9



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.29 Regu pramuka

Utusan anggota pramuka dari kelas VII, VIII, dan IX sebuah SMP untuk mengikuti Perkemahan Sabtu Minggu (Persami) sebanyak 108 orang. Utusan dari kelas VII sebanyak 30 orang, kelas VIII sebanyak 36 orang dan dari kelas IX sebanyak 42 orang. Untuk acara baris-berbaris semua utusan dibagi dalam beberapa kelompok. Tiap kelompok merupakan campuran dari kelas VII, VIII, dan IX, dengan jumlah anggota tiap kelompok adalah sama.

- 1) Berapa sebanyak-banyaknya kelompok yang dapat dibentuk?
- 2) Berapa banyak anggota tiap kelompok?

Beberapa dari kalian mungkin sudah bisa memecahkan masalah di atas, beberapa juga masih belum bisa. Untuk memahami lebih lanjut tentang KPK dan FPB mari ikuti kegiatan berikut.



**Ayo
Kita Amati**

Untuk memahami masalah tersebut, coba kalian pahami tentang perkalian persekutuan dan faktor persekutuan.

a. Kelipatan Persekutuan

Daftarlah sepuluh kelipatan bilangan berikut secara urut dari yang terkecil hingga terbesar. Kelipatan yang dimaksud adalah kelipatan bilangan bulat positif. Perhatikan Tabel 1.14 berikut.

Tabel. 1.14 Kelipatan bilangan

Bilangan a	$a \times 1$	$a \times 2$	$a \times 3$	$a \times 4$	$a \times 5$	$a \times 6$	$a \times 7$	$a \times 8$	$a \times 9$	$a \times 10$
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80

Dari Tabel 1.14 daftar bilangan-bilangan yang sama antara kelipatan 1 dan 2 adalah 2, 4, 6, 8, dan 10

Bilangan 2, 4, 6, 8, dan 10 disebut sebagai kelipatan persekutuan dari 1 dan 2. Sedangkan 2 disebut **Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)** dari 1 dan 2.



**Ayo Kita
Menanya**

Buatlah pertanyaan yang memuat kata “KPK” dan “FPB”



Contoh 1.15

Dengan mengamati pola pada Tabel 1.12, daftarlh lima bilangan kelipatan dari bilangan-bilangan berikut serta tentukan KPKnya.

- 1 dan 3
- 2 dan 5
- 3 dan 6
- 4 dan 7
- 3, 4, dan 7



**Alternatif
Penyelesaian**

- Kelipatan bilangan 1 dan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15
- Kelipatan bilangan 2 dan 5 adalah 10, 20, ..., ..., ...
- Kelipatan bilangan 3 dan 6 adalah 6, 12, ..., ..., ...
- Kelipatan bilangan 4 dan 7 adalah 28, ..., ..., ..., ...
- Kelipatan bilangan 3, 4, dan 7 adalah ..., ..., ..., ..., ...

Dari daftar lima bilangan kelipatan di atas, bisa kita amati sebagai berikut.

KPK dari 1 dan 3 adalah 3
KPK dari 2 dan 5 adalah 10
KPK dari 3 dan 6 adalah 6
KPK dari 4 dan 7 adalah 28
KPK dari 3, 4, dan 7 adalah ...



Contoh 1.16

Tentukan KPK dari bilangan-bilangan berikut.

- 6 dan 15
- 3, 6, 8
- 16 dan 18
- 17 dan 23

- a. Daftar kelipatan dari 6 dan 15
Kelipatan 6 adalah 6, 12, 18, 24, 30
Kelipatan 15 adalah 15, 30
Dari daftar tersebut KPK dari 6 dan 15 adalah 30
- b. Daftar kelipatan dari 3, 6, dan 8
Kelipatan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24
Kelipatan 6 adalah 6, 12, 18, 24
Kelipatan 8 adalah 8, 16, 24
Dari daftar tersebut KPK dari 3, 6, dan 8 adalah 24
- c. Daftar beberapa kelipatan dari 16 dan 18
Kelipatan 16 adalah 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144
Kelipatan 18 adalah 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144
Dari daftar tersebut KPK dari 16 dan 18 adalah ...
- d. Daftar beberapa kelipatan dari 17 dan 23
Kelipatan 17 adalah 17, 34, ..., ..., ... dan seterusnya
Kelipatan 23 adalah ..., ..., ... dan seterusnya
Dari daftar tersebut KPK dari 17 dan 23 adalah

Untuk Contoh soal nomor 1.16a dan 1.16b, cara mendaftar cukup cepat untuk menemukan KPK dari bilangan-bilangan yang dimaksud. Namun untuk contoh soal 1.16c dan 1.16d, cara mendaftar kurang efektif untuk menentukan KPK dari bilangan-bilangan yang dimaksud di atas.

Untuk bilangan yang KPK-nya cukup besar kalian bisa menggunakan cara:

1. Faktorisasi prima
2. Pembagian bersusun

b. Menentukan KPK dengan Faktorisasi Prima

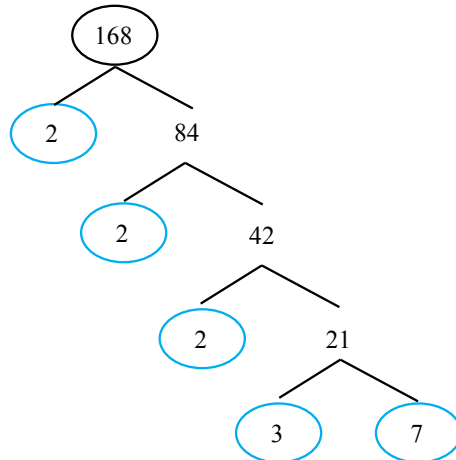
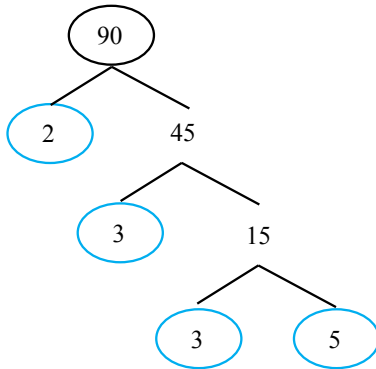
Untuk menentukan KPK dengan cara faktorisasi prima, kalian harus bisa menyatakan suatu bilangan bulat positif dalam bentuk perkalian bilangan-bilangan prima.

Tentukan KPK dari 90 dan 168



Alternatif Penyelesaian

Langkah 1: menyatakan bilangan 90 dan 168 ke dalam bentuk faktorisasi prima. Untuk menentukannya bisa menggunakan bantuan pohon faktor, sebagai berikut.



Dari pohon faktor tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

Langkah 2 : Mengalikan semua faktor-faktor pada masing-masing bilangan dengan ketentuan: Jika terdapat faktor prima yang sama pada kedua bilangan, maka dipilih yang pangkat tertinggi.

$$\text{KPK dari 90 dan 168 adalah } 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2.520$$

Menentukan KPK dengan Pembagian Bersusun



Contoh 1.18

Tentukan KPK dari 9, 15, dan 42

Langkah 1: Bagi ketiga bilangan tersebut secara berurutan hingga hasil bagi semua bilangan adalah 1, seperti berikut.

9	15	42	
3	5	14	÷ 3
3	5	7	÷ 2
3	5	1	÷ 7
3	1	1	÷ 5
1	1	1	÷ 3

Keterangan:

Tanda panah merah berarti bilangan tersebut tidak terbagi habis oleh pembaginya.

Langkah 2: Kalikan semua pembagi

KPK dari 9, 15, dan 42 adalah $3 \times 2 \times 7 \times 5 \times 3 = 630$

Tugas kalian

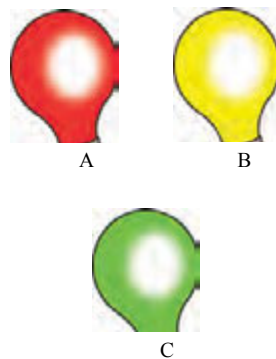
1. Tentukan KPK dari 54, 90, dan 168 dengan cara faktorisasi prima.
2. Tentukan KPK dari 90 dan 168 dengan cara pembagian bersusun.

Masalah 1.10

1. Diketahui tiga bola lampu, A, B, dan C. Lampu A menyala setiap 2 menit sekali. Lampu B menyala setiap 3 menit sekali. Lampu C menyala setiap 5 menit sekali.

Suatu ketika seorang pengamat mengamati lampu A menyala pada menit ke-1. Lampu B menyala 2 menit setelah lampu A menyala. Sedangkan lampu C menyala 3 menit setelah lampu A menyala. Tentukan:

- a. Pada menit ke berapa ketiga lampu tersebut menyala bersama untuk pertama kali (sejak lampu A menyala)
- b. Pada menit ke berapa ketiga lampu tersebut menyala bersama untuk kedua kali (sejak lampu A menyala)
- c. Pola ketiga lampu menyala bersama



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.30 Bola lampu



Alternatif Pemecahan Masalah

- a. Untuk mengetahui waktu ketika ketiga lampu menyala bersama-sama kita bisa mendaftar menit-menit lampu tersebut menyala, dengan kata lain, kita mendaftar kelipatan dari menit menyalnya lampu

A	1	3	5	7	9
B	3	6	9		
C	4	9			

Jadi ketiga lampu tersebut menyala bersama untuk pertama kali adalah pada menit ke-9 atau 8 menit setelah lampu A menyala.

- b. Untuk menentukan ketiga lampu menyala ketiga kali, kita bisa meneruskan mendaftar pola kelipatan. Namun cara tersebut kiranya cukup lama, kita bisa menghitung KPK dari 2, 3, dan 5 untuk menentukan waktu ketiga lampu menyala pertama kali.

$$\text{KPK dari 2, 3, dan 5 adalah } 2 \times 3 \times 5 = 30$$

Jadi ketiga lampu tersebut menyala untuk kedua kali pada menit ke-39 atau 30 menit sejak ketiga lampu menyala pertama kali

- c. Berikut pola waktu di mana ketiga lampu tersebut menyala bersama-sama

9, 39, 69, 99,

Atau ditulis dengan notasi

$$9 + k \times 30, \text{ dengan } k = \text{bilangan bulat positif}$$

c. Faktor Persekutuan

a dikatakan faktor dari bilangan bulat b jika a membagi habis b . Dengan kata lain dapat ditulis $b = a \times n$, dengan n adalah suatu bilangan bulat.

Daftarlah faktor-faktor positif dari bilangan berikut!

Faktor positif dari 6 adalah 1, 2, 3, 6

Faktor positif dari 8 adalah 1, 2, 4, 8

Faktor positif dari 9 adalah 1, 3, 9

Faktor positif dari 13 adalah 1 dan 13

Faktor positif dari 15 adalah 1, 3, 5, dan 15

Faktor positif dari 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, dan 24

Faktor positif dari 36 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, ..., ...

Faktor positif dari 48 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, ..., ..., ..., ...

 Contoh 1.19

Tentukan FPB dari bilangan-bilangan berikut.

- 6 dan 8
- 6 dan 9
- 8 dan 13
- 15 dan 6
- 24 dan 36
- 24 dan 48
- 36 dan 48

 Alternatif Penyelesaian

Dengan melihat daftar di atas, FPB dari

- 6 dan 8 adalah 2
- 6 dan 9 adalah 3
- 8 dan 13 adalah 1
- 15 dan 6 adalah 3
- 24 dan 36 adalah 12
- 24 dan 48 adalah ...
- 36 dan 48 adalah ...

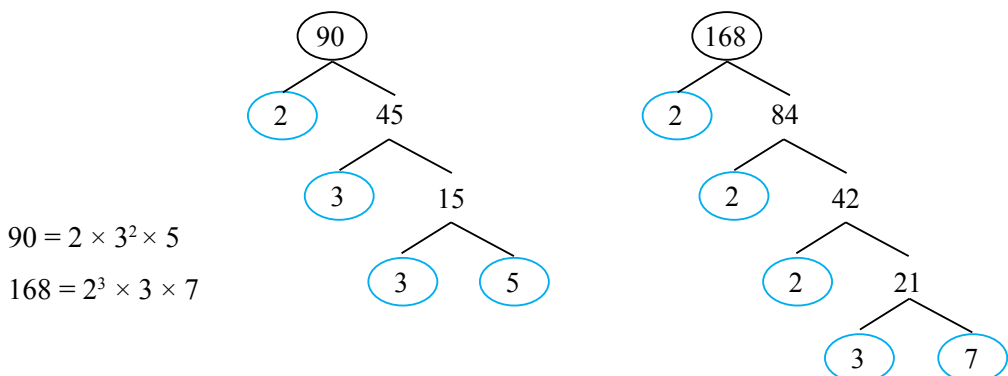
d. Menentukan FPB dengan Faktorisasi Prima

 Contoh 1.20

Tentukan FPB dari 90 dan 168

 Alternatif Penyelesaian

Langkah 1: menyatakan bilangan 90 dan 168 ke dalam bentuk faktorisasi prima
Untuk menentukannya bisa menggunakan bantuan pohon faktor, sebagai berikut.



Langkah 2: Mengalikan semua faktor-faktor yang sama pada masing-masing bilangan dengan ketentuan : pilih yang pangkat terendah.

FPB dari 90 dan 168 adalah $2 \times 3 = 6$

e. Menentukan FPB dengan Pembagian Bersusun



Contoh 1.21

Tentukan KPK dari 24, 48, 72

Langkah 1: Bagi ketiga bilangan tersebut secara bersusun hingga hasil bagi semua bilangan adalah 1, seperti berikut.

24	48	72	
12	24	36	$\div 2$
6	12	18	$\div 2$
3	4	6	$\div 3$
1	4	2	$\div 3$
1	2	1	$\div 2$
1	1	1	$\div 2$

Langkah 2: Kalikan pembagi yang habis membagi semua bilangan.

FPB dari 24, 48, dan 72 adalah $2 \times 2 \times 3 = 12$

Tugas kalian

1. Tentukan FPB dari 24, 48, dan 72 dengan cara faktorisasi prima.
2. Tentukan FPB dari 90 dan 168 dengan cara pembagian bersusun.



Alternatif Pemecahan Masalah 1.8

Setelah memahami konsep kelipatan persekutuan, kita bisa menemukan pemecahan Masalah 1.8 yang disajikan di awal Sub Bab ini.

Pola makan Zainul, Evan, dan Tohir adalah kelipatan persekutuan dari 2, 3, dan 5.

Jadi Zainul, Evan, dan Tohir akan makan bersama-sama lagi setelah 30 hari, 60 hari, 90 hari, dan seterusnya. Jadi, mereka akan makan bersama lagi untuk kedua kalinya setelah 30 hari.



Alternatif Pemecahan Masalah 1.9

Dengan memahami konsep faktor persekutuan, kita bisa menemukan pemecahan Masalah 1.9 yang disajikan di awal Sub Bab ini.

- a. Banyak kelompok yang bisa dibuat adalah faktor persekutuan dari 30, 36, dan 42 yaitu 1, 2, 3, atau 6 kelompok.

Jika 1 kelompok artinya anak-anak tersebut tidak dibagi dalam kelompok

Jadi kelompok yang mungkin bisa dibuat adalah 2, 3, atau 6

- b. Banyak anggota tiap kelompok

✓ Jika banyak kelompok = 2, maka banyak anggota tiap kelompok $\frac{108}{2} = 54$ anak.

✓ Jika banyak kelompok = 3, maka banyak anggota tiap kelompok $\frac{108}{3} = 36$ anak.

✓ Jika banyak kelompok = 6, maka banyak anggota tiap kelompok $\frac{108}{6} = 18$ anak.



Masalah 1.11

FPB dari dua bilangan asli adalah A, dan B adalah 5. Sedangkan hasil kalinya ($A \times B$) adalah 1000. Tentukan bilangan A dan B yang jumlahnya ($A + B$) paling kecil.

Alternatif pemecahan masalah

Hasil kali dari dua bilangan sama dengan hasil kali dari FPB dan KPK-nya (selikilah). Karena FPB-nya adalah 5, dan hasilnya kalinya adalah 1000, maka

$$\text{KPK}(A, B) = \frac{2.000}{s} \times 200 = 2^3 \times 5^2$$

Karena FPB (A, B) = 5, maka hanya satu bilangan saja yang mempunyai faktor 5. Sedangkan bilangan yang lain pasti mempunyai faktor 5^2 (agar KPK-nya 200). Pasangan yang mungkin adalah

A	B
$2^3 \times 5^2 = 200$	5
$2^3 \times 5 = 40$	$5^2 = 25$

Dari kedua bilangan yang mungkin tersebut yang jumlahnya paling kecil adalah $40 + 25 = 65$



Ayo Kita Menalar

1. Misal ada dua bilangan prima a dan b . Tentukan FPB dan KPK dari kedua bilangan tersebut. Jelaskan.
2. Diketahui bilangan bulat positif c dan d .
6 membagi c .
6 membagi d .
 - a. Apakah 6 adalah FPB dari c dan d ? Jelaskan.
 - b. Apakah syarat kita bisa memastikan bahwa 6 adalah FPB dari c dan d .
3. Diketahui tiga bilangan bulat positif e , f , dan g . e dan f keduanya membagi g . Jelaskan langkah kalian untuk memastikan bahwa g adalah KPK dari e dan f .
4. Dua bilangan asli X dan Y memiliki $\text{FPB} = 4$, dan $\text{KPK} = 72$. 4 dan 72 adalah salah satu pasangan bilangan yang dimaksud, tentukan semua pasangan bilangan lainnya. Jelaskan
5. Diketahui tiga bola lampu, A, B, dan C. Lampu A menyala setiap 3 menit sekali. Lampu B menyala setiap 4 menit sekali. Lampu C menyala setiap 7 menit sekali.
Suatu ketika seorang pengamat mengamati lampu A menyala pada menit ke-1. Lampu B menyala 1 menit setelah lampu A menyala. Sedangkan lampu C menyala 2 menit setelah lampu A menyala. Tentukan:
 - a. Pada menit ke berapa ketiga lampu tersebut menyala bersama untuk pertama kali (sejak lampu A menyala)
 - b. Pada menit ke berapa ketiga lampu tersebut menyala bersama untuk kedua kali (sejak lampu A menyala)
 - c. Pola ketiga lampu menyala bersama (sejak lampu A menyala)



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil menalar kalian di depan kelas. Sampaikan alasan kalian sebaik mungkin. Tanggapi pendapat teman kalian yang berbeda.



Latihan 1.4

1. Pada suatu hari Vera dan Veronika belanja bersamaan di sebuah pasar swalayan. Vera belanja setiap 12 hari sekali. Sedangkan Veronika belanja setiap 14 hari sekali. Setelah berapa hari, Vera dan Veronika akan bersamaan belanja di Swalayan tersebut ?
2. Pada sebuah pertunjukan sirkus, terdapat 3 buah lampu, yaitu lampu warna merah, kuning, dan hijau. Mula-mula ketiga lampu itu menyala bersamaan. Kemudian lampu merah menyala setiap 5 detik, lampu kuning menyala setiap 4 detik dan lampu hijau menyala setiap 8 detik. Tiap berapa detik ketiga lampu itu menyala bersamaan?
3. Tentukan KPK dari bilangan-bilangan berikut.
 - a. 12 dan 28
 - b. 25 dan 25
 - c. 16, 24 dan 36
 - d. 24, 48, dan 72
4. Tentukan FPB dari bilangan-bilangan berikut.
 - a. 36 dan 48
 - b. 24 dan 72
 - c. 24, 36, dan 72
 - d. 15, 30, 60, dan 105
5. Tentukan bilangan bulat positif terkecil yang dapat dibagi oleh 3, 4, 5, dan 7.
6. Apakah 480 adalah KPK dari 120 dan 160? Jelaskan.
7. Apakah 20 adalah FPB dari 120 dan 160? Jelaskan.
8. Ibu Mona memiliki kelinci sebanyak 80 ekor. Ia ingin membagi kelinci tersebut dalam beberapa kandang. Banyak kandang sama dengan banyak faktor bilangan 80 dan banyak kelinci dalam setiap kandang adalah hasil bagi banyak kelinci dengan banyak kandang.
 - a. Berapakah banyak kandang yang harus dibuat Ibu Mona?
 - b. Berapakah banyak kelinci dalam setiap kandang?
 - c. Apakah banyak kelinci dalam setiap kandang juga merupakan faktor dari banyaknya kelinci keseluruhan? Berikan alasanmu.

9. Diberikan bilangan 37, 41, 51.
- Tentukan faktor dan faktor prima bilangan tersebut.
 - Apakah berbeda faktor bilangan dengan faktor primanya ? Jelaskan alasanmu.
10. Diberikan bilangan 30 dan 60
- Tentukan faktor-faktor kedua bilangan tersebut
 - Apakah ada faktor bilangan yang sama diantara faktor-faktor bilangan itu? Sebutkan.
 - Berapa banyak faktor prima yang sama diantara faktor-faktor bilangan itu.
11. Rina, Rini dan Reni bekerja di percetakan. Setiap 45 menit Rina minum segelas air. Rini minum air setiap 60 menit dan Reni minum setiap 90 menit. Jika mereka minum bersama pada jam 08.00, setelah berapa menitkah mereka akan minum bersama lagi? Jam berapakah itu?
12. Tedy, Saleh dan Aris sedang menanam benih di kebun. Setiap memasukkan benih ke dalam tiga lubang Tedy merogoh kantong benih di pinggangnya. Saleh merogoh kantongnya setiap mengisi 4 lubang, sementara Aris merogoh kantongnya setelah mengisi 5 lubang. Jika pada lubang pertama mereka mengisi bersamaan setiap berapa lubangkah mereka akan mengisi bersama lagi?
13. Seorang peternak telur sedang memanen telur. Dia memasukkan telur telur tersebut secara rapi ke dalam kotak-kotak. Dia lupa menghitung banyak telur yang dimasukkan kotak ketika itu. Yang dia ingat, jika diambil $2n$, maka tersisa 1, jika diambil $3n$ juga tersisa 1, jika diambil $4n$, $5n$, dan $6n$, juga tersisa 1. Tentukan banyak telur yang dipanen oleh peternak telur tersebut?
14. Seorang peternak telur sedang memanen telur. Dia memasukkan telur telur tersebut secara rapi ke dalam kotak-kotak. Dia lupa menghitung banyak telur yang dimasukkan kotak ketika itu. Yang dia ingat, jika diambil $2n$, maka tersisa 1, jika diambil $3n$ juga tersisa 1, jika diambil $4n$, $5n$, dan $6n$, juga tersisa 1. Tentukan tentukan banyak telur yang dipanen oleh peternak telur tersebut?
15. Di suatu galaksi yang jauh di sana, 3 komet mampu dilihat dari planet X. Komet A terlihat setiap 6 tahun sekali, terakhir terlihat pada tahun 2007 Komet B terlihat setiap 7 tahun sekali, terakhir terlihat pada tahun 2009 Komet C terlihat setiap 8 tahun sekali, terakhir terlihat pada tahun 2009 Pada tahun berapa ketiga komet tersebut dapat terlihat secara bersama-sama?



Kegiatan 1.5

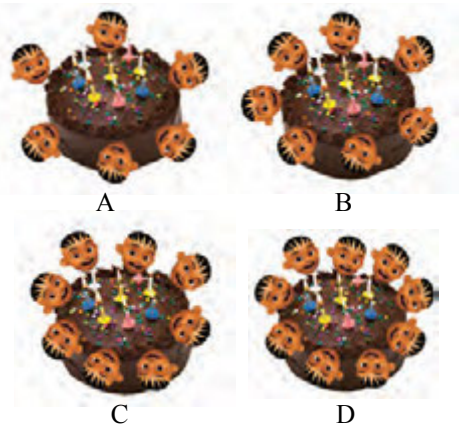
Membandingkan Bilangan Pecahan

Dalam kehidupan sehari-hari kadang kita dihadapkan pada pilihan-pilihan yang berkaitan dengan bilangan pecahan. Misalnya, lebih memilih $\frac{1}{2}$ bagian atau $\frac{3}{4}$ bagian? Jika tujuannya adalah memilih bagian yang lebih banyak tentunya kita harus tahu, manakah di antara bilangan pecahan tersebut yang lebih besar nilainya. Berikut disajikan masalah yang terkait dengan bilangan pecahan. Diskusikan pemecahan masalah bersama teman kalian (tidak harus langsung terpecahkan).



Masalah 1.12

Dalam suatu acara ulang tahun, undangan yang datang dibagi menjadi 4 kelompok untuk menikmati kue yang sama (bentuk dan ukuran), yang sudah dihidangkan pada masing-masing meja di kelompok tersebut. Kue tersebut dibagi sama rata kepada anak yang menghadap meja. Setiap undangan yang datang boleh memilih duduk di bangku meja mana pun. Adit adalah peserta undangan terakhir yang datang di acara tersebut, melihat bangku meja A sudah ada 6 anak, meja B ada 7 anak, meja C ada 8 anak, dan meja D ada 9 anak.



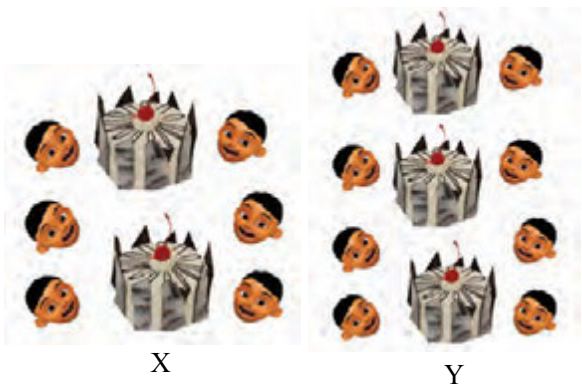
Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.31 Kue ulang tahun

- Jika Adit memilih bergabung di bangku meja B, maka banyak bagian kue yang akan didapatkan oleh Adit akan sama dengan dengan anak yang memilih meja apa? Jelaskan.
- Jika Adit ingin mendapatkan bagian kue yang paling banyak di antara keempat pilihan, maka seharusnya Adit memilih meja apa? Jelaskan.

Masalah 1.13

Dalam suatu acara syukuran kenaikan kelas, Dita mengundang teman-temannya ke rumahnya. Dita mempersiapkan dua kelompok yang sudah diatur pada dua meja. Meja X diberikan 2 kue, sedangkan meja Y diberikan 3 kue. Kue tersebut dibagi sama rata kepada anak yang menghadap meja. Undangan yang datang boleh memilih duduk di bangku meja mana pun. Antin adalah peserta undangan terakhir yang datang di acara tersebut, melihat bangku meja X sudah ada 6 anak, dan meja Y ada 8 anak. Jika Antin ingin mendapatkan bagian kue yang lebih banyak di antara kedua pilihan, maka seharusnya Antin memilih meja apa? Jelaskan.



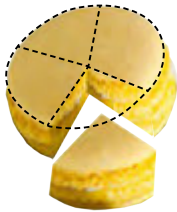
Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.32 Syukuran kenaikan kelas

Untuk memecahkan masalah tersebut kalian harus memahami cara membandingkan bilangan pecahan.



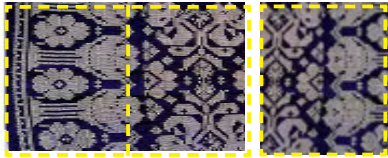
Ada kalanya dalam kehidupan sehari-hari kita tidak cukup dengan bilangan bulat saja. Seperti pada masalah berikut. Bagaimanakah menyatakan : (a) banyak kue yang tersisa, (b) banyak air dalam gelas, (c) panjang potongan kain.



(a) Potongan kue



(b) Gelas air



(c) Potongan kain

Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.33 Potongan kue, gelas air, potongan kain

Untuk menyatakan Gambar 1.33 kita perlu menggunakan bilangan pecahan. Dengan membagi menjadi bagian-bagian seperti pada Gambar 1.33, kita bisa menyatakan sebagai berikut.

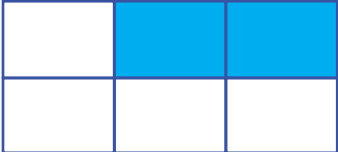
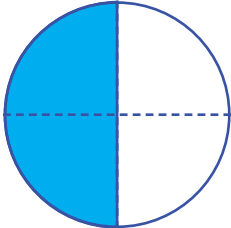
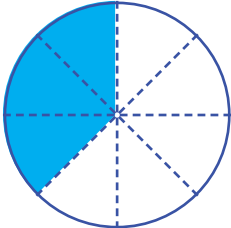
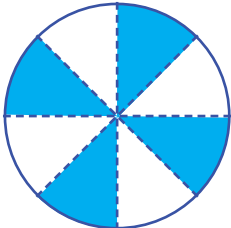
- Pada Gambar 1.33 kue dibagi menjadi 4 bagian yang sama. bagian yang tersisa adalah 3 bagian. Sehingga banyak kue adalah 3 dari 4 bagian kue atau $\frac{3}{4}$ bagian kue.
- Pada Gambar 1.33 tinggi gelas dibagi menjadi 5 bagian sama. Tinggi air yang tersisa di dalam gelas adalah 3 dari 5 bagian. Sehingga banyak air adalah $\frac{3}{5}$ gelas air.
- Pada Gambar 1.33 panjang kain dibagi menjadi 3 bagian sama. panjang kain yang tersisa adalah 2 dari 3 bagian. Sehingga panjang kain yang tersisa adalah $\frac{2}{3}$ potong kain.

Bilangan pecahan pada beberapa pernyataan di atas adalah untuk menyatakan bagian dari keseluruhan. Jika a dan b adalah bilangan bulat, dengan $b \neq 0$ dan $b > a$, maka bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ merepresentasikan a bagian dari b bagian sebagai objek keseluruhannya, misal panjang, tinggi, luas, berat, volume, dan lain-lain. Pada bilangan pecahan $\frac{a}{b}$, a disebut pembilang, sedangkan b disebut penyebut.

Untuk memperluas pemahaman kalian tentang pecahan, silahkan amati dan lengkapi Tabel berikut. Nyatakan bagian yang berwarna biru sebagai pecahan.

Tabel 1.15 Ilustrasi pecahan

Gambar	Pecahan
	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$

	$\frac{2}{3}$
	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{2}$
	$\frac{3}{8}$
	$\frac{1}{2}$



Ayo Kita Menanya

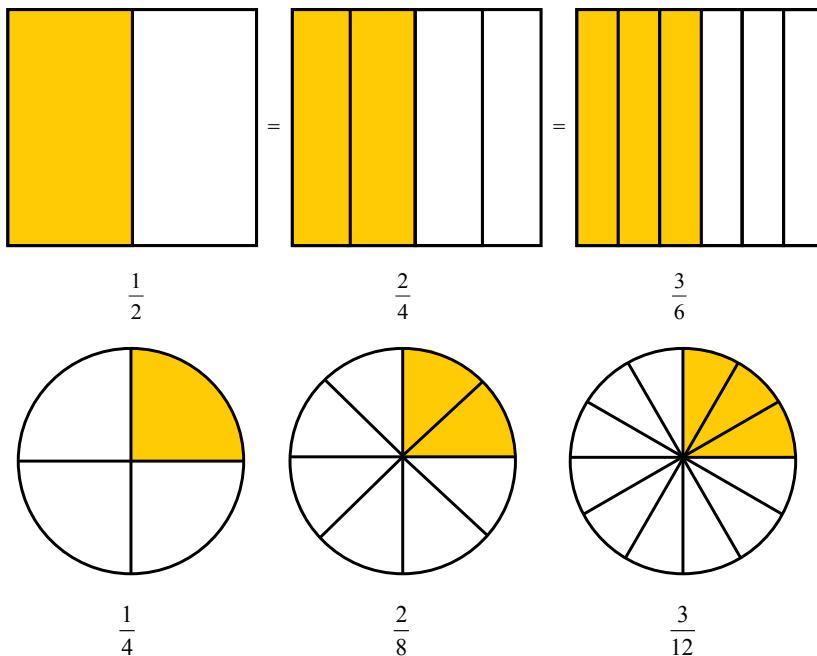
Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan dari mengamati di atas, buatlah pertanyaan yang memuat kata “membandingkan bilangan pecahan”



Ayo Kita Menggali Informasi

Suatu bilangan pecahan $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ menyatakan nilai yang sama, yaitu $\frac{1}{2}$. Pecahan-

pecahan yang senilai disebut pecahan ekuivalen atau sama. Perhatikan ilustrasi berikut. Bagian yang berwarna kuning jika dinyatakan dalam bentuk pecahan adalah sebagai berikut.



Gambar 1.34 Pecahan Ekuivalen (Senilai)

Untuk a , b , c , dan d bilangan bulat, dengan $b \neq 0$ dan $d \neq 0$
Pecahan $\frac{a}{b}$ ekuivalen (senilai) dengan $\frac{c}{d}$ jika $a \times d = c \times b$.



Ayo Kita Menalar

1. Dengan menggunakan tanda “=” sama dengan, “>” lebih dari, atau “<” kurang dari. Bandingkan pecahan-pecahan berikut:

a. $\frac{2}{7} \dots \frac{3}{7}$

b. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{3}$

c. $\frac{2}{6} \dots \frac{1}{3}$

d. $\frac{4}{5} \dots \frac{5}{6}$

e. $\frac{1}{2.013} \dots \frac{1}{2.014}$

f. $\frac{2.012}{2.013} \dots \frac{2.014}{2.015}$

2. Urutkan bilangan pecahan berikut dari yang terkecil

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{15}, \frac{6}{7}$$

3. Tentukan bilangan yang lebih besar dari bilangan berikut.

a. $\frac{2}{a} \dots \frac{3}{a}$ a adalah bilangan bulat positif

b. $\frac{4}{b} \dots \frac{5}{b}$ b adalah bilangan bulat negatif

c. $\frac{2}{c} \dots \frac{2}{d}$ c dan d adalah bilangan bulat positif, dengan $c > d$

4. Tuliskan langkah kalian untuk membandingkan bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ dengan $\frac{c}{a}$, a, b, c , dan d adalah bilangan bulat, c dan $d \neq 0$

5. Tentukan pemecahan masalah 1.12.

6. Tentukan pemecahan masalah 1.13.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman dan guru di kelas, jika ada jawaban teman kalian yang berbeda.



Latihan 1.5

1. Dengan menggunakan tanda

“=” sama dengan

“>” lebih dari

atau “<” kurang dari

Bandingkan pecahan-pecahan berikut:

a. $\frac{3}{100} \dots \frac{5}{100}$

b. $\frac{1}{10} \dots \frac{1}{100}$

c. $\frac{2}{5} \dots \frac{1}{4}$

d. $\frac{99}{100} \dots \frac{100}{101}$

e. $\frac{1}{5000} \dots \frac{1}{5001}$

2. Urutkan bilangan pecahan berikut dari yang terkecil

a. $\frac{1}{2}, \frac{11}{16}, \frac{3}{32}, \frac{6}{8}$

b. $\frac{7}{24}, \frac{3}{6}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}$

c. $\frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{4}{25}, \frac{7}{15}$

d. $\frac{1}{10}, \frac{9}{40}, \frac{3}{20}, \frac{6}{30}$

e. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

3. Suatu ketika $\frac{2}{3}$ siswa laki-laki dan $\frac{1}{2}$ siswa perempuan mengadakan kerja bakti di lapangan sekolah. Jumlah siswa laki-laki dan perempuan tersebut adalah 60% dari seluruh siswa dalam sekolah tersebut. Tentukan banyak siswa dalam sekolah tersebut.



Kegiatan 1.6

Menjumlahkan dan Mengurangkan Bilangan Pecahan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menemui masalah tentang penjumlahan atau pengurangan bilangan pecahan. Seperti, menjumlahkan $5\frac{1}{2}$ kilogram jeruk dengan $2\frac{1}{3}$ kilogram apel, mengurangkan $7\frac{2}{3}$ kilogram beras oleh $\frac{1}{4}$ kilogram beras, dan lain-lain. Untuk bisa menjumlahkan atau mengurangkan bilangan-bilangan pecahan tersebut perhatikan contoh berikut.



Contoh 1.22

Nina membeli $\frac{1}{4}$ kg buah jeruk. Mengingat teman-temannya akan datang ke rumah,

Ia membeli lagi $\frac{3}{4}$ kg buah jeruk. Berapa kg berat jeruk keseluruhan?



Alternatif Penyelesaian

Pada Contoh 1.22 tersebut bisa kita membuat bentuk matematikanya sebagai berikut.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Jadi berat buah jeruk yang dibeli oleh Nina adalah 1 kg.



Contoh 1.23

Karena sedang mendapatkan nilai bagus di sekolah, As'ad ingin berbagi kue yang ia miliki kepada Heri dan Sugeng. Heri diberi $\frac{1}{4}$ bagian, sedangkan Sugeng mendapatkan $\frac{2}{5}$ bagian. Berapa bagian yang masih dimiliki oleh As'ad setelah diberikan kepada kedua temannya tersebut?



Sisa kue yang masih dimiliki As'ad sama dengan 1 kue utuh dikurangi $\frac{1}{4}$ untuk Heri dan $\frac{2}{5}$ untuk Sugeng. Kita bisa membuat bentuk matematikanya sebagai berikut.

$$\begin{aligned}1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} \right) &= 1 - \left(\frac{1 \times 5}{20} + \frac{2 \times 4}{20} \right) \\&= 1 - \left(\frac{5}{20} + \frac{8}{20} \right) \quad \text{menyamakan penyebut} \\&= 1 - \frac{13}{20} \\&= \frac{20 - 13}{20} \quad \text{menyamakan penyebut} \\&= \frac{7}{20}\end{aligned}$$

Jadi sisa kue yang masih dimiliki As'ad adalah $\frac{7}{20}$ bagian.

Pada contoh 1.22 penjumlahan dua bilangan pecahan tersebut lebih sederhana, yaitu dengan cara menjumlahkan kedua pembilangnya, karena kedua penyebut bilangan tersebut sama.

Sedangkan pada Contoh 1.23 ada proses mengubah penyebut menjadi sama sebelum melakukan operasi penjumlahan maupun pengurangan. Karena penyebut berubah, maka pembilang pun ikut berubah agar menjadi pecahan yang ekuivalen.



Untuk keperluan menyambut hari Raya Idul Fitri, Bu Zubaidah berencana membuat kue nastar spesial. Berikut ini bahan-bahan yang dibutuhkan untuk membuat kue nastar spesial tersebut.

Bahan yang diperlukan :

- 4 butir kuning telur (125 gram per butir)
- $\frac{1}{2}$ kg tepung terigu
- $\frac{1}{2}$ kg mentega butter atau margarin
- 100gram gula halus
- 1 bungkus vanili (45 gram)
- 100 gram keju Gouda/ cheddar
- 2 butir kuning telur untuk olesan
- 1 potong kecil kayu manis
- 50 gram kismis

Bahan selai nanas kue Nastar:

1 buah nanas (0,5 kg)
300 gram gula pasir



Sumber: resep4.blogspot.com

Gambar 1.35 Kue nastar spesial

- Tentukan total berat bahan seluruhnya yang dibutuhkan Bu Zubaidah untuk membuat kue nastar spesial tersebut.
- Jika dengan resep itu Bu Zubaidah bisa membuah 50 butir kue nastar, maka untuk membuat 125 butir kue nastar dibutuhkan berapa berat bahan?

Beberapa teman kalian mungkin sudah bisa memecahkan masalah tersebut, beberapa juga masih belum bisa. Untuk memecahkan Masalah 1.14 dan menambah pemahaman kalian tentang penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan mari ikuti kegiatan berikut.



**Ayo
Kita Amati**

Penjumlahan Bilangan Pecahan



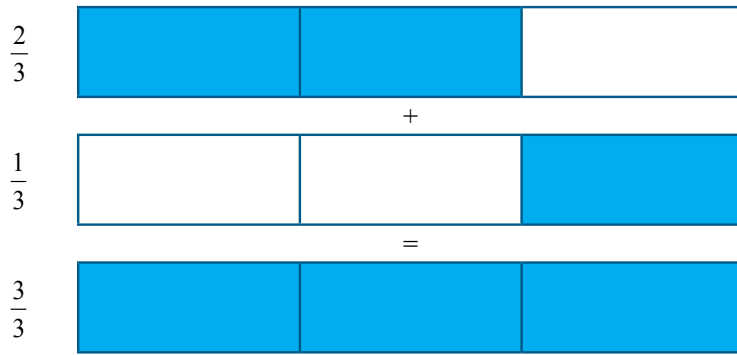
Contoh 1.24

Tentukan hasil dari $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$



Penyelesaian

Penjumlahan $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ dapat diilustrasikan menggunakan pita pecahan berikut.



Gambar 1.36 Pita pecahan

Perhatikan bahwa 1 objek utuh (keseluruhan) pada pita pecahan di atas tersusun dari 3 bagian yang sama (sepertigaan).

Jadi $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

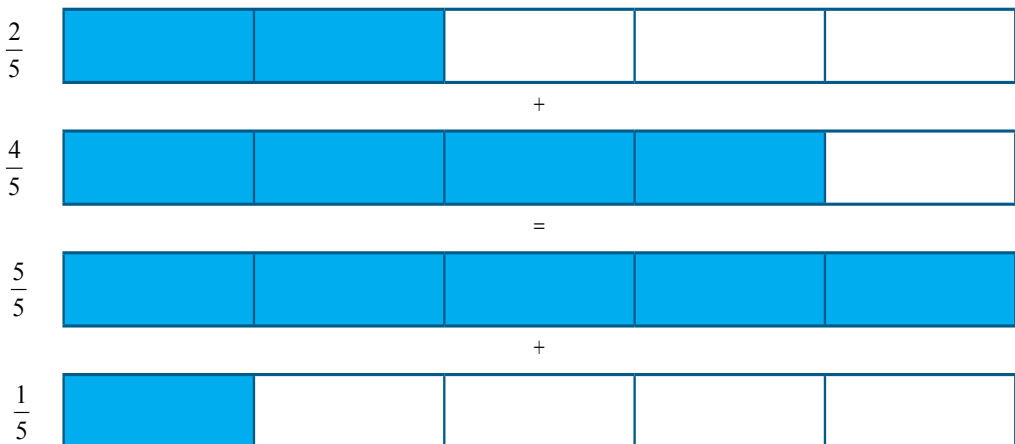
$\frac{3}{3}$ bermakna 3 bagian dari 3 bagian yang sama dan berarti 1 objek utuh.

Contoh 1.25

Tentukan hasil dari $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

Alternatif Penyelesaian

Penjumlahan $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ dapat diilustrasikan menggunakan pita pecahan berikut.



Gambar 1.37 Pita pecahan

Perhatikan bahwa 1 objek utuh (keseluruhan) pada pita pecahan ini tersusun dari 5 bagian yang sama (seperlima).

Jadi $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

- $1\frac{1}{5}$ bermakna 1 objek utuh dan 1 bagian dari 5 bagian yang sama dari 1 objek utuh.
- $\frac{6}{5}$ bermakna 6 bagian dari 2 objek utuh (keseluruhan)



Contoh 1.26

Tentukan hasil dari $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$



Alternatif Penyelesaian

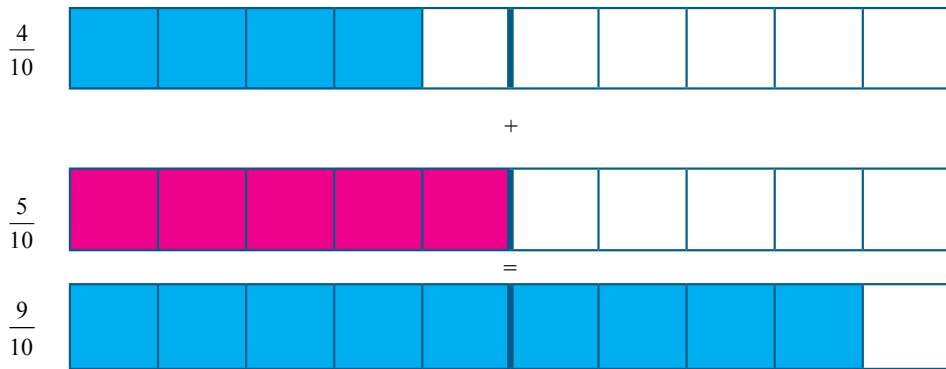
Penjumlahan $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ tidak dapat langsung dijumlahkan karena kedua pecahan tersebut memiliki bagian keseluruhan yang berbeda.



Gambar 1.38 Pita pecahan

Untuk menjumlahkan kedua pecahan tersebut kita harus mengubah menjadi pecahan ekuivalen yang penyebutnya sama. Dalam hal ini $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ dapat ditulis $\frac{4}{10} + \frac{5}{10}$, karena $\frac{4}{10}$ ekuivalen dengan $\frac{2}{5}$, sedangkan $\frac{5}{10}$ ekuivalen (senilai) dengan $\frac{1}{2}$.

Perhatikan ilustrasi menggunakan pita pecahan berikut.



Gambar 1.39 Pita pecahan

Perhatikan bahwa 1 objek utuh (keseluruhan) pada pita pecahan ini tersusun dari 10 bagian yang sama (sepersepuluhan).

$$\text{Jadi } \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$$

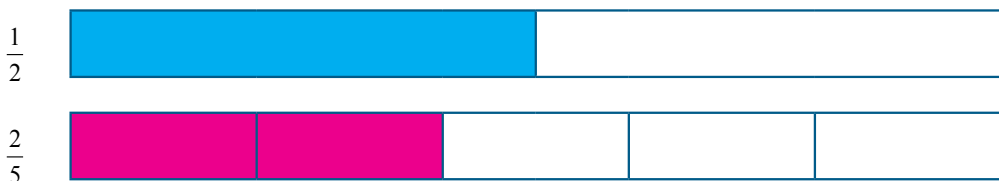
$\frac{9}{10}$ bermakna 9 bagian yang sama dari 1 objek utuh (10 bagian yang sama).



Tentukan hasil dari $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$

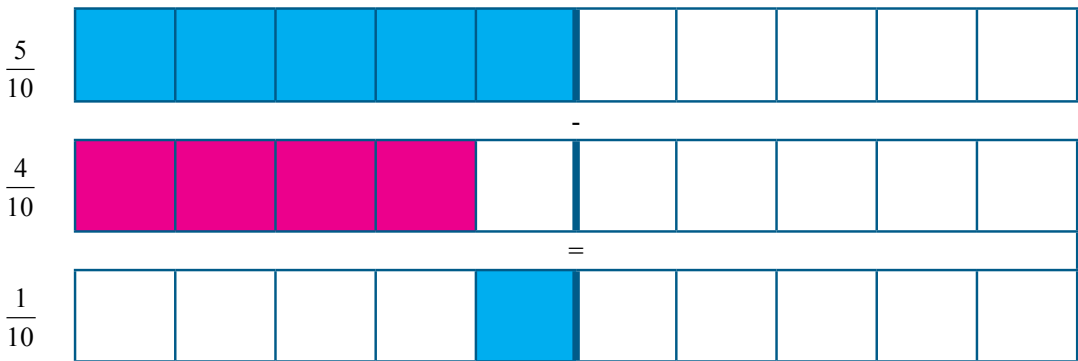


Untuk menentukan hasil dari $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ kita harus menyamakan penyebutnya terlebih dahulu



Gambar 1.40 Pita pecahan

Dalam hal ini $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ dapat ditulis $\frac{5}{10} - \frac{4}{10}$, karena $\frac{5}{10}$ ekuivalen dengan $\frac{1}{2}$, sedangkan $\frac{4}{10}$ ekuivalen dengan $\frac{2}{5}$. Perhatikan ilustrasi menggunakan pita pecahan berikut.



Gambar 1.41 Pita pecahan

$$\text{Jadi } \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$



Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan Masalah 1 dan pengamatan contoh-contoh kegiatan Ayo Kita Amati. Sebaiknya pertanyaan kalian memuat kata “penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan”.



Ayo Kita Menggali Informasi

Perhatikan bilangan-bilangan berikut.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{5}, \frac{5}{2}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{5}, 0,5, 1,25, 3$$

Bilangan-bilangan tersebut dapat dikelompokkan menjadi empat bilangan, yaitu:

1. Pecahan sejati: Pecahan yang pembilangnya kurang dari penyebut, dan FPB dari pembilang dan penyebutnya adalah 1.

- Bilangan di atas yang termasuk bilangan pecahan sejati adalah $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, dan $\frac{4}{7}$
 - Untuk bilangan $\frac{2}{4}$ bukan bilangan pecahan sejati karena FPB dari pembilang dan penyebutnya adalah 2.
 - Seperti yang sudah dibahas sebelumnya pecahan $\frac{2}{4}$ adalah pecahan yang ekuivalen atau senilai dengan $\frac{1}{2}$.
 - Untuk bilangan pecahan dengan penyebut 100 disebut persen
 - Sedangkan bilangan pecahan dengan penyebut 100 disebut permil
- Misal:

$$\frac{5}{100} = 5\% \text{ (dibaca lima persen)}$$

$$\frac{5}{1000} = 5\text{‰} \text{ (dibaca lima permil)}$$

2. Pecahan tidak sejati : Pecahan yang pembilangnya lebih dari penyebut.

Bilangan di atas yang termasuk bilangan pecahan tidak sejati adalah $\frac{6}{5}$ dan $\frac{5}{2}$

3. Bilangan campuran

- Bilangan campuran yang dimaksud adalah campuran antara bilangan bulat dengan bilangan pecahan.
- Bilangan di atas yang termasuk bilangan campuran adalah $1\frac{1}{2}$ dan $2\frac{1}{5}$
- Bilangan campuran bisa diubah menjadi bilangan pecahan dengan cara sebagai berikut

$$1\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2 + 1}{2} = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$2\frac{1}{5} = \frac{2 \times 5 + 1}{5} = \frac{10 + 1}{5} = \frac{11}{5}$$

Secara umum, jika ada bilangan campuran $c \frac{a}{b}$ dengan a dan b adalah bilangan

bulat positif, dan c adalah bilangan bulat. Bisa diubah menjadi pecahan

$$c \frac{a}{b} = \frac{c \times b + a}{b}$$

4. Bilangan desimal

- Sistem bilangan desimal bilangan tersusun dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Bilangan yang termasuk bilangan desimal adalah 0,5, 1,25, dan 3.
- Bilangan bulat juga termasuk ke dalam bilangan desimal.
- Pada bilangan 1,25

Angka 1 bernilai $1 \times 1 = 1$

Angka 1 bernilai $2 \times \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$

Angka 1 bernilai $5 \times \frac{1}{100} = \frac{5}{100}$



**Ayo Kita
Menalar**

- Ubahlah bilangan berikut menjadi bilangan pecahan paling sederhana
 - 2,4
 - 75%
- Urutkan bilangan berikut dari yang terkecil
 - $\frac{3}{5}$, 70%, 0,55, 500‰
 - $\frac{1}{6}$, 350‰, 30%, 0,25
- Tentukan hasil dari
 - $5\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6}$
 - $7,5 - 25\% + 1\frac{2}{5}$
- Jika diketahui dua bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$, dengan a, b, c , dan d adalah bilangan bulat, b dan $d \neq 0$.

- a. Nyatakan hasil penjumlahan kedua bilangan pecahan tersebut. Jelaskan langkah kalian mendapatkan hasilnya
 - b. Nyatakan hasil pengurangan kedua bilangan pecahan tersebut. Jelaskan langkah kalian mendapatkan hasilnya
5. Tentukan pemecahan masalah 1.10. Nyatakan satuannya dalam satuan gram.



**Ayo Kita
Berbagi**

Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian. Diskusikan bersama dengan guru jika ada jawaban yang berbeda untuk menentukan jawaban yang benar.



Latihan 1.6

1. Urutkan bilangan berikut dari yang terkecil.

- a. $\frac{2}{7}$, 45%, 0,50, 0,7
- b. $\frac{4}{5}$, 55%, 45%, 0,5
- c. 750%, 0,65, 70%, $\frac{8}{10}$

2. Tentukan hasil penjumlahan berikut.

- | | |
|---------------------------------|--|
| a. $\frac{4}{9} + \frac{2}{9}$ | d. $\frac{2}{3} + 3\frac{5}{9}$ |
| b. $\frac{3}{6} + \frac{5}{6}$ | e. $\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}$ |
| c. $2\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$ | |

3. Tentukan hasil dari

- | | |
|---|---|
| a. $\frac{2}{15} - \frac{1}{2} + \frac{3}{10}$ | d. $10\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} + 20\frac{7}{8}$ |
| b. $\frac{3}{7} + \frac{4}{21} - \frac{13}{14}$ | e. $2,25 + 25\% + 1\frac{1}{2}$ |
| c. $4\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4}$ | |

4. Tentukan hasil dari

a. $\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$

c. $7\frac{1}{3} - 6\frac{7}{8}$

b. $\frac{7}{30} + \frac{3}{20} - 4\frac{1}{4}$

d. $\frac{4}{9} + \frac{11}{18} + \frac{5}{27} - 4\frac{2}{3}$

5. Ibu Sindy membeli dua ekor ayam. Satu ekor beratnya $1\frac{1}{4}$ kg dan satu ekor

lainnya beratnya $2\frac{4}{5}$ kg. Berapa kg berat kedua ekor ayam?

6. Ibu Sundari membel 1 kg minyak goreng. Ditengah jalan, minyak goreng itu tumpah. Ternyata sisa minyak goreng yang tersisa adalah $\frac{1}{3}$ kg. Berapa kg

minyak goreng yang tumpah?

7. Setelah Pak Majid pensiun dari pegawai negeri, Ia membeli satu hektar tanah.

Pada tanah itu, Ia menanam berbagai jenis bunga seluas $\frac{4}{5}$ hektar dan di tanah

yang masih kosong Ia mendirikan pondok pesantren. Berapakah luas tanah tempat pondokan pesantren?

8. Dua karung beras masing-masing beratnya $20\frac{3}{10}$ kg dan $31\frac{3}{4}$ kg. Berapa

kilogram berat kedua karung beras itu seluruhnya?

9. Mula-mula Ati membeli $\frac{3}{4}$ liter minyak goreng. Kemudian, ia membeli lagi 1

$\frac{2}{3}$ liter. Berapa liter jumlah minyak goreng yang dibeli oleh Ati?

10. Tiga buah truk mengangkut kelapa sawit. Truk I memuat $4\frac{2}{3}$ ton, truk II

mengangkut $5\frac{1}{4}$ ton, dan truk III mengangkut $4\frac{5}{8}$ ton. Berapa kuintal kelapa

sawit yang dapat diangkut oleh ketiga truk itu?

11. Pak Sani dan 3 orang temannya harus menyelesaikan panen tomatnya dalam minggu ini, karena minggu depan Ia harus mempersiapkan pesta perkawinan putrinya. Agar panen dapat selesai, tiap-tiap mereka berempat harus dapat

memanen $\frac{3}{5}$ petak tomat. Berapa petak keseluruhan tomat?



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.42 Cairan kimia



Contoh 1.28

Untuk meracik suatu ramuan obat seorang menuang $\frac{1}{2}$ liter cairan X setiap satu jam selama 5 jam. Berapa liter kandungan cairan X dalam ramuan obat tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Permasalahan tersebut bisa ditulis $\frac{1}{2} \times 5$



Gambar 1.43 Perkalian pecahan dalam garis bilangan

Dengan bantuan garis bilangan di atas, didapatkan $\frac{1}{2} \times 5 = 2\frac{1}{2}$ atau $\frac{5}{2}$

Jadi banyak kandungan cairan X dalam ramuan obat tersebut adalah $2\frac{1}{2}$ liter.



Contoh 1.29

Untuk meracik suatu ramuan obat seorang menuang $\frac{2}{3}$ liter cairan X setiap satu jam selama 3 jam. Berapa liter kandungan cairan X dalam ramuan obat tersebut?



Alternatif Penyelesaian



Gambar 1.44 Perkalian pecahan dalam garis bilangan

Dengan bantuan garis bilangan di atas, didapatkan $\frac{2}{3} \times 3 = 2$



Masalah 1.15

Pak Dedi seorang petani sukses di daerahnya. Suatu ketika Pak Dedi sedang panen padi besar-besaran. Sebelum digiling menjadi beras, hasil panen padi harus dijemur hingga kandungan airnya berkurang 30%.

1. Jika rata-rata tiap butir padi terkandung 20% air, tentukan kandungan air yang hilang setelah dijemur.
2. Jika Pak Dedi memiliki 10 ton padi hasil panen, tentukan bobot padi Pak Dedi setelah dijemur.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.45 Petani menjemur padi

Untuk memecahkan masalah di atas kalian harus memahami perkalian bilangan pecahan. Bagaimanakah memahami perkalian bilangan pecahan dengan bilangan pecahan.



Ayo Kita Amati



Contoh 1.30

Seorang apoteker ingin mengambil $\frac{1}{2}$ dari

cairan Y yang ada di dalam botol. Jika banyak

cairan dalam botol adalah $\frac{4}{5}$ bagian.

Tentukan banyak cairan yang diambil oleh

apoteker tersebut.



Sumber: Kemdikbud

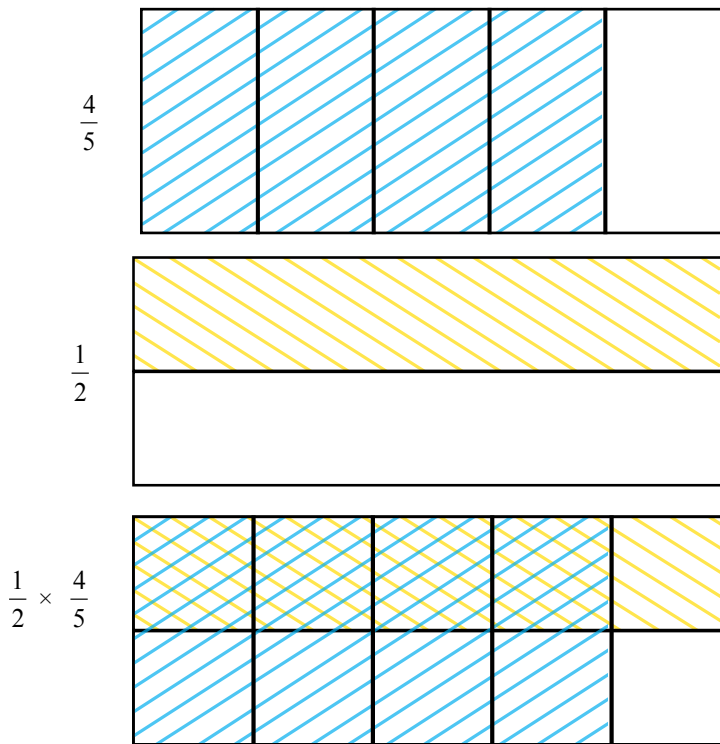
Gambar 1.46 Apoteker



Alternatif Penyelesaian

Bentuk permasalahan tersebut dapat diubah menjadi $\frac{1}{2}$ bagian dari $\frac{4}{5}$ cairan Y dalam botol. Jika dituliskan dalam perkalian $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

Untuk memahami perkalian dua bilangan pecahan agak sulit jika menggunakan garis bilangan. Kita bisa menggunakan pita bilangan untuk mengilustrasikan perkalian dua bilangan pecahan tersebut.



Gambar 1.47 Perkalian menggunakan pita pecahan

Perhatikan daerah yang dikenai arsiran biru dan arsiran kuning. Daerah yang terkena arsiran biru dan kuning ada sebanyak 4 bagian dari 10 bagian yang sama atau $\frac{4}{10}$.

Jadi $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10}$



Buatlah pertanyaan tentang hal yang telah kalian amati pada kegiatan **Ayo Kita Amati**. Sebaiknya pertanyaan yang kalian buat memuat kata “perkalian bilangan pecahan”.



Masalah 1.16

Perkalian suatu bilangan pecahan bermakna bagian dari. Misal pada masalah menjemur padi di atas, kandungan air pada padi adalah 20%, artinya 20% bagian dari padi adalah air.

Lalu, setelah dijemur kadar air hilang 30%. Artinya 30% dari 20% kadar air yang terkandung di dalam padi hilang.

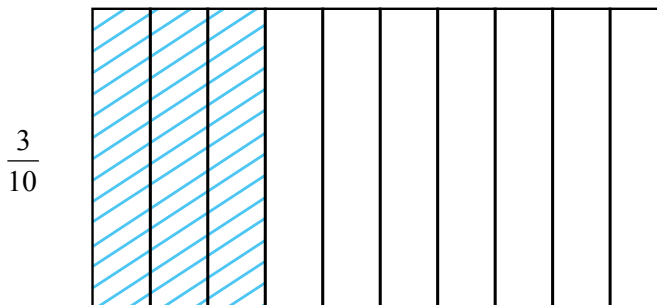
Pada masalah tersebut terdapat dua perkalian

$$1. \quad 1 \times \frac{20}{100} \text{ atau } 1 \times \frac{1}{5}$$

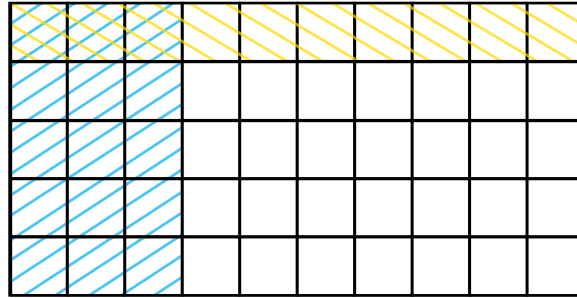
$$1 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$2. \quad \frac{20}{100} \times 30/100 \text{ atau } \frac{1}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{50}$$

Untuk memahami perkalian dua bilangan pecahan perhatikan ilustrasi berikut.



$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{10}$$



Gambar 1.48 Perkalian pecahan

Perhatikan daerah yang dikenai arsiran biru dan arsiran kuning. Daerah yang terkena arsiran biru dan kuning ada sebanyak 3 bagian dari 50 bagian yang sama atau $\frac{3}{50}$.

Jadi $\frac{1}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{50}$

Secara umum, jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan pecahan, maka

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Pembagian Bilangan Pecahan

Pembagian bilangan pecahan oleh bilangan bulat

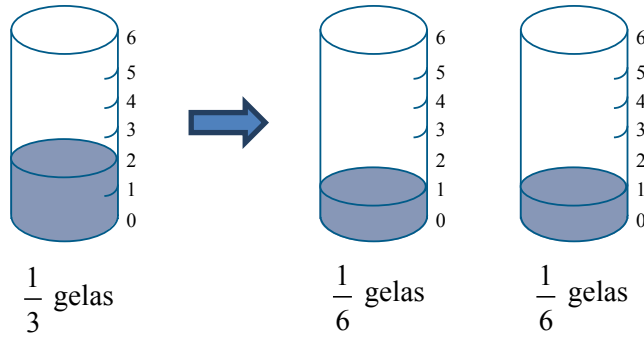
Jika $\frac{a}{b}$ adalah bilangan pecahan, dengan c adalah bilangan bulat maka

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$$



Contoh 1.30

Seorang apoteker mempunyai $\frac{1}{3}$ gelas cairan kimia. Jika cairan tersebut akan dibagi menjadi 2 gelas secara merata, maka masing-masing gelas terisi berapa bagian?



Dari ilustrasi di atas terlihat bahwa masing-masing-masing gelas terisi $\frac{1}{6}$ bagian.
 Sehingga $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$ bagian.

Pembagian bilangan pecahan oleh bilangan pecahan dengan penyebut sama

Misal $\frac{a}{c}$ dan $\frac{b}{c}$ adalah bilangan pecahan, dengan $b \neq 0$ maka

$$\frac{a}{c} \div \frac{b}{c} = \frac{a}{b}$$



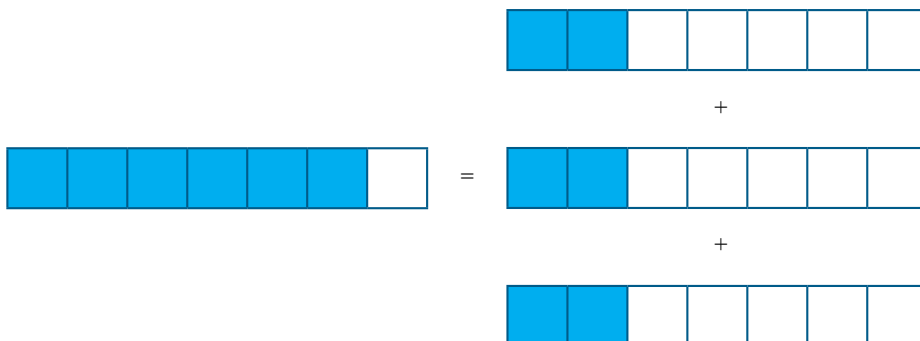
Contoh 1.31

$\frac{6}{7}$ meter kayu papan akan dipotong-potong menjadi $\frac{2}{7}$ meteran. Ada berapa bagian kayu yang dihasilkan?



Alternatif Penyelesaian

Soal tersebut dapat diilustrasikan sebagai berikut



Dari ilustrasi di atas dapat dilihat bahwa $\frac{6}{7}$ meter kayu papan dapat dipotong

menjadi 3 potongan yang panjangnya masing-masing $\frac{2}{7}$ meter. Ditulis $\frac{6}{7} : \frac{2}{7} = \frac{6}{2} = 3$

Pembagian bilangan bulat oleh bilangan pecahan

Untuk membagi bilangan bulat dengan bilangan pecahan, kita dapat mengubah bilangan bulat tersebut menjadi pecahan senilai dengan penyebut sama dengan bilangan pecahan pembagi.

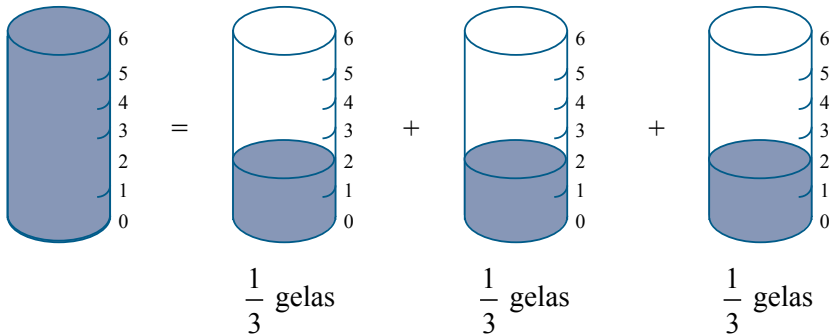
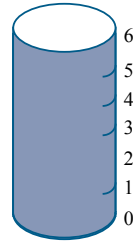
Jika $\frac{a}{b}$ adalah bilangan pecahan, dengan c adalah bilangan bulat, dan $a \neq 0$ maka

$$c \div \frac{a}{b} = \frac{c}{1} \div \frac{a}{b} = \frac{b \times c}{b} \div \frac{a}{b} = \frac{b \times c}{a}$$



Contoh 1.32

Seorang apoteker ingin membagi segelas cairan kimia menjadi $\frac{1}{3}$ an gelas. Ada berapa bagian yang didapatkan?



Dari ilustrasi Contoh 1.32 dapat terlihat bahwa 1 gelas cairan kimia dapat dibagi

menjadi 3 bagian yang berisi $\frac{1}{3}$ an gelas. Dituliskan $1 \div \frac{1}{3} = \frac{3}{3} \div \frac{1}{1} = 3$

Pembagian bilangan pecahan oleh bilangan pecahan dengan penyebut berbeda

Untuk membagi bilangan pecahan dengan bilangan pecahan, kita dapat mengubah kedua bilangan pecahan tersebut menjadi pecahan senilai dengan penyebut sama.

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah bilangan pecahan, dengan $c \neq 0$ maka

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} &= \frac{a \times d}{b \times d} \div \frac{b \times c}{b \times d} \\ &= \frac{a \times d}{b \times c}\end{aligned}$$



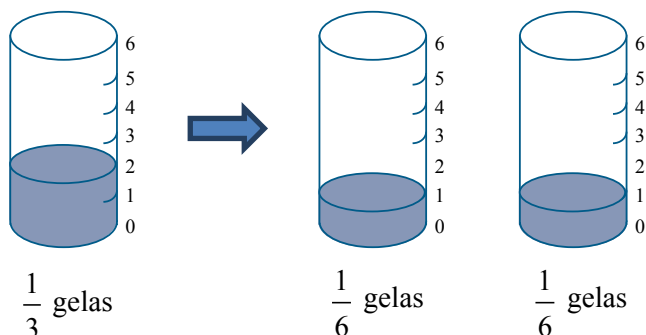
Contoh 1.33

Bagaimana kalau $\frac{1}{3}$ gelas cairan kimia dibagi lagi menjadi bagian-bagian yang terdiri dari $\frac{1}{6}$ an gelas.



Alternatif Penyelesaian

Soal tersebut dapat diilustrasikan sebagai berikut



Dari ilustrasi di atas dapat terlihat bahwa $\frac{1}{3}$ gelas cairan kimia dapat dibagi menjadi

2 bagian yang berisi $\frac{1}{6}$ an gelas. Dituliskan $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1 \times 6}{3 \times 1} = \frac{6}{3} = 2$



Contoh 1.34

Tentukan hasil dari $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$



Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\end{aligned}$$



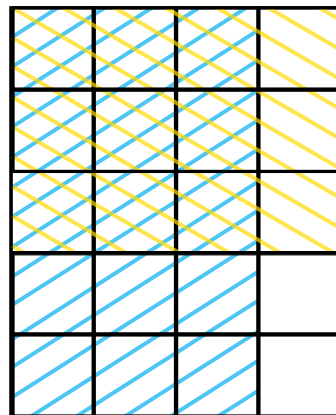
Ayo Kita Menalar

1. Buatlah masalah perkalian yang diilustrasikan oleh gambar berikut.
2. Apakah hasil bagi suatu bilangan selalu menghasilkan bilangan yang lebih kecil? Jelaskan.
3. Sebelum meninggal Pak Imron menuliskan sebuah wasiat. Isi wasiat tersebut adalah pembagian 19 sapi yang dimiliki Pak Imron kepada tiga anaknya. Anak

pertama diwari $\frac{1}{4}$ sapi, anak kedua diwarisi

$\frac{2}{5}$ sapi, dan anak ketiga diwarisi $\frac{3}{10}$

sapi. Pencatat warisan bingung untuk membagi warisan tersebut karena sapi yang tersedia hanya 19 ekor. Seorang kerabat punya ide membagi sebagai berikut.



Alternatif Penyelesaian

Meminjam 1 sapi sehingga sapi yang diwariskan menjadi 20 ekor.

Anak pertama mendapatkan $20 \times \frac{1}{4} = 5$ ekor

Anak kedua mendapatkan $20 \times \frac{2}{5} = 8$ ekor

Anak ketiga mendapatkan $20 \times \frac{3}{10} = 6$ ekor

Sedangkan 1 ekor sisanya dikembali lagi.

Jelaskan mengapa dibutuhkan 1 ekor sapi untuk membantu pembagian tersebut.

4. Jika $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{c}$, $\frac{c}{d}$, dan $\frac{d}{e}$ adalah bilangan pecahan, tentukan hasil dari

a. $\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} \times \frac{d}{e}$

b. $\frac{a}{b} \div \frac{b}{c} \div \frac{c}{d} \div \frac{d}{e}$

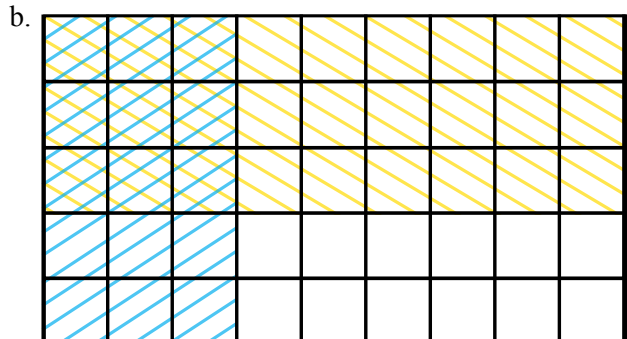
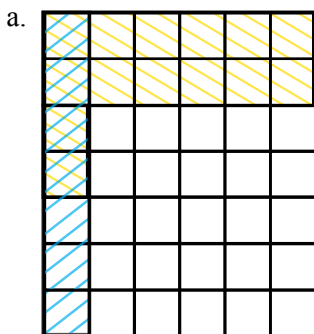


Sajikan jawaban kalian di depan kelas. Tanggapi pertanyaan dari teman kalian. Diskusikan bersama guru kalian, jika ada jawaban teman kalian yang beda. Sajikan juga hasil diskusi pemecahan masalah 1.12.



Latihan 1.7

1. Buatlah masalah perkalian yang diilustrasikan oleh gambar berikut.



2. Nyatakan hasil perkalian bilangan-bilangan berikut dengan pita pecahan

a. $\frac{1}{2} \times 7$

b. $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$

c. $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

d. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$

e. $\left(\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{5}$

3. Tentukan hasil dari pembagian bilangan-bilangan berikut menggunakan pita pecahan

a. $\frac{1}{2} \div 7$

d. $\frac{1}{4} \div \frac{1}{12}$

b. $7 \div \frac{1}{2}$

e. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3}$

c. $\frac{5}{9} \div \frac{7}{9}$

f. $\left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{6}$

4. Tentukan hasil dari pembagian bilangan-bilangan berikut

a. $\frac{2}{3} \div 6$

b. $20 \div \frac{4}{7}$

c. $1\frac{3}{8} \div \frac{5}{8}$

5. Suatu ketika Pak Paijo menjemur jagung hasil panennya agar dapat disimpan dalam waktu lama. Jagung tersebut dijemur selama 2 hari. Setiap hari $\frac{1}{5}$ dari

kadar air berkurang. Jika pada jagung mengandung $\frac{1}{4}$ kadar air. Berapakah kadar air tersisa setelah Pak Paijo menjemur jagung tersebut selama 2 hari.

6. Ibu Nunung memiliki selembar kain sepanjang 1m yang akan dijahit menjadi sapu tangan. Kemudian ia memotong kain tersebut menjadi 6 bagian. Berapa banyak sapu tangan yang dapat dihasilkan oleh Ibu Nunung?
7. Karena tidak mengerjakan tugas, 9 orang siswa diberi hukuman menulis kata “tugas”. Tiap-tiap siswa harus menulis $\frac{2}{3}$ halaman buku. Berapa halaman buku, hasil menulis kata “tugas “ itu?
8. Seorang penjahit menerima $\frac{2}{3}$ m kain putih berbunga-bunga untuk dijadikan sapu tangan. Untuk tiap saputangan memerlukan $\frac{1}{6}$ m. Berapa banyak sapu tangan yang dapat dibuat?
9. Ibu menerima gaji untuk dua bulan sebesar Rp. 3. 000. 000. Untuk biaya sekolah anak-anaknya, Ia harus menggunakan uang sebesar $\frac{4}{5}$ dari gaji satu bulan. Untuk kebutuhan belanja dapur, Ia harus mengeluarkan uang sebesar $1\frac{1}{2}$ dari biaya biaya sekolah. Berapa rupiah untuk keperluan dapur ?
10. Seorang pemain sirkus akan mempertunjukkan berjalan di atas tali yang panjangnya 10 meter. Sekali melangkah, Ia mencapai $\frac{1}{2}$ m. Berapa langkah yang dibutuhkan agar sampai diujung tali?



Kegiatan 1.8

Memahami Bilangan Rasional



Masalah 1.17

Pada pelajaran fisika pokok bahasan pengukuran di laboratorium, guru memberikan tugas kepada 6 orang siswa untuk mengukur berat tepung yang telah tersedia pada masing-masing meja siswa. Hasil pengukuran keenam orang siswa itu adalah: 0,2 gram, 2 gram, 0,55 gram, 10 gram, 2,4 gram, dan 0,007 gram. Kemudian guru menyuruh salah seorang siswa menuliskan hasil pengukuran keenam siswa tersebut ke dalam satu lembar kertas.

- 1) Jika aturan pencatatan adalah hasil pengukuran yang diperoleh siswa dikurangi dengan 1 gram, bantulah siswa tersebut menuliskan hasil pengukuran keenam siswa tersebut!
- 2) Tuliskanlah hasil pengukuran berat tepung tersebut ke dalam bentuk pecahan biasa (bukan pecahan desimal)!



*Ayo
Kita Amati*



Alternatif Pemecahan Masalah

- ✓ Hasil pengukuran berat tepung sebelum masing-masing ukuran di kurang 1 gram adalah sebagai berikut.
 - Hasil pengukuran Siswa 1 adalah 0,2 gram.
 - Hasil pengukuran Siswa 2 adalah 2 gram.
 - Hasil pengukuran Siswa 3 adalah 0,55 gram.
 - Hasil pengukuran Siswa 4 adalah 10 gram.
 - Hasil pengukuran Siswa 5 adalah 2,4 gram.
 - Hasil pengukuran Siswa 6 adalah 0,007 gram.
- ✓ Hasil pengukuran berat tepung setelah masing-masing ukuran di kurang 1 gram sebagai berikut.
 - Siswa 1 = $-0,8$ gram.
 - Siswa 2 = 21 gram.
 - Siswa 3 = $-0,45$ gram.
 - Siswa 4 = 9 gram.
 - Siswa 5 = $1,4$ gram.
 - Siswa 6 = $-0,997$ gram.

✓ Penulisan hasil pengukuran berat tepung tersebut ke dalam bentuk pecahan biasa.

- Siswa 1 = $-\frac{8}{10}$ gram.

- Siswa 2 = $\frac{42}{2}$ gram.

- Siswa 3 = $-\frac{45}{100}$ gram.

- Siswa 4 = $\frac{27}{3}$ gram.

- Siswa 5 = $\frac{14}{10}$ gram.

- Siswa 6 = $-\frac{997}{1.000}$ gram.

- Apakah kalian mampu menuliskan hasil-hasil pengukuran keenam siswa tersebut dengan bilangan-bilangan selain yang telah tertulis di atas? Silahkah mencoba!

Seluruh bilangan-bilangan yang tertulis pada alternatif pemecahan masalah di atas merupakan bilangan rasional.



**Ayo Kita
Menanya**

Buatlah pertanyaan yang memuat kata “bilangan rasional”.



**Ayo Kita
Menggali Informasi**

Bilangan rasional adalah suatu bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, a , dan b bilangan bulat dan $b \neq 0$

Perhatikan definisi di atas, untuk a dan b bilangan bulat serta $b \neq 0$, bilangan apa yang

dihasilkan $\frac{a}{b}$ jika:

$a = 0$?

$a = b$?

$a > b$, a dan b memiliki faktor prima?

$a < b$, a dan b memiliki faktor prima?

$a > b$, a faktor dari b ?

$a < b$, a kelipatan dari b ?

(1) Jika $a = 0$

Jika $a = 0$ (tentu $b \neq 0$) maka $\frac{a}{b} \rightarrow$

$$\frac{0}{1} = 0; \frac{0}{s} = 0; \frac{0}{20} = 0; \frac{0}{2.013} = 0; \frac{0}{-2} = 0; \frac{0}{-100} = 0$$

Maka $\frac{a}{b}$ selalu menghasilkan bilangan 0

(2) $a = b$

Silahkan coba sendiri, kemudian buatlah suatu kesimpulan

(3) $a < b$, a , dan b memiliki faktor prima

♦ $\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{7}{11}$

♦ Maka $\frac{a}{b}$ selalu menghasilkan bilangan pecahan

(4) $a > b$, a , dan b memiliki faktor prima

Silahkan coba sendiri, kemudian buatlah suatu kesimpulan

(5) $a > b$, a kelipatan dari b

♦ $\frac{4}{2} = 2; \frac{99}{3} = 33; \frac{10}{2} = 5$

♦ Maka $\frac{a}{b}$ selalu menghasilkan bilangan bulat

(6) $a < b$, a kelipatan dari b ?

♦ Silahkan coba sendiri dan berikan kesimpulanmu



Contoh 1.35

Diberikan 2 buah bilangan rasional yaitu $\frac{3}{-4}$ dan $\frac{-3}{4}$. Apakah kedua bilangan itu sama? Buktikanlah!



Alternatif Penyelesaian

Akan dibuktikan $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$.

Bukti:

Ingat kembali bahwa jika suatu bilangan dikali dengan 1 maka hasil perkaliannya adalah bilangan itu sendiri. Dapatkah kamu memberi contoh? Silahkan mencoba.

Jika 1 dikali dengan bilangan rasional $\frac{3}{-4}$ maka hasil perkaliannya adalah $\frac{-3}{4}$.

$$\diamond \quad \frac{3}{-4} \times \frac{-1}{-1} = \frac{3 \times -1}{-4 \times -1} = \frac{-3}{4} \quad (\text{ingat bahwa } \frac{-1}{-1} = 1)$$



Contoh 1.36

Perhatikan penjumlahan bilangan rasional berikut.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

“+...” “ bermakna menjumlahkan terus dengan pola tertentu hingga tak hingga kali. Dapatkah kalian menaksir hasil penjumlahan dari bilangan-bilangan tersebut?



Alternatif Penyelesaian

Pertama, kita misalkan jumlah bilangan pecahan tersebut adalah x , kemudian kita tentukan pola penjumlahannya sebagai berikut:

$$X = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Dengan memakai sifat distributif perkalian pada pecahan terhadap operasi penjumlahan diperoleh

$$X = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right)$$

Perhatikan bahwa pola pertama berulang kembali

$$X = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots}_X \right)$$

$$X = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}X \quad (\text{tambahkan } -\frac{1}{2}X \text{ di kedua ruas})$$

$$\frac{1}{2}X = \frac{1}{2} \quad (\text{Kalikan } 2 \text{ di kedua ruas})$$

$$X = 1$$

$$\text{Maka diperoleh: } X = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$$

Kita telah membahas bilangan-bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Namun banyak bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Seperti bilangan $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$, dan sebagainya. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan bilangan irasional.



Ayo Kita Bernalar

- Apakah bilangan bulat negatif merupakan bilangan rasional?
- Apakah bilangan rasional merupakan bilangan pecahan?
- Apakah bilangan pecahan pasti merupakan bilangan rasional?

- Buktikanlah bahwa $\frac{-43}{2.013}$ sama dengan $\frac{43}{-2.013}$!



Latihan 1.8

- Ubahlah bilangan-bilangan berikut ke dalam bentuk $\frac{a}{b}$, a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$.
 - 0, 25
 - 3, 50
 - 0, 75
 - 5, 2
 - 0, 47
- Buktikanlah $\sqrt{7}$ bukan bilangan rasional!
- Misal a bilangan bulat. Buktikan jika a genap maka a^2 genap!
- Tentukan nilai $p = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$
- Tentukan nilai $y = x + 13 + x + 23 + x + 33 + \dots + x + 1.003$!
- Bilangan $23a23b$ habis dibagi 8 dan 9. Tentukan nilai dari $a + b$
- Jika $0,201020102010\dots = \frac{x}{y}$, dengan x, y bilangan asli, maka nilai terkecil dari $x + y$ adalah...
- Buktikan bahwa $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \dots, \frac{2007}{2008} < \frac{1}{\sqrt{2009}}$

Tahukah kamu?

Pecahan Mesir Kuno

Bilangan pecahan pertama kali ditemukan oleh bangsa mesir kuno. Pecahan yang ditemukan oleh bangsa mesir kuno berbeda dengan bilangan pecahan yang kita gunakan saat ini. Pecahan Mesir (Egyptian Fraction) adalah penjumlahan dari beberapa pecahan yang berbeda di mana setiap pecahan tersebut memiliki pembilang 1 dan penyebut berupa bilangan bulat positif yang berbeda satu sama lain (yang disebut sebagai pecahan satuan atau unit fraction). Penjumlahan ini menghasilkan suatu bilangan pecahan $\frac{a}{b}$, di mana $0 < \frac{a}{b} < 1$. Penjumlahan pecahan

semacam ini berperan penting dalam matematika Mesir Kuno, karena notasi dalam matematika Mesir kuno hanya mengenal pecahan berpembilang 1 dengan

perkecualian $\frac{2}{3}$.

Contoh:

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{13}{15} = \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$$



Simbol pecahan $\frac{2}{3}$ Mesir Kuno



Kegiatan 1.9

Memahami Pola Bilangan



**Ayo
Kita Amati**

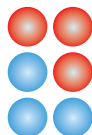


Contoh 1.38

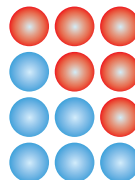
Amati pola berikut



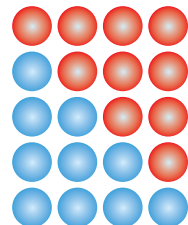
Pola ke-1



Pola ke-2



Pola ke-3



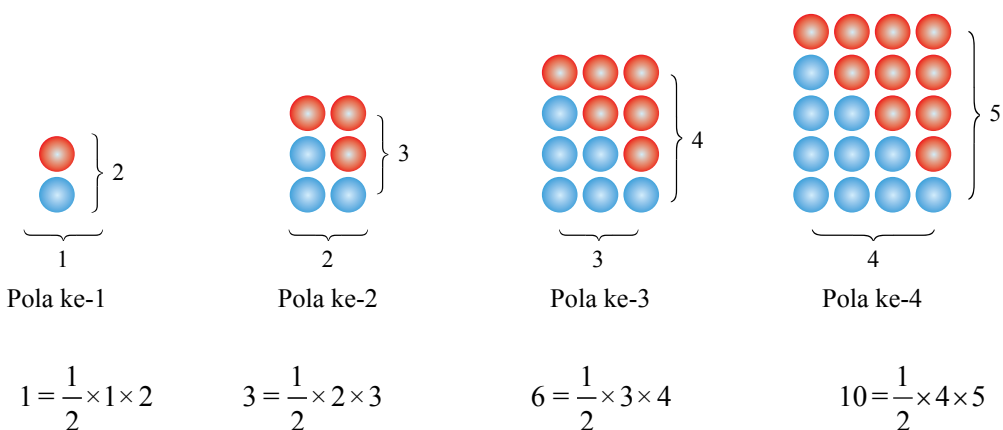
Pola ke-4

Jika susunan bola diteruskan dengan pola ke- n , dengan n adalah suatu bilangan bulat positif, tentukan:

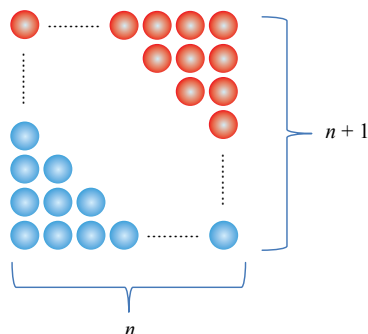
- Banyak bola berwarna biru pada pola ke- n (U_n)
- Banyak bola berwarna biru pada pola ke-10 (U_{10})
- Banyak bola berwarna biru pada pola ke-1.000 ($U_{1.000}$)



Untuk melihat banyak bola pada susunan ke-9 mari amati ilustrasi berikut. perhatikan banyaknya lingkaran yang berwarna biru adalah sesetengah bagian dari bola yang disusun menjadi persegi panjang.



Dengan memperhatikan pola di atas kita bisa membuat pola ke- n adalah



Pola ke- n

$$U_n = \frac{1}{2} \times n \times (n+1)$$

Pola di samping dinamakan pola bilangan segitiga.

Dengan menggunakan rumus pola yang sudah ditemukan di atas, kita dapat menentukan

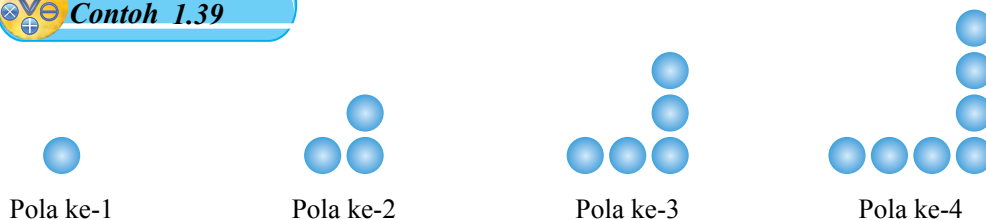
$$\text{b. Pola ke-10}(U_{10}) = \frac{1}{2} \times 10 \times (11)$$

$$= 55$$

$$\text{c. Pola ke-1.000}(U_{1.000}) = \frac{1}{2} \times 1.000 \times (1.001)$$

$$= 500.500$$

Contoh 1.39



Dengan memperhatikan pola susunan bola di atas, tentukan:

- Banyak bola pada pola ke- n (U_n)
- Jumlah bola hingga pola ke- n (S_n)

Alternatif Penyelesaian

- Pola ke-1 $1 = 2 \times 1 - 1$

Pola ke-2 $3 = 2 \times 2 - 1$

Pola ke-3 $5 = 2 \times 3 - 1$

Pola ke-4 $7 = 2 \times 4 - 1$

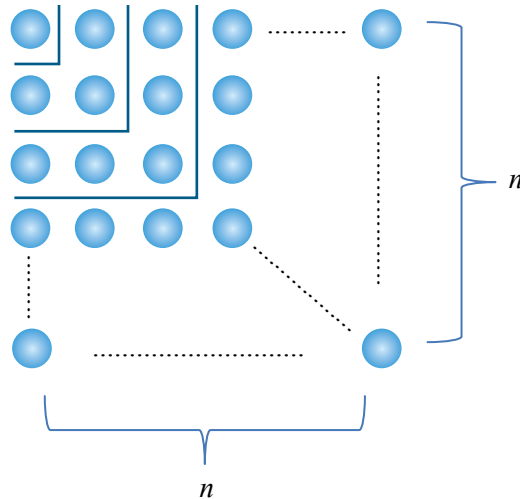
Dengan memperhatikan pola tersebut, kita bisa simpulkan bahwa

$$\text{Pola ke-}n \quad U_n = 2 \times n - 1$$

Pola di atas disebut pola bilangan ganjil

- Perhatikan pola bola-bola yang dijumlahkan pada pola bilangan ganjil.

Bola-bola yang dijumlahkan tersebut dapat disusun ulang menjadi bentuk persegi sebagai berikut.



Pola susunan bilangan yang membentuk persegi tersebut dinamakan pola bilangan persegi.

Dengan memperhatikan susunan bola tersebut dapat kita simpulkan bahwa penjumlahan hingga pola ke- n adalah

$$S_n = n^2$$

Dengan kata lain

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2 \times n - 1) = n^2$$

Contoh 1.40

Tentukan hasil penjumlahan pola bilangan persegi hingga pola ke- n .

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = ?$$

Sebelum menentukan jumlah pola bilangan persegi hingga pola ke- n , kita akan melihat empat pola awal dari penjumlahan pola bilangan persegi. S_n bermakna jumlah hingga pola ke- n , dengan n adalah suatu bilangan bulat positif.

$$1 = 1^2$$



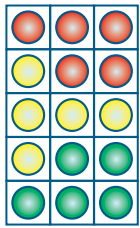
$$3 = 2 \times 1 + 1$$

$$3 \times 1 = 1 \times 3$$

$$3 \times S_1 = (1) \times (2 \times 1 + 1)$$

$$3 \times S_1 = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) \times (2 \times 1 + 1)$$

$$5 = 1^2 + 2^2$$



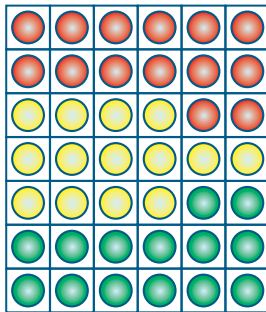
$$3 \times 5 = 5 \times 3$$

$$5 = 2 \times 2 + 1 \quad 3 \times S_2 = (1 + 2) \times (2 \times 2 \times 1)$$

$$3 \times S_2 = (3) \times (2 \times 2 + 1)$$

$$3 \times S_2 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right) \times (2 \times 1 + 1)$$

$$14 = 1^2 + 2^2 + 3^2$$



$$7 = 2 \times 3 + 1$$

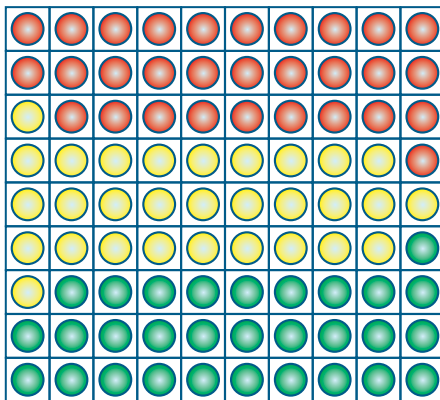
$$3 \times 14 = 6 \times 7$$

$$3 \times S_3 = (1 + 2 + 3) \times (2 \times 3 \times 1)$$

$$3 \times S_3 = (6) \times (2 \times 3 + 1)$$

$$3 \times S_3 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) \times (2 \times 3 + 1)$$

$$6 = 1 + 2 + 3$$



$$9 = 2 \times 4 + 1$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

$$3 \times 30 = 10 \times 9$$

$$3 \times S_4 = (1 + 2 + 3 + 4) \times (2 \times 4 \times 1)$$

$$3 \times S_4 = (10) \times (2 \times 4 + 1)$$

$$3 \times S_4 = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5 \right) \times (2 \times 4 + 1)$$



**Ayo
Kita Amati**

Mari amati keempat pola yang sudah ditemukan

$$3 \times S_1 = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right) \times (2 \times 1 + 1)$$

$$3 \times S_2 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right) \times (2 \times 1 + 1)$$

$$3 \times S_3 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) \times (2 \times 3 + 1)$$

$$3 \times S_4 = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5 \right) \times (2 \times 4 + 1)$$

Dari empat pola di atas, kita bisa menggeneralisasi sebagai berikut

$$3 \times S_n = \left(\frac{1}{2} \times n \times (n+1) \right) \times (2 \times n + 1)$$

$$3 \times S_n = \frac{1}{2} \times n \times (n+1) \times (2 \times n + 1)$$

$$S_n = \frac{1}{6} \times n \times (n+1) \times (2 \times n + 1)$$

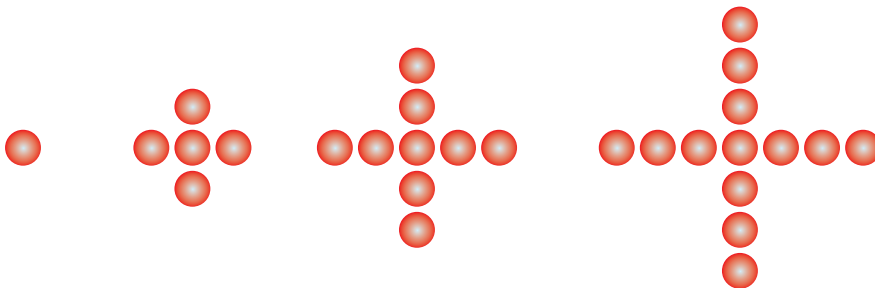
Jadi dapat kita simpulkan

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} \times n \times (n+1) \times (2 \times n + 1)$$



**Ayo Kita
Bernalar**

1. Perhatikan pola berikut



Tentukan banyak bola pada pola ke- n , untuk n bilangan bulat positif.

-
- The image displays four stages of a growing diamond shape, each composed of red spheres. The first stage is a single sphere. The second stage is a diamond with 5 spheres (1 in the center, 4 around it). The third stage is a diamond with 13 spheres (1 in the center, 4 in the first ring, 8 in the second ring). The fourth stage is a diamond with 25 spheres (1 in the center, 4 in the first ring, 8 in the second ring, 12 in the third ring).

3. Perhatikan susunan bilangan berikut. Susunan bilangan berikut dinamakan pola bilangan pascal, karena ditemukan oleh Blaise Pascal. Bilangan di baris ke-2 adalah hasil penjumlahan dari dua bilangan pada baris ke-1. Tentukan jumlah bilangan pada baris ke- n pada pola bilangan pascal berikut.

			1							
			1		1					Baris ke-1
		1		2		1				Baris ke-2
	1		3		3		1			Baris ke-3
	1	4		6		4		1		Baris ke-4
1		5		10		10		5		Baris ke-5

- | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

- Jumlah bilangan pada pola ke- n .
- Jumlah bilangan hingga pola ke- n .

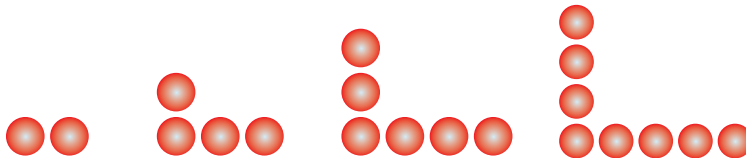


Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian.

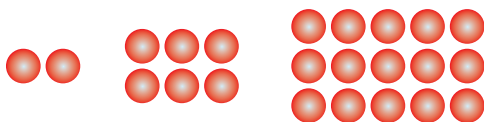


Latihan 1.9

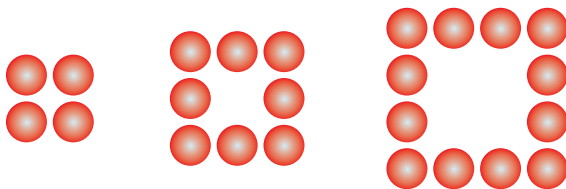
1. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-100 pada pola berikut.



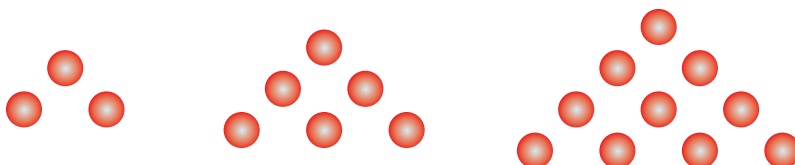
2. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-10, 100, n pada pola berikut, untuk sebarang n bilangan bulat positif.



3. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-10, 100, n pada pola berikut, untuk sebarang n bilangan bulat positif.



4. Tentukan banyak lingkaran pada pola ke-10, 100, n pada pola berikut, untuk sebarang n bilangan bulat positif..



5. Perhatikan pola bilangan berikut.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$$

- Nyatakan ilustrasi dari pola tersebut
 - Tentukan pola ke- n , untuk sebarang n bilangan bulat positif.
6. Dengan memperhatikan bola-bola yang dibatasi garis merah, tentukan
- Banyak bola pada pola ke-100
 - Jumlah bola hingga pola ke -100
7. Masing-masing segitiga berikut terbentuk dari 3 stik. Dengan memperhatikan pola berikut, tentukan banyak stik pada pola ke-10, 100, dan ke- n , untuk sebarang n bilangan bulat positif.



8. Dengan memperhatikan pola berikut, tentukan:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + (\text{pola ke-}n)$$

- Tiga pola berikutnya
- Pola bilangan ke- n . Untuk sebarang n bilangan bulat positif
- Jumlah hingga bilangan ke- n . Untuk sebarang n bilangan bulat positif



Tugas Projek

1

Lakukan permainan berikut bersama dengan teman sebangku kalian. Aturan permainannya sebagai berikut

1. Dua siswa secara bergantian menyebutkan bilangan antara 1 sampai 6.
2. Bilangan yang disebutkan tersebut dijumlahkan terus hingga mendapatkan hasil 30.
3. Pemain yang mencapai hasil 30 lebih dulu dikatakan sebagai pemenang permainan tersebut.

Carilah trik agar selalu menang saat memainkan permainan ini. Jelaskan dalam bentuk laporan tertulis.



Merangkum

1

Setelah mengikuti rangkaian kegiatan 1 hingga 3, mari membuat rangkuman materi yang telah kalian dapatkan. Untuk membantu kalian membuat rangkuman, jawablah pertanyaan berikut.

1. Jika diketahui bilangan bulat a dan b , bagaimana kalian membandingkan bilangan tersebut? (yang lebih besar dan yang lebih kecil)
2. Di antara operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, manakah yang hasil operasinya tertutup (menghasilkan bilangan bulat juga)? Jelaskan.
3. Sebutkan ciri-ciri bilangan bulat a yang merupakan Kelipatan Persekutuan Terkecil dari dua bilangan bulat atau lebih.
4. Sebutkan ciri-ciri bilangan bulat a yang merupakan Faktor Persekutuan Terbesar dari dua bilangan bulat atau lebih.
5. Jika diketahui bilangan bulat a , b , c , dan d , dengan a , b , c , dan $d \neq 0$, Bagaimana cara kalian menentukan hasil dari:

a. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

b. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$

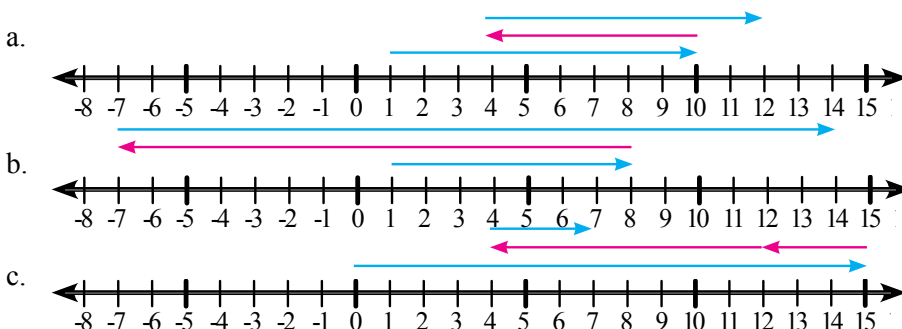
c. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

d. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$

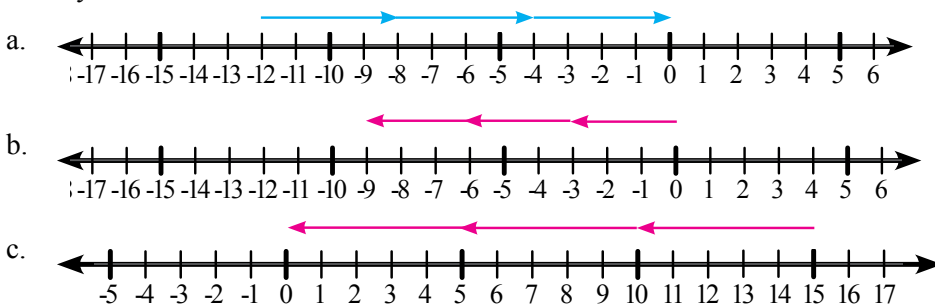
6. Apakah yang dimaksud bilangan rasional?



1. Tentukan operasi berikut menggunakan garis bilangan dan tentukan hasilnya
 - a. $-9 + 6 - 5$
 - b. $12 - 10 - 4$
 - c. $-9 + 8 - 7 + 6$
2. Tentukan operasi berikut menggunakan garis bilangan dan tentukan hasilnya
 - a. $(-7) \times 9$
 - b. $6 \times (-7)$
 - c. $(-3) \times (-9)$
3. Nyatakan operasi yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut dan tentukan hasilnya.



4. Nyatakan operasi yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut dan tentukan hasilnya.



5. Tentukan hasil dari
 - a. $15 + (5 \times (-6))$
 - b. $12 \times (-7) + (-16) \div (-2)$
 - c. $-15 \div (-3) - 7 \times (-4)$
6. Tentukan hasil dari (tanpa menghitung satu persatu)
 - a. $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 100$
 - b. $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - \dots + 100$
 - c. $-100 - 99 - 98 - \dots - 2 - 1 - 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99$

7. Pak Amin mempunyai 20 ekor ayam, 16 ekor itik, dan 12 ekor angsa. Pak Amin akan memasukkan ternak ini ke dalam beberapa kandang dengan jumlah masing-masing ternak dalam tiap kandang sama. Berapa kandang yang harus dibuat Pak Amin?
8. Bu guru mempunyai 18 kue, 24 kerupuk dan 30 permen. Makanan itu akan dibagikan kepada sejumlah anak dengan jumlah yang sama untuk masing-masing makanan yang diterima tiap anak. Berapa maksimal anak yang dapat menerima ketiga jenis makanan itu?
9. Toko buah “Harum Manis” menerima 3 peti buah. Peti pertama berisi 144 buah apel, 84 buah mangga, dan 72 buah jeruk. Buah itu akan disusun di dalam lemari buah besar. Banyak buah dalam tiap susunan harus sama.
- Berapa banyak susunan buah yang bisa masuk ke dalam lemari buah?
 - Berapa banyak buah dari ketiga jenis buah pada setiap susunan?
10. Ediaman akan memagari kebun bunganya. Untuk itu, ia memerlukan tiang-tiang yang tingginya $1\frac{1}{2}$ m. Berapa banyak tiang yang bisa dibuat dari sebatang besi yang panjangnya 12 m?
11. Pada akhir hidupnya, Pak Usman meninggalkan warisan harta emas batangan seberat $2\frac{2}{5}$ kg. Pak usman memiliki 3 orang anak, akan membagi warisan tersebut dengan bagian yang sama. Berapa gram emas yang diperoleh masing-masing anak?
12. Seorang tukang ingin memasang plafon rumah dengan bahan triplek. Ukuran luas satu triplek adalah 5 m^2 . Triplek besar dipotong-potong pengganti asbes berbentuk persegi dengan panjang sisi $\frac{1}{2}$ m. Berapa banyak asbes yang dapat dibuat dari satu triplek besar?
13. Untuk memperingati hari kemerdekaan 17 Agustus, diadakan pertandingan lompat jauh bagi anak-anak umur 12 tahun ke bawah. Dari hasil pertandingan diperoleh juara I mampu melompat sejauh $1\frac{1}{3}$ m dan juara II hanya mampu mencapai jarak $\frac{3}{4}$ dari lompatan juara I. Berapa meter hasil lompatan juara II ?
14. Santi mempunyai 2 roti. Tiga perempat bagian dari dua roti itu di beri kepada adiknya. Berapa bagian sisa roti pada Santi?
15. Terdapat enam buah gelas akan diisi air sampai penuh. Ternyata setiap gelas hanya dapat memuat $\frac{1}{10}$ liter air. Berapa liter air yang dibutuhkan untuk mengisi keenam gelas tersebut?

16. Seorang penjahit menerima 7 m kain bakal untuk dijadikan tiga buah celana. Tiap celana berukuran sama. Berapa meter kain yang dibutuhkan untuk satu kain celana ?
17. Bu Vera memiliki 5 potong roti. Roti tersebut akan dibagikan pada 3 orang anaknya dan tiap anak mendapat bagian yang sama. Berapa potong yang diperoleh tiap anak ?
18. Robi mempunyai 27 kelereng. Sebanyak $\frac{5}{9}$ dari kelereng itu diberikan kepada Rudi. Berapa banyak kelereng yang diberikan kepada Rudi? Berapa sisa kelereng Robi?
19. Dalam lomba tolak peluru, Andi melempar sejauh $(10 \times \frac{1}{3})$ m, sedangkan Budi melempar sejauh $(10 \times \frac{2}{5})$ m. Siapakah antara kedua anak itu yang melempar lebih jauh? Jelaskan.
20. Mana yang lebih banyak $\frac{3}{4}$ dari 5 ton atau $\frac{5}{6}$ dari 5 ton? Jelaskan.
21. Hasil panen gandum Bu Broto adalah 15 ton per tahun. Bersamaan dengan musim panen, Bu Broto harus membayar uang kuliah anaknya. Untuk Bu Broto harus menjual $\frac{2}{3}$ dari gandum miliknya. Berapa ton sisa gandum Bu Broto?
22. Bu guru mempunyai 18 kue, 24 kerupuk dan 30 permen. Makanan itu akan dibagikan kepada sejumlah anak dengan jumlah yang sama untuk masing-masing makanan yang diterima tiap anak. Berapa maksimal anak yang dapat menerima ketiga jenis makanan itu?
23. Pada suatu hari Domu, Beny, dan Mangara bersamaan memotong rambutnya pada seorang tukang cukur. Domu memotong rambutnya setiap 20 hari di tempat itu. Beni mencukur rambutnya setiap 25 hari di tempat itu pula. Sedangkan Mangara mencukur rambutnya setiap 30 hari. Setiap berapa bulan mereka bersamaan potong rambut pada tukang cukur itu?.
24. Agung melakukan perjalanan mudik dari kota Semarang ke kota Yogyakarta. Di perjalanan pengendara tersebut mengisi bensin tiga kali, yaitu $\frac{8}{5}$ liter, $\frac{7}{5}$ liter, dan $\frac{12}{5}$ liter. Berapa liter bensin yang telah diisi oleh pengendara tersebut selama perjalanan mudik?
25. Seorang penggali sumur setiap $2\frac{1}{2}$ jam dapat menggali sedalam $2\frac{2}{3}$ m. Berapa dalam sumur tergal, jika penggali bekerja $\frac{1}{2}$ jam ?
26. Seorang Ibu hamil membeli 2 meter kain katun untuk dijadikan pakaian bayi. Satu pakaian bayi membutuhkan $\frac{1}{4}$ m kain katun. Berapa banyak pakaian bayi yang dapat dibuat?



Bab 2

Himpunan



Kata Kunci

- Himpunan bagian
- Komplemen himpunan
- Operasi himpunan

PEMBAGIAN GROUP
PIALA DUNIA 2014

GROUP A	GROUP B	GROUP C	GROUP D
Brazil	Spanyol	Kolombia	Uruguay
Kroasia	Belanda	Yunani	Kosta Rika
Meksiko	Chili	Pantai Gading	Inggris
Kamerun	Australia	Jepang	Italia
GROUP E	GROUP F	GROUP G	GROUP H
Swiss	Argentina	Jerman	Belgia
Ekuador	Bosnia	Portugal	Aljazair
Prancis	Iran	Ghana	Rusia
Honduras	Nigeria	Amerika S	Korea Selatan

sumber: nur-akhwan.blogspot.com



Kompetensi Dasar

Memahami pengertian himpunan, himpunan bagian, komplemen himpunan, operasi himpunan dan menunjukkan contoh dan bukan contoh

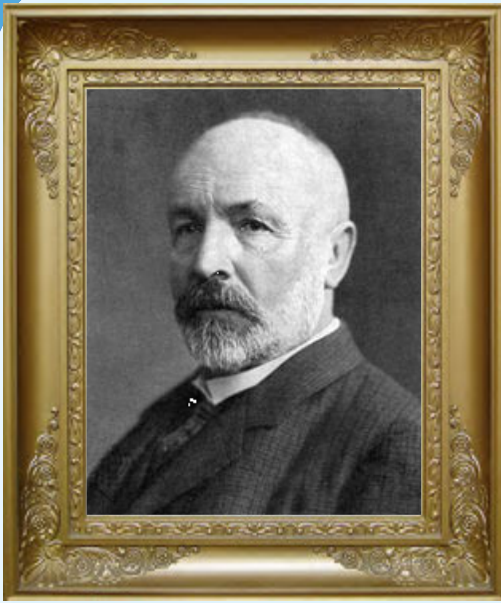


Pengalaman Belajar

1. Menyatakan masalah sehari-hari dalam bentuk himpunan dan mendaftarkan anggotanya.
2. Menyebutkan anggota dan bukan anggota himpunan.
3. Mengetahui macam-macam himpunan.
4. Memahami relasi himpunan dan operasi himpunan.

Kalau kalian memperhatikan negara-negara yang lolos menjadi peserta dalam Piala Dunia di Brazil tahun 2014, maka mereka memiliki klasifikasi keanggotaan. Ada negara-negara yang dikelompokkan sebagai negara unggulan, ada negara-negara yang dikelompokkan karena berasal dari zona yang sama, ada negara-negara yang dikelompokkan berdasarkan peringkat FIFA dan lain-lain. Dari pengklasifikasian itu, munculah himpunan negara-negara peserta Piala Dunia 2014. Ada kumpulan grup A, B, C, dan seterusnya.





**Georg Cantor
(1845 -1918 M)**

Georg Cantor (1845 -1918) adalah ahli matematika Jerman, penemu teori himpunan, penemu konsep bilangan lewat terhingga (*transfinit*), doktor, guru besar, dan pengarang. Ia lahir di St Petersburg sekarang Leningrad Rusia, pada tanggal 3 Maret 1845 dan meninggal di Halle, Jerman, pada tanggal 6 Januari 1918 pada umur 73 tahun karena sakit jiwa, sebab teorinya ditentang para ahli matematika sezamannya.

Pada umur 22 tahun ia mendapat gelar doktor. Tesisnya berjudul "*Dalam matematika, bertanya lebih berharga dari memecahkan soal*". Kemudian ia bekerja di Universitas Halle sampai akhir hidupnya. Mula-mula ia hanya digaji sebagai dosen tak tetap.

Pada umur 27 tahun ia diangkat jadi guru besar pembantu. Baru pada umur 34 tahun ia diangkat jadi guru besar tetap. Cantor menikah pada umur 29 tahun di Interlaken, Swiss, dengan Valley Guttman. Meskipun gajinya kecil, ia dapat membangun rumah untuk istri karena mendapat warisan dari ayahnya.

Pada tahun 1873 pada umur 28 tahun, Cantor mengumumkan teorinya. Selama 10 tahun ia terus-menerus menyebarluaskan teorinya dalam tulisan- tulisannya. *Teori himpunan dan Konsep Bilangan Transfinit*-nya menggemparkan dunia matematika. Tapi penemuannya itu tidak menguntungkan Cantor. Ia mendapat tantangan hebat dari ahli-ahli matematika pada waktu itu, terutama dari gurunya, ialah Kronecker. Akan tetapi penemuan beliau sampai sekarang hampir seluruh orang di dunia menerima *Teori Himpunan*.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik sebagai berikut:

1. Barang siapa yang bersungguh-sungguh untuk mencapai apa yang diinginkan, maka ia akan mendapatkan apa yang diinginkan.
2. Salah satu ciri orang yang cerdas dan kreatif adalah selalu mempertanyakan segala sesuatu yang ada disekitarnya. Misalnya, mengapa ada kelompok-kelompok hewan? Mengapa ada kelompok tumbuhan? Mengapa ada pembagian wilayah waktu? Mengapa ada ikan yang hidupnya di laut dan di air tawar ? Mengapa ada pengelompokan kelas di sekolah? Dan lain-lain.
3. Kita harus selalu bersyukur atas semua nikmat apapun yang diberikan Allah kepada kita. Nikmat hidup, nikmat dapat melihat, nikmat dapat mendengar, nikmat rezki, dan masih banyak lagi yang lainnya.
4. Hidup didunia ini memang untuk memecahkan masalah dan hambatan. Setiap manusia pastilah mempunyai masalah yang membuat hidupnya kadangkala senang dan kadangkala susah. Jika Seseorang mampu melewati dan memecahkan masalah dan hambatan yang dihadapinya dengan baik dan sabar, maka ia termasuk orang yang mensyukuri nikmat Allah.



Kegiatan 2.1

Memahami Konsep Himpunan dan Diagram Venn

a. Konsep Himpunan

Di dalam kehidupan sehari-hari, kata himpunan ini dipadankan dengan kumpulan, kelompok, grup, gerombolan. Dalam biologi misalnya kita mengenal kelompok flora dan kelompok fauna. Di dalamnya, masih ada lagi kelompok vertebrata, kelompok invertebrata kelompok dikotil, dan monokotil. Dalam kehidupan sehari-hari, kalian juga mengenal suku Jawa, suku Madura, suku Sasak, suku Dayak, suku Batak dan lain-lain. Semua itu merupakan kelompok. Istilah kelompok, kumpulan, kelas, maupun gerombolan dalam matematika dikenal dengan istilah himpunan.

Kalau kalian memperhatikan negara-negara yang lolos dalam Piala Dunia sepak bola di Brasil tahun 2014, maka mereka memiliki klasifikasi keanggotaan. Ada negara-negara yang dikelompokkan sebagai kumpulan negara dengan peringkat atas, ada negara-negara yang dikelompokkan karena berasal dari zona yang sama, dan lain-lain. Dari pengklasifikasian itu, munculah himpunan negara-negara peserta Piala Dunia 2014.



Perhatikan pengelompokan negara-negara yang menjadi peserta Piala Dunia sepak bola tahun 2014 di Brazil yang disajikan dalam Gambar 2.1 berikut.

PEMBAGIAN GROUP PIALA DUNIA 2014			
GROUP A	GROUP B	GROUP C	GROUP D
Brazil	Spanyol	Kolombia	Uruguay
Kroasia	Belanda	Yunani	Kosta Rika
Meksiko	Chili	Pantai Gading	Inggris
Kamerun	Australia	Jepang	Italia
GROUP E	GROUP F	GROUP G	GROUP H
Swiss	Argentina	Jerman	Belgia
Ekuador	Bosnia	Portugal	Aljazair
Prancis	Iran	Ghana	Rusia
Honduras	Nigeria	Amerika S	Korea Selatan

sumber: nur-akhwan.blogspot.com

Gambar 2.1 Negara-negara peserta Piala Dunia di Brazil tahun 2014

Berdasarkan Gambar 2.1 di atas, kita temukan hal-hal berikut.

1. Himpunan negara yang tergabung di grup A adalah: Brazil, Kroasia, Meksiko, Kamerun.
2. Himpunan negara yang tergabung di grup E adalah: Swiss, Ekuador, Prancis, Honduras.
3. Seluruh peserta dikelompokkan menjadi 8 grup, yaitu: grup A , grup B , grup C , grup D , grup E , grup F , grup G , grup H .
4. Australia berada di grup B
5. Brazil dan Kamerun sama-sama berada di grup G .
6. Setiap grup anggotanya adalah 4 negara.

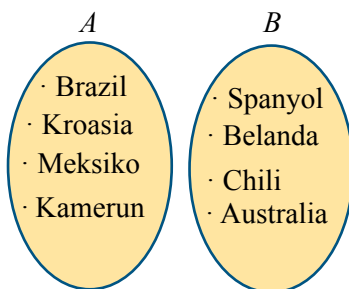


Ayo Kita Menanya

Kalian tadi sudah mendapatkan fakta-fakta hasil pengamatan secara langsung, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan fakta-fakta peserta Piala Dunia 2014 tersebut. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi



Untuk memperjelas konsep tentang himpunan, pada Gambar 2.1 dapat kita jadikan contoh himpunan dan kita temukan beberapa sebagai berikut.

Gambar 2.2 Himpunan A dan Himpunan B

1. Gambar 2.2 di samping adalah contoh 2 himpunan A dan himpunan B
2. Himpunan dinotasikan dengan huruf kapital: $A, B, C, \dots$
3. Himpunan A dan B dapat ditulis: $A = \{ \text{Brazil, Kroasia, Meksiko, Kamerun} \}$ dan $B = \{ \text{Spanyol, Belanda, Chili, Australia} \}$
4. Himpunan A memuat Brazil maka dikatakan bahwa Brazil adalah anggota himpunan A atau sering disebut Brazil adalah elemen himpunan A , dilambangkan dengan $\text{Brazil} \in A$.

5. Himpunan B memuat Spanyol maka dikatakan Spanyol adalah anggota himpunan B atau sering disebut Spanyol adalah elemen himpunan B dilambangkan dengan $\text{Spanyol} \in B$.
6. Himpunan A tidak memuat Australia maka disebut “Australia bukan anggota himpunan A ” atau “Australia bukan elemen himpunan A ” yang disimbolkan dengan $\text{Australia} \notin A$.
7. Himpunan B tidak memuat Inggris maka dikatakan “Inggris bukan anggota himpunan B ” atau “Inggris bukan elemen himpunan B ” yang disimbolkan dengan $\text{Inggris} \notin B$.



Contoh 2.1

Pak Darwis, Pak Marto, dan Pak Sumantri adalah penduduk sebuah desa yang pekerjaannya beternak. Ternak yang dipelihara Pak Darwis adalah ayam, bebek, dan kambing. Ternak yang dipelihara Pak Marto adalah kerbau, kambing, dan sapi. Pak Sumantri memelihara ayam dan kambing. Himpunan-himpunan apa saja yang bisa kalian temukan dan sebutkan anggotanya?



Alternatif Penyelesaian

Himpunan-himpunan yang ditemukan dan anggotanya adalah sebagai berikut.

1. Himpunan penduduk desa yang memelihara ternak yaitu {Pak Darwis, Pak Marto, Pak Sumantri}
2. Himpunan hewan ternak peliharaan Pak Darwis yaitu {ayam, bebek, kambing}
3. Himpunan hewan ternak peliharaan Pak Marto yaitu {kerbau, kambing, sapi}
4. Himpunan hewan ternak peliharaan Pak Sumantri yaitu {ayam, kambing}
5. Himpunan hewan ternak berkaki dua yaitu {ayam, bebek}
6. Himpunan hewan ternak berkaki empat yaitu {kambing, sapi, kerbau}



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian menggali informasi coba perhatikan kembali Gambar 2.1 dan nalarkan pikiran kalian

1. Apakah ada elemen lain di himpunan A selain Brazil? Dengan cara seperti di atas sebutkan anggota-anggota yang lain himpunan A .
2. Apakah ada elemen lain di himpunan B selain Spanyol? Dengan cara seperti di atas sebutkan anggota-anggota yang lain himpunan B .

3. Dari himpunan A dan B , temukanlah 3 negara yang bukan anggota himpunan A dan 3 negara yang bukan anggota himpunan B .
4. Coba buatlah 2 himpunan lain dari peserta Piala Dunia 2014 lengkap dengan anggotanya



Coba diskusikan hasil menalar kalian dengan temanmu sebangku, dan apabila ada hal yang kurang jelas tanyakan kepada gurumu.

b. Penyajian Himpunan

Pernahkan kalian diminta orang tua menyajikan makanan untuk sekeluarga? Jika pernah, hal apa saja yang kalian perhatikan sewaktu menyajikan makanan tersebut? Perhatikan Gambar 2.3 berikut.



Gambar 2.3 Berbagai Jenis Sajian Makanan



Berdasarkan Gambar 2.3 di atas, terdapat berbagai jenis sajian makanan. Demikian juga dalam penyajian himpunan, dapat kita lakukan dengan cara yang berbeda pula. Terdapat 3 cara untuk menyajikan suatu himpunan dengan tidak mengubah makna himpunan tersebut, yakni sebagai berikut.

Cara 1: Mendaftarkan anggotanya (enumerasi)

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan semua anggotanya yang dituliskan dalam kurung kurawal ($\{ \}$). Manakala banyak anggotanya sangat banyak, cara mendaftarkan ini biasanya dimodifikasi, yaitu diberi tanda tiga titik (“...”) dengan pengertian “dan seterusnya mengikuti pola”.



Contoh 2.2a

$$A = \{3, 5, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{a, i, u, e, o\}$$

$$D = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Cara 2: Menyatakan sifat yang dimiliki anggotanya

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan sifat yang dimiliki anggotanya. Perhatikan himpunan pada Contoh 2.2a dan bandingkan dengan contoh di bawah ini.



Contoh 2.2b

A = Himpunan semua bilangan ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 8.

B = Himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10.

C = Himpunan semua huruf vokal dalam abjad Latin.

D = Himpunan bilangan bulat



Sedikit Informasi

1. Himpunan semua bilangan Asli dinotasikan A . Anggota $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
2. Himpunan semua bilangan Cacah dinotasikan C .
Anggota $C = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
3. Himpunan semua bilangan Bulat dinotasikan B .
Anggota $B = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

4. Himpunan semua bilangan Real dinotasikan R . Contoh bilangan

$$\text{Real: } \sqrt{3}, -\sqrt{5}, \frac{2}{3}, -\frac{5}{7}, 1,35$$

Cara 3: Menuliskan notasi pembentuk himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menuliskan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Notasi ini biasanya berbentuk umum $\{x \mid P(x)\}$ dimana x mewakili anggota dari himpunan, dan $P(x)$ menyatakan syarat yang harus dipenuhi oleh x agar bisa menjadi anggota himpunan tersebut. Simbol x bisa diganti oleh variabel yang lain, seperti y , z , dan lain-lain. Misalnya $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ bisa dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan $A = \{x \mid x \in A, x < 6\}$.

Lambang $\{x \mid x \in A, x < 6\}$ dibaca “Himpunan x , sedemikian sehingga x adalah bilangan asli, dan x kurang dari 6”. Tetapi, kalau kita sudah memahami lebih baik, lambang ini biasanya cukup dibaca dengan “Himpunan bilangan asli kurang dari 6”.



Contoh 2.3

$A = \{x \mid 1 < x < 8, x \text{ adalah bilangan ganjil}\},$

(dibaca: A adalah himpunan yang anggotanya semua x , dengan (syarat) x lebih dari 1 dan x kurang dari 8 dan x adalah bilangan ganjil).

$B = \{y \mid y < 10, y \text{ adalah bilangan prima}\}.$

$C = \{z \mid z \text{ adalah huruf vokal dalam abjad latin}\}.$



Ayo Kita Menanya

Setelah kalian mengamati cara menyajikan himpunan, coba tulislah pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan cara menyajikan himpunan tersebut. Sebagai alat bantu berikut salah satu contoh pertanyaan adalah Apakah Himpunan yang disajikan “cara 1” bisa disajikan dengan “cara 2” secara “tunggal”?



Ayo Kita Menalar

Misalkan himpunan $P = \{2, 3, 5, 7\}$.

Himpunan P ini bisa disajikan dengan cara 2, sebagai berikut.

1. P = Himpunan bilangan prima kurang dari 8.
2. P = Himpunan bilangan prima satu digit
3. P = Himpunan bilangan prima kurang dari 10, dan masih banyak lagi.

Artinya, himpunan yang disajikan dengan cara 1 tidak selalu disajikan secara tunggal dengan cara 2.

Berlaku sebaliknya tidak? Apakah himpunan yang disajikan dengan cara 3 hanya bisa disajikan secara tunggal dengan cara 1? Apakah himpunan yang disajikan dengan cara 2 hanya bias disajikan secara tunggal dengan cara 1?



Ayo Kita Berbagi

Bandingkan jawaban kalian dengan teman sebangku, jika ada perbedaan diskusikan dan temukan jawaban yang benar.

c. Menemukan konsep Himpunan Semesta dan Diagram Venn

Salah satu karakteristik matematika adalah memperhatikan semesta pembicaraannya. Penyelesaian suatu masalah dalam matematika dimungkinkan akan berbeda jika semesta pembicaraannya berbeda. Demikian juga anggota himpunan tertentu ditentukan oleh semestanya.



Ayo Kita Amati

Agar kalian memahami konsep himpunan semesta, pahami dan selesaikanlah Masalah 2.2 berikut.

Masalah 2.2

Joko, Anto, dan Tedy adalah 3 orang siswa yang memperoleh nilai ulangan harian terendah di kelas Pak Sutedo pada pelajaran Pendidikan Pancasila dan Kewarganegaraan. Pak Sutedo memberikan tugas tambahan bagi mereka untuk mencari nama-nama menteri sewaktu Bapak Susilo Bambang Yudoyono menjabat presiden Republik Indonesia periode 2009-2014. Joko ditugaskan mencari nama yang dimulai dari huruf *A*, Anto ditugaskan mencari nama yang dimulai dari huruf *J*, dan Tedy ditugaskan mencari nama yang dimulai dari huruf *M*.

Langkah-langkah apa yang harus dilakukan ketiga siswa itu untuk menyelesaikan tugas yang diberikan Pak Sutedo?

Alternatif Pemecahan Masalah

Langkah-langkah yang harus dilakukan Joko, Anto, dan Tedy adalah sebagai berikut.

1. Mencari nama-nama semua menteri pada waktu Bapak Susilo Bambang Yudoyono menjabat presiden RI.
2. Memilih nama menteri yang dimulai dengan huruf *A*, huruf *J*, dan huruf *M*
3. Mengelompokkan menteri yang namanya dimulai dari huruf *A*, huruf *J*, dan huruf *M*.
4. Menyajikan himpunan dengan mendaftar anggotanya dan diagram *Venn*

Sekarang kita lakukan langkah-langkah tersebut

1. Mencari semua nama menteri pada waktu Bapak Susilo Bambang Yudoyono menjabat presiden RI, yang namanya diawali dengan huruf *A*, diawali dengan huruf *J*, diawali dengan huruf *M*, dan semua menteri yang lainnya
2. Joko mencari nama menteri yang dimulai dengan huruf *A*, Anto mencari nama yang dimulai dari huruf *J*, dan Tedy mencari nama yang dimulai dari huruf *M*.
3. Selanjutnya Joko, Anto, dan Tedy mulai mengelompokkan nama-nama menteri yang sesuai dengan ketentuan.

Misalkan: S = Himpunan nama semua menteri pada saat presiden Susilo Bambang Yudoyono

A = Himpunan nama-nama menteri yang namanya dimulai dari huruf *A*.

B = Himpunan nama-nama menteri yang namanya dimulai dari huruf *J*.

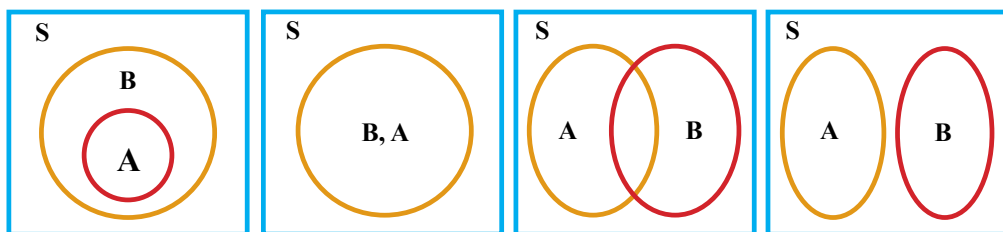
C = Himpunan nama-nama menteri yang namanya dimulai dari huruf *M*.

Sebelum menyajikan himpunan dengan menggunakan diagram *Venn*, sebaiknya kalian harus tahu terlebih dulu apa itu diagram *Venn* dengan pada informasi berikut.



Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan cara menuliskan anggotanya dalam suatu gambar (diagram) yang dinamakan diagram Venn. Aturan dalam pembuatan diagram Venn adalah sebagai berikut.

1. Menggambar sebuah persegi panjang untuk menunjukkan semesta dengan mencantumkan huruf S di pojok kiri atas.
2. Menggambar kurva tertutup sederhana yang menggambarkan himpunan.
3. Memberi noktah (titik) berdekatan dengan masing-masing anggota himpunan.
4. Macam-macam diagram Venn adalah sebagai berikut



Gambar 2.5 Bentuk-bentuk Diagram Venn

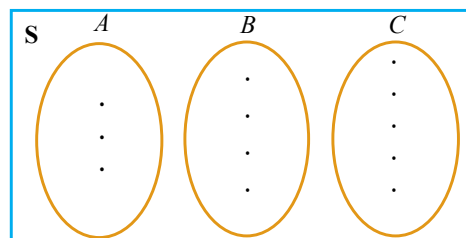
Coba beri nama titik-titik sebagai anggota himpunan A, B, dan C, yaitu nama-nama menteri pada saat presiden Susilo Bambang Yudoyono, yang namanya dimulai huruf A, J, dan M.

Kalian dapat menyajikan keempat himpunan dalam diagram Venn berikut ini.

Berdasarkan keterangan diatas dapat diperoleh informasi sebagai berikut.

1. Himpunan A berada di dalam himpunan S, himpunan B berada di dalam himpunan S, dan himpunan C juga berada di dalam himpunan S
2. Himpunan S memuat himpunan A, B, dan C artinya himpunan S memuat semua unsur dari himpunan A, B, dan C (himpunan yang sedang dibicarakan)
3. Seluruh menteri pada waktu Bapak Susilo Bambang Yudoyono menjabat presiden RI merupakan himpunan semesta dari himpunan menteri-menteri yang namanya dimulai dari huruf A, huruf J, dan huruf M.

Himpunan semesta adalah himpunan seluruh unsur yang menjadi objek pembicaraan, dan dilambangkan dengan S.



Gambar 2.6. Diagram Venn



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan himpunan semesta dan diagram Venn. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.

Agar lebih jelas pemahaman kalian tentang himpunan semesta coba perhatikan contoh berikut



Contoh 2.5

Tentukan himpunan semesta dari tiga himpunan berikut

$A = \{\text{ayam, kambing, kucing}\}$

$B = \{\text{hiu, paus, lumba-lumba}\}$

$C = \{\text{merpati, elang, burung}\}$



Alternatif Penyelesaian

Himpunan A adalah nama-nama hewan yang hidup di air, himpunan B adalah nama-nama hewan yang bisa terbang, dan himpunan C adalah nama-nama hewan yang hidup di air. Himpunan semesta dari ketiga himpunan tersebut adalah himpunan yang memuat semua unsur dari himpunan A , B , dan C . Dengan demikian himpunan semestanya adalah nama hewan

Jadi himpunan semestanya adalah $S = \{\text{nama hewan}\}$.



Ayo Kita Menalar

1. Misalkan $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$

Seorang siswa diminta untuk menentukan himpunan semesta dari dua himpunan tersebut, kemudian ia menjawab: $S = \text{himpunan bilangan bulat}$.

Apakah jawaban siswa tersebut benar, berikan alasanmu. Temukan himpunan semesta yang lain dari kedua himpunan tersebut.

2. Gambarlah diagram venn untuk himpunan-himpunan berikut.

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, dan $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, dan $B = \{1, 2, 3\}$
- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ dan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, dan $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, dan $B = \{2, 4, 6\}$



Coba cocokkan jawaban menalarmu dengan temanmu sebangku dan diskusikan jika ada perbedaan.

d. Kardinalitas Himpunan



Coba amati Masalah 2.3 berikut dan alternatif penyelesaiannya.



Untuk merayakan hari ulang tahun Pak Zulkarnaen yang ke-50, dia mengajak istri dan ketiga anaknya makan di restoran. Setelah tiba di restoran mereka memesan makanan kesukaan masing-masing yang ada pada daftar menu restoran tersebut. Pak Zulkarnaen memesan ikan bakar, udang goreng, dan jus alpukat. Istrinya memesan ikan asam manis, bakso, dan jus terong belanda. Anak pertama Pak Zulkarnaen memesan ikan bakar, bakso, dan jus alpukat, anak kedua memesan bakso, dan jus terong belanda, dan anak ketiganya memesan mie goreng dan jus sirsak.

- Sebutkan anggota-anggota himpunan makanan kesukaan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen.
- Tuliskanlah seluruh anggota himpunan makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen.

3. Adakah anggota keluarga Pak Zulkarnaen yang memesan makanan yang sama? Jika makanan yang sama ditulis sekali, berapa banyak makanan yang berbeda yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen?



Alternatif Pemecahan Masalah

1. Himpunan makanan kesukaan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah .
 - Himpunan makanan kesukaan Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, udang goreng, jus alpukat}.
 - Himpunan makanan kesukaan istri Pak Zulkarnaen adalah {ikan asam manis, bakso, jus terong belanda}.
 - Himpunan makanan kesukaan anak pertama Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, bakso, jus alpukat}.
 - Himpunan makanan kesukaan anak kedua Pak Zulkarnaen adalah {bakso, jus terong belanda}.
 - Himpunan makanan kesukaan anak ketiga Pak Zulkarnaen adalah {mie goreng, jus sirsak}.

Jika kalian perhatikan semua himpunan tersebut, banyak anggota himpunannya adalah 3.

2. Seluruh makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah ikan bakar, udang goreng, jus alpukat, ikan asam manis, bakso, jus terong belanda, ikan bakar, bakso, jus alpukat, bakso, jus terong belanda, mie goreng, jus sirsak.
3. Jika makanan yang sama dituliskan hanya satu kali, maka himpunan makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, udang goreng, jus alpukat, ikan asam manis, bakso, jus terong belanda, mie goreng, jus sirsak}. Banyak anggota himpunannya adalah 8.

Berdasarkan keterangan di atas, bilangan 3 dan 8 menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa "**Kardinalitas Himpunan adalah bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan dan dinotasikan dengan $n(A)$** ".



Sedikit Informasi

Sebelum kalian mempelajari lebih jauh tentang kardinalitas himpunan coba perhatikan informasi kut.

1. Himpunan hingga adalah himpunan yang memiliki anggota hingga (*finite set*)
Contoh $A = \{1, 2, 3, 4\}$
2. Himpunan tak hingga adalah himpunan yang memiliki anggota tak hingga (*infinite set*).
Contoh $B = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
3. Kardinalitas Himpunan hanya untuk himpunan yang hingga (*finite set*).



Contoh 2.5

Tentukan banyak anggota himpunan A dan B

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, \dots, 27, 29\}$$

Banyak anggota A adalah 6, dinotasikan dengan $n(A) = 6$.

Banyak anggota B adalah 15, dinotasikan dengan $n(B) = 15$.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan kardinalitas himpunan. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menalar

Jika $M = \{x \mid x < 10, x \text{ bilangan bulat positif}\}$,

$N = \{y \mid y > 10, y \text{ bilangan bulat positif}\}$,

$P = \{1, 2, 3, 4\}$.

- a. Tentukanlah kardinalitas himpunan M

- b. Tentukanlah kardinalitas himpunan N
- c. Tentukanlah kardinalitas himpunan P
- d. Berdiskusilah dengan temanmu, apa perbedaan kardinalitas himpunan M dan himpunan N ?



Coba bandingkan jawabanmu dengan teman sebangku, jika ada perbedaan diskusikan.

e. Menemukan Konsep Himpunan Kosong



Empat orang siswa (Batara, Simon, Sudraja, Marsius) memiliki kesempatan sama untuk memenangkan suatu hadiah undian. Agar salah satu dari keempat siswa dipilih secara adil menjadi pemenang, maka panitia memberikan satu dari empat pertanyaan tentang himpunan yang tersedia dalam kotak undian. Keempat pertanyaan pada kotak undian itu adalah:

1. menentukan himpunan bilangan cacah yang kurang dari 0;
2. menentukan himpunan bilangan bulat yang lebih besar dari 0 dan kurang dari 1;
3. menentukan himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi 2;
4. menentukan himpunan bilangan prima yang merupakan bilangan genap.

Pemenangnya adalah siswa yang dapat menemukan paling sedikit satu anggota himpunannya.

Setelah pengundian, Batara mendapatkan pertanyaan nomor 2, Simon mendapat pertanyaan nomor 3, Sudraja mendapat pertanyaan nomor 1, dan Marsius mendapat pertanyaan nomor 4. Siapakah siswa yang kemungkinan menjadi pemenang? Berikan alasanmu.

 Alternatif Pemecahan Masalah

Perhatikan keempat pertanyaan tersebut. Penyelesaian keempat pertanyaan itu adalah sebagai berikut.

1. Bilangan cacah yang kurang dari 0.

Ingat kembali bilangan cacah yang telah kalian pelajari waktu SD? Anggota bilangan cacah yang paling kecil adalah 0, sehingga himpunan yang diperoleh Sudraja adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

2. Bilangan bulat yang lebih dari 0 dan kurang dari 1.

Tidak ada satupun bilangan bulat antara 0 dan 1, sehingga himpunan yang diperoleh Batara adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

3. Bilangan ganjil yang habis dibagi 2.

Seluruh bilangan ganjil tidak akan habis dibagi dengan 2. Mengapa? Silakan bertanya kepada gurumu sehingga himpunan yang diperoleh Simon adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

4. Bilangan prima yang merupakan bilangan genap.

Anggota himpunan bilangan prima yang merupakan bilangan genap adalah 2. Dengan demikian himpunan yang diperoleh Marsius adalah himpunan yang banyak anggotanya tepat satu, yaitu $\{2\}$.

Berdasarkan keterangan tersebut, yang dapat menentukan anggota himpunan tepat satu adalah Marsius. Dengan demikian Marsius terpilih menjadi pemenang. Sementara Sudraja, Batara, dan Simon tidak menemukan anggota himpunan atau disebut dengan himpunan kosong. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa **himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota yang dinotasikan dengan $\emptyset$ atau $\{\}$.**



Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan himpunan kosong. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.

Selanjutnya coba nalarkan pikiran kalian dengan membedakan himpunan kosong dan bukan himpunan kosong berikut ini.



Ayo Kita Bernalar

1. Buatlah 5 contoh himpunan kosong.
2. Di antara himpunan-himpunan berikut ini coba sebutkan mana yang merupakan himpunan kosong dan mana yang bukan.
 - a. Himpunan mata pelajaran yang diajarkan di kelas VII SMP.
 - b. Himpunan teman sekelasmu yang usianya lebih dari 20 tahun.
 - c. Himpunan manusia yang pernah mendarat di matahari
 - d. Himpunan gurumu yang usianya kurang dari 10 tahun.
 - e. Himpunan ayam yang berkembang biak dengan beranak



Ayo Kita Berbagi

Coba tukarkan jawabanmu dengan temanmu sebangku dan diskusikanlah.



Latihan 2.1

1. Tulislah semua anggota himpunan berikut ini
 - a. Himpunan B adalah himpunan semua huruf konsonan.
 - b. Himpunan A adalah himpunan bilangan asli kurang dari 10.
 - c. Himpunan K adalah himpunan semua bilangan asli yang kurang dari 100 dan habis dibagi 3.
 - d. Himpunan C adalah himpunan bilangan asli lebih dari 10.
2. Tentukan pernyataan yang benar dari pernyataan-pernyataan berikut.

a. $x \in \{x\}$	e. $x \in \{\{x\}\}$
b. $\{x\} \subset \{x\}$	f. $\emptyset \subset \{x\}$
c. $\{x\} \in \{\{x\}\}$	g. $\{x\} \in \{x\}$
d. $\emptyset \in \{x\}$	h. $\{x\} \subset \{\{x\}\}$
3. Nyatakan himpunan berikut dengan cara menyatakan sifat yang dimiliki anggotanya dan cara notasi pembentuk himpunan
 - a. $\{a, i, e, o, u\}$
 - b. $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots, 31, 34, 37, 40\}$
 - c. $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, \dots\}$
 - d. $\{\}$... baca: himpunan kosong

4. Nyatakan himpunan berikut menjadi cara mendaftar anggotanya dan cara menyatakan sifat yang dimiliki anggotanya
 - a. $\{x \mid x^2 = 9, x \text{ bilangan bulat}\}$
 - b. $\{z \mid z > 0, z < 11, z \text{ bilangan bulat genap}\}$
 - c. $\{x \mid 3x + 7 = 10, x \text{ bilangan asli}\}$
 - d. $\{y \mid \sqrt{y^2} = 1, y \text{ bilangan bulat}\}$
5. Nyatakan himpunan berikut ke dalam cara mendaftar dan notasi pembentuk himpunan
 - a. Himpunan bilangan ganjil yang kuadratnya kurang dari 100
 - b. Himpunan bilangan prima yang genap
 - c. Himpunan huruf-huruf konsonan dalam alphabet
 - d. Himpunan bilangan asli yang kurang dari nol
6. Tentukan himpunan semesta yang mungkin dari himpunan-himpunan berikut.
 - a. $A = \{\text{sepeda motor, mobil, truk}\}$
 - b. $B = \{\text{jeruk, apel, mangga, durian}\}$
 - c. $C = \{2, 4, 6, 8\}$
 - d. $D = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
7. Tentukan kardinalitas himpunan-himpunan berikut
 - a. $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 - b. $B = \{a, i, u, e, o\}$
 - c. $C = \{\text{merah, kuning, hijau}\}$
 - d. $D = \{m, a, t, e, m, a, t, i, k, a\}$
8. Tentukanlah apakah setiap pasangan himpunan ini sama atau tidak!
 - a. $A = \{2\}$ dan $B = \{\{1\}\}$
 - b. $R = \{1\}$ dan $S = \{1, \{1\}\}$
 - c. $C = \emptyset$ dan $D = \{\emptyset\}$
 - d. $X = \{m, n, o, p\}$ dan $Y = \{m, o, p, n\}$
9. Gambarkanlah diagram *Venn* dari keterangan berikut.
 - a. A adalah himpunan semua bilangan asli ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 8, B adalah himpunan bilangan asli genap kurang dari 15, sedangkan himpunan semestanya adalah bilangan asli kurang dari 20.
 - b. P adalah himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10, Q adalah bilangan asli ganjil kurang dari 12 sedangkan himpunan semestanya adalah bilangan asli kurang dari 15.
10. Guru menugaskan empat orang siswa untuk menuliskan himpunan bilangan yang kurang dari 10. Ikhsan hanya menuliskan yang bilangan prima, Khayan menuliskan bilangan yang bulat positif, Noni menuliskan bilangan yang ganjil positif, dan Mia menuliskan bilangan yang genap positif. Bantulah keempat siswa itu mengerjakan tugasnya. Apa persamaan dan perbedaan tugas keempat siswa itu.

**a. Himpunan Bagian**

Apakah kalian bagian dari siswa kelas VII SMP? Bagaimana dengan seluruh temanmu satu kelas, apakah mereka juga bagian dari siswa kelas VII SMP?



**Ayo
Kita Amati**

Untuk menemukan konsep himpunan bagian, amati Masalah 2.4 dan alternatif penyelesaiannya.

**Masalah 2.4**

Seluruh siswa kelas VII SMP Panca Karya berjumlah 40 orang. Jika A adalah himpunan semua siswa laki-laki, B adalah himpunan semua siswa perempuan, C adalah himpunan semua siswa laki-laki yang gemar sepak bola, D adalah himpunan semua siswa perempuan yang gemar menari, S adalah himpunan seluruh siswa kelas VII.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 2.7 Kelas VII SMP Paca Karya

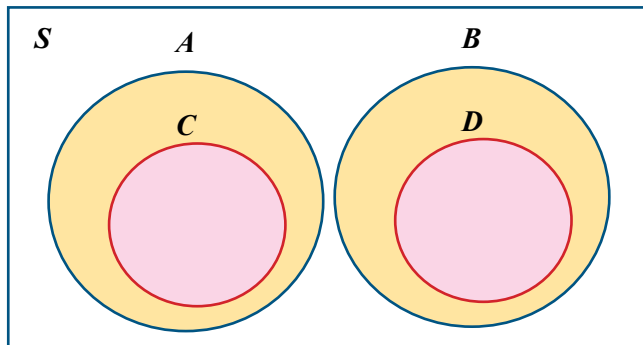
1. Apakah semua anggota himpunan A merupakan anggota himpunan dari S ?
2. Apakah semua anggota himpunan B merupakan anggota himpunan dari S ?
3. Apakah semua anggota himpunan C merupakan anggota himpunan A ?
4. Apakah semua anggota himpunan C merupakan anggota himpunan dari S ?
5. Apakah semua anggota himpunan D merupakan anggota himpunan dari B ?



Alternatif Pemecahan Masalah

1. Semua siswa laki-laki merupakan anggota dari siswa kelas VII atau semua siswa laki-laki merupakan bagian dari siswa kelas VII.
2. Semua siswa perempuan merupakan anggota dari siswa kelas VII atau semua siswa perempuan merupakan bagian dari siswa kelas VII.
3. Semua siswa laki-laki yang gemar sepak bola merupakan anggota dari siswa laki-laki atau semua siswa laki-laki gemar sepak bola merupakan bagian dari siswa laki-laki.
4. Semua siswa laki-laki gemar sepak bola merupakan anggota dari siswa kelas VII atau semua siswa laki-laki gemar sepak bola merupakan bagian dari siswa kelas VII.
5. Semua siswa perempuan gemar menari merupakan anggota dari siswa perempuan atau semua siswa perempuan gemar menari merupakan bagian dari siswa perempuan.

Untuk lebih jelasnya perhatikan Gambar 2.8 berikut



Gambar 2.8 Diagram Venn dari Masalah 2.5

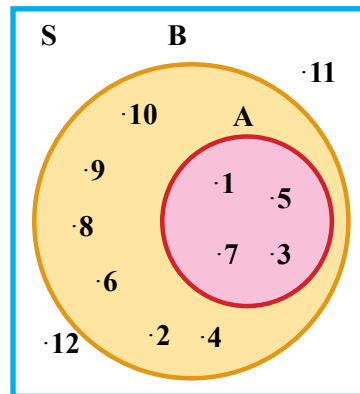
Untuk lebih jelas tentang konsep himpunan bagian coba lihat contoh berikut ini



Contoh 2.6

Perhatikan Gambar 2.9 di samping.

1. Sebutkanlah anggota himpunan A , B , dan S
2. Apakah semua anggota himpunan A ada di himpunan S ?
3. Apakah semua anggota himpunan A ada di himpunan B ?
4. Apakah semua anggota himpunan B ada di himpunan A ?



Gambar 2.9. Diagram Venn himpunan A dan B

1. Anggota himpunan A , B , dan S adalah sebagai berikut.
 $A = \{1, 3, 5, 7\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
2. Memeriksa apakah semua anggota himpunan A ada di himpunan S .
 Untuk menunjukkan apakah semua anggota himpunan A merupakan anggota himpunan S , dapat kita tunjukkan melalui langkah-langkah berikut.
 - a. Ambil anggota pertama dari himpunan A , yaitu 1 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{3, 5, 7\}$, ternyata 1 ada di himpunan S .
 - b. Ambil anggota kedua dari himpunan A , yaitu 3 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{5, 7\}$, ternyata 3 ada di himpunan S .
 - c. Ambil anggota ketiga dari himpunan A , yaitu 5 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{7\}$, ternyata 5 ada di himpunan S .
 - d. Ambil anggota keempat dari himpunan A , yaitu 7 sehingga sisa anggota himpunan $A = \{\}$, ternyata 7 ada di himpunan S .

Karena semua anggota himpunan A merupakan anggota himpunan S , maka himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan S .

3. Berdasarkan diagram *Venn* di atas dapat dilihat bahwa semua anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B . Karena semua anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B maka himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B .
4. Memeriksa apakah semua anggota himpunan B ada di himpunan A .
 Dengan cara yang sama seperti nomor 2, pemeriksaannya kita lakukan sebagai berikut.

Ambil anggota pertama himpunan B , yaitu 1 sehingga sisa anggota himpunan $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, ternyata 1 bukan anggota himpunan A .

Karena ada anggota himpunan B yang bukan merupakan anggota himpunan A maka himpunan B bukan himpunan bagian dari himpunan A .

Berdasarkan Masalah 2.4 dan contoh 2.5 di atas, maka kita dapat mendefinisikan himpunan bagian sebagai berikut.



Sedikit Informasi

- Himpunan A merupakan himpunan bagian (*subset*) dari himpunan B atau B *superset* dari A jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B , dinotasikan $A \subset B$ atau $B \supset A$. Jika ada anggota A yang bukan anggota B maka A bukan himpunan bagian dari B , dinotasikan dengan $A \not\subset B$.
- Himpunan kosong dilambangkan dengan " $\emptyset$ " atau " $\{ \}$ " merupakan himpunan bagian dari setiap himpunan.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “anggota” dan “bagian”
2. “anggota” dan “himpunan bagian”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.

Agar kalian lebih memahami konsep himpunan bagian coba nalarkan pikiran kalian



Ayo Kita Menalar

Coba selesaikan soal berikut ini

Diberikan himpunan-himpunan:

$$P = \{ x \mid x \text{ bilangan asli, } 0 < x < 10 \}$$

$$Q = \{ x \mid x \text{ bilangan asli, } 0 < x < 6 \}$$

$$R = \{ x \mid x \text{ bilangan prima, } 0 < x < 6 \}$$

Periksa apakah: 1) $P \subset Q$; 2) $Q \subset P$; 3) $Q \subset R$; 4) $R \subset Q$; 5) $R \subset P$; 6) $P \subset R$



Ayo Kita Berbagi

Tukarkan jawabanmu dengan teman sebangku, jika masih ada perbedaan coba diskusikan dan mintalah petunjuk kepada gurumu.

b. Himpunan Kuasa



**Ayo
Kita Amati**

Untuk memahami konsep himpunan Kuasa, coba amati dan cermati masalah 2.5 beserta penyelesaiannya berikut ini.



Masalah 2.5

SMP Tunas Bangsa tengah mempersiapkan dua orang siswanya, Ningsih dan Taufan untuk mengikuti olimpiade matematika SMP tingkat provinsi. Persyaratan untuk mengikuti olimpiade adalah sekolah boleh mengirimkan satu orang siswa atau lebih dan boleh tidak mengirimkan wakilnya untuk mengikuti olimpiade tersebut. Berapa banyak cara yang dilakukan SMP Tunas Bangsa untuk mengirimkan wakilnya mengikuti olimpiade matematika tersebut?



Alternatif Pemecahan Masalah

Banyak cara yang dilakukan SMP Tunas Bangsa dalam mengikuti olimpiade matematika tersebut adalah sebagai berikut.

- Cara I* : Tidak mengirimkan siswa mengikuti olimpiade.
- Cara II* : Hanya mengirimkan Ningsih mengikuti olimpiade.
- Cara III* : Hanya mengirimkan Taufan mengikuti olimpiade.
- Cara IV* : Mengirimkan Ningsih dan Taufan secara bersama-sama mengikuti olimpiade.

Maka ada 4 cara pengiriman yang dapat dilakukan SMP Tunas Bangsa untuk mengikuti olimpiade tingkat provinsi.

Jika A adalah himpunan siswa SMP Tunas Bangsa yang akan mengikuti olimpiade matematika tingkat provinsi, maka $A = \{\text{Ningsih, Taufan}\}$.

Misalkan himpunan siswa yang akan dikirim mengikuti olimpiade dari keempat cara pengiriman adalah himpunan B untuk cara I, himpunan C untuk cara II, himpunan D untuk cara III, dan himpunan E untuk cara IV, maka

- *Cara I* : Himpunan $B = \{ \}$
- *Cara II* : Himpunan $C = \{\text{Ningsih}\}$
- *Cara III* : Himpunan $D = \{\text{Taufan}\}$
- *Cara IV* : Himpunan $E = \{\text{Ningsih, Taufan}\}$

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa

- Himpunan B merupakan himpunan bagian dari A
- Himpunan C merupakan himpunan bagian dari A
- Himpunan D merupakan himpunan bagian dari A
- Himpunan E merupakan himpunan bagian dari A

Berdasarkan uraian di atas, maka anggota-anggota himpunan bagian dari A adalah $\{\{\}, \{\text{Ningsih}\}, \{\text{Taufan}\}, \{\text{Ningsih}, \text{Taufan}\}\}$.

Agar kalian lebih jelas tentang anggota-anggota himpunan bagian, coba perhatikan contoh berikut.



Contoh 2.7

Diberikan himpunan $A = \{1, 3, 5\}$, Tentukan himpunan-himpunan yang merupakan himpunan bagian dari A .



Alternatif Penyelesaian

Himpunan-himpunan yang merupakan himpunan bagian dari A adalah sebagai berikut.

1. Himpunan yang banyak anggotanya adalah 0, yaitu: $\{\}$.
2. Himpunan yang banyak anggotanya adalah 1, yaitu $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$.
3. Himpunan yang banyak anggotanya adalah 2, yaitu $\{1, 3\}$, $\{1, 5\}$, $\{3, 5\}$.
4. Himpunan yang banyak anggotanya adalah 3 merupakan himpunan A itu sendiri, yaitu $\{1, 3, 5\}$.

Jadi, himpunan yang anggotanya himpunan-himpunan bagian dari A adalah

$\{\{\}, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$

Berdasarkan Masalah 2.5 dan Contoh 2.7 dapat disimpulkan bahwa

Himpunan Kuasa himpunan A adalah himpunan-himpunan bagian dari A , dilambangkan dengan $P(A)$. Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A dilambangkan dengan $n(P(A))$.



Ayo Kita Menanya

Tulislah pertanyaan yang berkaitan dengan Masalah 2.7 dan contoh 2.7 di buku tulisan kalian.



Contoh 2.8

Diketahui himpunan $A = \{a, b, c\}$, tentukan semua himpunan kuasa dari A



**Alternatif
Penyelesaian**

Himpunan-himpunan yang merupakan himpunan bagian dari A adalah sebagai berikut.

- Himpunan yang banyak anggotanya 0, yaitu: $\{\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 1, yaitu $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 2, yaitu $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$.
- Himpunan yang banyak anggotanya 3, yaitu $\{a, b, c\}$.

Berdasarkan uraian di atas, himpunan semua himpunan bagian dari A adalah

$\{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

Jika kalian telaah lebih jauh tentang himpunan kuasa akan ditemukan pola sebagai berikut.

Jika $A = \{\}$, maka himpunan kuasa A adalah $P(A) = \{\{\}\}$.

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 1$

Jika $A = \{a\}$, maka himpunan kuasa dari A yaitu: $P(A) = \{\{\}, \{a\}\}$

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 2$.

Jika $A = \{a, b\}$, maka himpunan kuasa dari A adalah $P(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$.

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 4$

Jika $A = \{a, b, c\}$, maka himpunan kuasa dari A adalah

$P(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A adalah $n(P(A)) = 8$

Berdasarkan keterangan di atas, hubungan antara banyak anggota himpunan A dengan banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A dapat dibuat pola sebagai berikut

Perhatikan pola yang terbentuk:

Jika $n(A) = 0$, maka $n(P(A)) = 1 = 2^0$

Jika $n(A) = 1$, maka $n(P(A)) = 2 = 2^1$

Jika $n(A) = 2$, maka $n(P(A)) = 4 = 2^2$

Jika $n(A) = 3$, maka $n(P(A)) = 8 = 2^3$.

...

...

Jika $n(A) = k$, maka $n(P(A)) = 2^k$

Berdasarkan pola tersebut diperoleh kesimpulan tentang himpunan kuasa sebagai berikut.
Misalkan A himpunan dan $P(A)$ adalah himpunan kuasa A
Jika $n(A) = k$, dengan k bilangan cacah, maka $n(P(A)) = 2^k$



Ayo Kita Bernalar

Tentukan himpunan kuasa dari himpunan berikut.

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $C = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$



Ayo Kita Berbagi

Diskusikan jawaban kalian dengan temanmu dan presentasikan jika sudah benar.

c. Kesamaan dua Himpunan



Ayo Kita Amati

Kapan dua himpunan dikatakan sama? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, coba amati dan selidiki Masalah 2.6 berikut alternatif penyelesaiannya.



Masalah 2.6

Untuk merayakan HUT RI ke-69, sekolah SMP Tunas Bangsa berencana mengundang sebuah grup band untuk mengisi acara tersebut. Guru seni musik yang diberi tugas memilih grup band yang akan diundang ingin mengetahui grup band favorit siswanya. Guru seni musik tersebut bertanya kepada 4 orang siswa secara acak yaitu Mendro, Lia, Susi, dan Tono. Jawaban keempat siswa itu adalah: grup band favorit Mendro adalah Ungu, Noah, Slank, dan ST 12. Grup band favorit Lia adalah: Noah, Ungu, dan Setia. Grup band favorit Susi adalah: ST 12, Noah, Slank, dan Ungu. Grup band favorit Tono adalah Slank, Noah, dan Ungu.

- Jika grup band favorit dari masing-masing 4 siswa itu merupakan himpunan, sebutkanlah masing-masing anggotanya.
- Apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Lia?
- Apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Susi?



Alternatif Pemecahan Masalah

Misalkan : Himpunan grup band favorit Mendro adalah M .
 Himpunan grup band favorit Lia adalah L .
 Himpunan grup band favorit Susi adalah S .
 Himpunan grup band favorit Tono adalah T .

1. Himpunan grup band favorit keempat siswa tersebut adalah

$$M = \{\text{Ungu, Noah, Slank, ST 12}\}$$

$$L = \{\text{Noah, Ungu, Setia}\}$$

$$S = \{\text{ST 12, Noah, Slank, Ungu}\}$$

$$T = \{\text{Slank, Noah, Ungu}\}$$

2. Untuk memeriksa apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Lia, kita lakukan dua hal yaitu:
- Memeriksa apakah kardinalitas kedua himpunan itu sama atau tidak, jika kardinalitas kedua himpunan itu berbeda, tentu kedua himpunan itu berbeda
 - Meriksa apakah semua anggotanya sama atau tidak, jika anggotanya berbeda tentu kedua himpunan itu berbeda.

Pemeriksaan kesamaan dua anggota himpunan tersebut kita lakukan sebagai berikut.

Perhatikan kembali himpunan M dan L , jelas bahwa kardinalitas kedua himpunan itu berbeda. $n(M) = 4$ dan $n(L) = 3$. Karena kardinalitas kedua himpunan itu tidak sama. Maka kedua himpunan itu tidak sama.

3. Untuk memeriksa apakah himpunan grup band favorit Mendro sama dengan Susi kita lakukan seperti pada point (2).
- Periksa kardinalitas kedua himpunan, yaitu $n(M) = 4$ dan $n(S) = 4$, Kedua himpunan ini memiliki kardinalitas yang sama.
 - Karena banyak anggotanya sama, maka kita periksa setiap anggota M dan anggota himpunan S apakah sama atau tidak, pemeriksaannya kita lakukan sebagai berikut.
 - Ambil anggota pertama dari himpunan M yaitu Ungu, sisa anggotanya adalah: $M = \{\text{Noah, Slank, ST 12}\}$, ternyata Ungu juga ada di himpunan S .
 - Ambil anggota kedua dari himpunan M yaitu Noah, sisa anggotanya adalah: $M = \{\text{Slank, ST 12}\}$, ternyata Noah juga ada di himpunan S .
 - Ambil anggota ketiga dari himpunan M yaitu Slank, sisa anggotanya adalah: $M = \{\text{ST 12}\}$, ternyata Slank juga ada di himpunan S .
 - Ambil anggota keempat dari himpunan M yaitu ST 12, sisa anggotanya adalah: $M = \{\}$, ternyata ST 12 juga ada di himpunan S .
 - Karena banyak anggota M sama dengan banyak anggota S dan semua anggota himpunan M sama dengan semua anggota himpunan S maka himpunan M sama dengan himpunan S .



Contoh 2.9

Diketahui himpunan $A = \{h, a, r, u, m\}$ dan $B = \{m, u, r, a, h\}$.

1. Selidiki apakah $A \subset B$?
2. Selidiki apakah $B \subset A$?
3. Perhatikan anggota himpunan A dan B , kesimpulan apa yang bisa kamu temukan?



Alternatif Penyelesaian

1. Untuk menyelidiki apakah $A \subset B$, maka kita periksa apakah semua anggota himpunan A adalah anggota himpunan B .
 - $h \in A$ dan ternyata $h \in B$
 - $a \in A$ dan ternyata $a \in B$
 - $r \in A$ dan ternyata $r \in B$
 - $u \in A$ dan ternyata $u \in B$
 - $m \in A$ dan ternyata $m \in B$

Karena semua anggota himpunan A ada di himpunan B maka $A \subset B$.

2. Untuk menyelidiki apakah $B \subset A$, maka kita periksa apakah setiap anggota himpunan B apakah ada pada anggota himpunan A . Lakukan cara yang sama untuk elemen kedua, ketiga, keempat, dan kelima dari B dan ternyata semua anggota himpunan B ada di himpunan A .

Karena semua anggota himpunan B ada di himpunan A maka $B \subset A$.

3. Jika kita perhatikan anggota himpunan A dan himpunan B , maka kita sebut bahwa anggota himpunan A sama dengan anggota himpunan B . Kardinalitas himpunan A sama dengan kardinalitas himpunan B dan semua anggota himpunan A sama dengan semua anggota himpunan B .

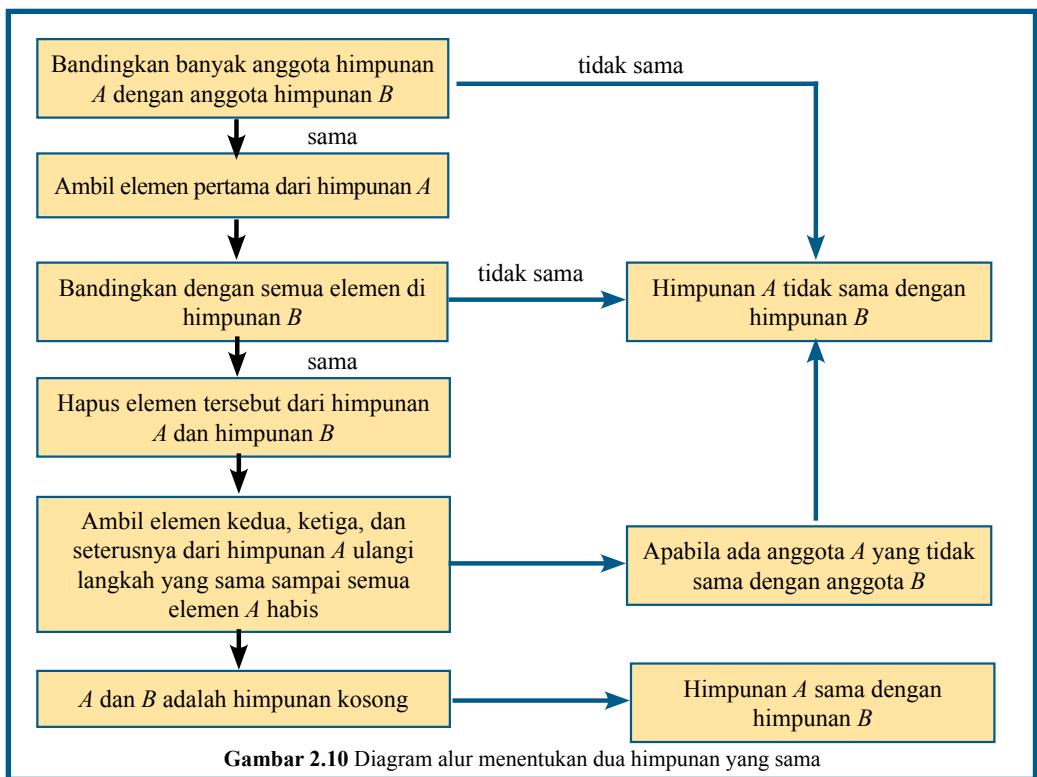
Berdasarkan Masalah 2.6 dan Contoh 2.9 dapat disimpulkan sebagai berikut



Ayo Kita Menggali Informasi

- Dua himpunan A dan B dikatakan sama jika dan hanya jika $A \subset B$ dan $B \subset A$, dinotasikan dengan $A = B$.
- Jika $n(A) = n(B)$, maka himpunan A ekuivalen dengan himpunan B .

Untuk menentukan apakah dua himpunan A dan B sama atau tidak, kalian dapat menggunakan prosedur sistematis dengan menggunakan diagram alur sebagai berikut.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “himpunan kuasa” dan “himpunan bagian”
2. “himpunan bagian” dan “himpunan sama”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menalar

1. Diketahui himpunan $P = \{1, 2, 3\}$ dan $Q = \{1, 3, 2\}$. Selidiki apakah $P \subset Q$ dan $Q \subset P$
2. Coba diskusikan dengan temanmu
 - a. Jika dua himpunan ekuivalen, apakah kedua himpunan itu pasti sama?
 - b. Jika dua himpunan sama, apakah kedua himpunan itu pasti ekuivalen?



Ayo Kita Berbagi

Tukarkan jawabanmu dengan temanmu sebangku dan diskusikanlah jika masih ada perbedaan.



Latihan 2.2

1. Tentukan semua himpunan kuasa dari himpunan-himpunan berikut
 - a. $A = \{0, 1, 2\}$
 - b. $B = \{1, 2, 3, 4\}$
 - c. $C = \{a, i, u, e, o\}$
2. Diketahui $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6\}$, $C = \{4, 6\}$, dan $D = \{4, 6, 8\}$. Tentukan pasangan himpunan bagian dari himpunan-himpunan tersebut.
3. Diketahui P adalah himpunan siswa di kelasmu yang mempunyai adik, nyatakanlah P dengan mendaftar anggotanya, dan Q adalah himpunan siswa di kelasmu yang mempunyai kakak, nyatakanlah Q dengan mendaftar anggotanya. Nyatakanlah himpunan P dan Q dalam suatu diagram Venn.
4. Diketahui $A \subset C$ dan $B \subset C$, lukiskanlah seluruh kemungkinan diagram Venn dari himpunan A , B dan C
5. Misalkan M adalah himpunan yang didefinisikan sebagai $\{x \in B \mid x^2 \leq 10, x - 1 < 2\}$ dengan B adalah himpunan bilangan bulat. Tentukan banyaknya himpunan bagian tak kosong dari M
6. Jika $P = \{\text{bilangan bulat positif kurang dari } 15\}$. Nyatakan manakah di antara himpunan-himpunan berikut yang merupakan himpunan bagian dari P .
 - a. $A = \{\text{bilangan cacah yang kurang dari } 10\}$.
 - b. $B = \{\text{bilangan asli yang lebih dari } 5 \text{ dan kurang dari } 20\}$.
 - c. $C = \{\text{bilangan ganjil yang kurang dari } 15\}$.
 - d. $D = \{\text{bilangan genap yang lebih dari } 2 \text{ dan kurang dari } 10\}$.
 - e. $E = \{\text{bilangan prima yang kurang dari } 20\}$.
7. Tentukan Himpunan Kuasa dari himpunan-himpunan berikut
 - a. $\{a\}$
 - b. $\{a, b\}$
 - c. $\{a, \{\emptyset\}\}$
 - d. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
8. Tentukan apakah himpunan berikut merupakan himpunan kuasa dari suatu himpunan tertentu!
 - a. $\emptyset$
 - b. $\{\emptyset, \{a\}\}$
 - c. $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$
 - d. $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
9. Jika A adalah himpunan semua bilangan bulat positif yang membagi habis bilangan 2013, tentukan banyak himpunan bagian dari A yang tidak kosong.
10. Dengan menerapkan prosedur yang telah diajarkan, cek kesamaan himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 2, 4\}$. Berapa langkah yang diperlukan untuk memastikan $A = B$? Berapa pencocokan yang harus dilakukan? Apakah kalian dapat membuat kesimpulan keterkaitan antara banyaknya anggota himpunan dengan banyaknya langkah dan banyaknya pencocokan?



Kegiatan 2.3

Memahami Operasi Himpunan

Selama ini kalian mengenal operasi dalam bilangan. Sama seperti bilangan, himpunan-himpunan juga bisa dioperasikan satu sama lain. Operasi-operasi himpunan itu mencakup: (a) Irisan, (b) Gabungan, (c) Selisih, dan (d) Komplemen.

a. Irisan (*Intersection*)



*Ayo
Kita Amati*

Coba amati dengan cermat masalah dan alternatif penyelesaiannya berikut ini.



Masalah 2.7

Bela dan Diva adalah dua orang sahabat. Bela senang dengan bunga mawar, bunga melati, dan bunga anggrek, sedangkan Diva senang dengan bunga matahari dan bunga anggrek.

1. Jika A adalah himpunan bunga yang disenangi oleh Bela dan B adalah himpunan bunga yang disenangi oleh Diva, tentukanlah anggota himpunannya.
2. Apakah ada anggota kedua himpunan itu yang sama?



Alternatif Pemecahan Masalah

A adalah himpunan bunga yang disenangi Bela.

B adalah himpunan bunga yang disenangi Diva.

1. Kedua himpunan itu adalah:
 $A = \{\text{mawar, melati, anggrek}\}$
 $B = \{\text{matahari, anggrek}\}$
2. Untuk melihat apakah ada anggota himpunan A yang sama dengan anggota himpunan B dapat dilakukan dengan membandingkan satu persatu, apakah elemen A ada pasangannya yang sama pada B dan sebaliknya. Kita dapat merancang prosedur sistematis untuk melakukan ini sebagai berikut.
 - a. Ambil elemen pertama A , bandingkan dengan elemen B . Apabila ada pasangan yang anggotanya sama.

- b. Ambil elemen kedua, ketiga, dan seterusnya dari A , bandingkan dengan elemen B , ulangi hal yang sama sampai semua elemen A habis.
- c. Bila setelah semua elemen A habis diproses, tuliskan semua elemen yang menjadi anggota himpunan A dan sekaligus menjadi anggota himpunan B .

Prosedur ini dilakukan sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari A yaitu: mawar. Apakah pasangan yang sama ada di B ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
2. Ambil elemen kedua dari A yaitu: melati. Apakah pasangan yang sama ada di B ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
3. Ambil elemen ketiga dari A yaitu: anggrek. Apakah pasangan yang sama ada di B ? Ada. Jadi anggrek adalah anggota himpunan A yang sekaligus menjadi anggota himpunan B .
4. Karena semua elemen himpunan A telah habis diproses, maka diperoleh satu anggota himpunan A dan sekaligus menjadi anggota himpunan B , yaitu: anggrek



Contoh 2.10

Diketahui himpunan $P = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Temukan anggota himpunan P yang sekaligus menjadi anggota himpunan Q .



Alternatif Penyelesaian

Kedua himpunan itu adalah:

$$P = \{1, 3, 5, 7\} \text{ dan } Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Untuk mencari himpunan dimaksud, kita lakukan prosedur sama seperti prosedur pada alternatif pemecahan Masalah 2.7, sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari P , yaitu: 1. Apakah ada pasangan yang sama di Q ? Ada.
Jadi 1 adalah anggota himpunan P yang sekaligus menjadi anggota himpunan R .
2. Lakukan cara yang sama untuk elemen kedua, ketiga, keempat, dan kelima dari P . Setelah semua elemen P telah habis diproses, maka anggota himpunan P yang sekaligus menjadi anggota himpunan R adalah 1, 3, dan 5.

Berdasarkan Masalah 2.7 dan Contoh 2.10, dapat disimpulkan irisan himpunan sebagai berikut.

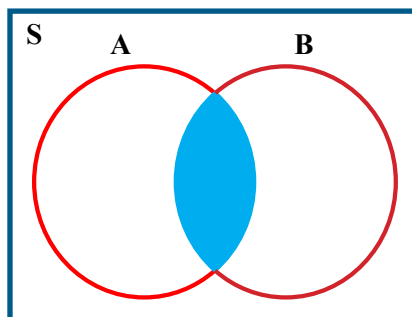


Ayo Kita Menggali Informasi

Misalkan S adalah himpunan semesta, irisan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota S yang merupakan anggota himpunan A dan anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A \cap B$.

Irisan dua himpunan dinotasikan $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$.

$A \cap B$ dalam diagram *Venn* disajikan sebagai daerah yang diarsir



Gambar 2.11 Diagram *Venn* $A \cap B$

Diketahui himpunan

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

Selidikilah apakah $A \cap B = B \cap A = \emptyset$

Untuk menyelidiki apakah $A \cap B = \emptyset$, kita lakukan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari A , yaitu 1. Apakah ada pasangan yang sama di B ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya.
2. Dengan melakukan cara yang sama untuk semua elemen himpunan A , ternyata tidak ada elemen himpunan A yang sama dengan elemen himpunan B .

Berarti tidak ada anggota himpunan A yang mempunyai pasangan dengan anggota himpunan B , artinya tidak ada anggota himpunan A yang sekaligus menjadi anggota himpunan B . Hal ini berarti irisan himpunan A dengan himpunan B adalah himpunan kosong atau $A \cap B = \emptyset$.

Untuk menyelidiki apakah $B \cap A = \emptyset$ kita lakukan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Ambil elemen pertama dari B , yakni 2. Apakah ada pasangan yang sama di A ? Tidak ada. Lanjutkan ke elemen berikutnya!
2. Dengan melakukan cara yang sama untuk semua elemen himpunan B , ternyata tidak ada elemen himpunan B yang sama dengan elemen himpunan A .

Berarti tidak ada anggota himpunan B yang mempunyai pasangan dengan anggota himpunan A , artinya tidak ada anggota himpunan B yang sekaligus menjadi anggota himpunan A . Hal ini berarti irisan himpunan B dengan himpunan A adalah kosong atau $B \cap A = \emptyset$. Berdasarkan hasil penyelidikan diperoleh $A \cap B = \emptyset$ dan $B \cap A = \emptyset$, sehingga dapat ditulis $A \cap B = B \cap A = \emptyset$.

Oleh karena $A \cap B = B \cap A = \emptyset$, maka tidak ada anggota himpunan A yang menjadi anggota himpunan B .

Berdasarkan keterangan di atas dapat disimpulkan sebagai berikut

Himpunan A dan B dikatakan saling lepas atau saling asing, jika tidak ada anggota A yang merupakan anggota B , dilambangkan dengan $A \cap B = \emptyset$.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian coba tulislah pertanyaan yang berkaitan dengan irisan dari dua himpunan



Ayo Kita Menalar

1. Jika A = himpunan pria, dan B = himpunan wanita, apa yang bisa kamu temukan?
2. Diberikan $A = \{x \mid x < 5, x \text{ bilangan asli}\}$ dan $B = \{x \mid x > 5, x \text{ bilangan asli}\}$, apakah $(A \cap B) = \emptyset$? Jika $A \cap B = \emptyset$, apakah $B \cap A = \emptyset$?



Ayo Kita Berbagi

Coba diskusikan hasil menalar kalian dengan temanmu, dan presentasikan hasilnya di depan kelas jika ada perbedaan coba taanyakan kepada gurumu.



Ayo Kita Amati

Amatilah masalah penggunaan diagram Venn dalam kehidupan sehari-hari berikut ini.



Masalah 2.8

Dalam suatu kelas terdapat 30 orang siswa yang senang dengan pelajaran Matematika, 25 orang siswa senang dengan pelajaran Fisika, dan 10 orang siswa senang pelajaran matematika dan fisika.

- a) Gambarlah diagram *Venn* dari keterangan di atas
- b) Berapa orang siswa yang hanya senang pelajaran matematika?
- c) Berapa orang siswa yang hanya senang pelajaran fisika?
- d) Berapa banyak siswa dalam kelas itu?



Alternatif Pemecahan Masalah

Pada masalah ini, tidak disajikan anggota-anggota setiap himpunan, cukup kita fokus pada banyak anggota setiap himpunan.

Perlu kalian ketahui bahwa siswa yang senang dengan pelajaran matematika tidak menutup kemungkinan bahwa siswa tersebut juga senang dengan pelajaran fisika, sebaliknya juga demikian.

Misalkan A adalah himpunan semua siswa yang senang belajar matematika, maka $n(A) = 30$.

Misalkan B adalah himpunan semua siswa yang senang belajar fisika, maka $n(B) = 25$.

Misalkan M adalah himpunan semua siswa yang *hanya* senang belajar matematika.

Misalkan F adalah himpunan semua siswa yang *hanya* senang belajar fisika.

Misalkan S adalah himpunan semua siswa dalam satu kelas.

$A \cap B$ adalah himpunan siswa senang pelajaran matematika dan fisika, maka $n(A \cap B) = 10$.

a) Diagram Venn

b) Siswa yang hanya senang pelajaran matematika.

Banyak siswa yang senang pelajaran matematika adalah banyak siswa yang hanya senang belajar matematika ditambah dengan banyak siswa yang senang belajar kedua-duanya.

$$\begin{aligned} n(A) &= n(M) + n(A \cap B) \\ 30 &= n(M) + 10 \\ n(M) &= 30 - 10 \\ &= 20 \end{aligned}$$

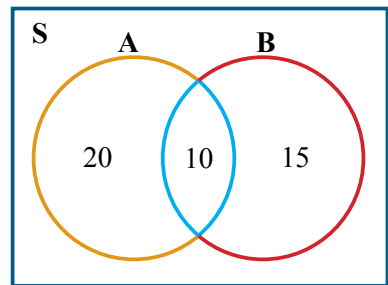
Maka banyak siswa yang hanya senang belajar matematika adalah 20 orang.

c) Siswa yang hanya senang pelajaran fisika.

Banyak siswa yang senang pelajaran fisika adalah banyak siswa yang hanya senang belajar fisika ditambah dengan banyak siswa yang senang belajar kedua-duanya.

$$\begin{aligned} n(B) &= n(F) + n(A \cap B) \\ 25 &= n(F) + 10 \\ n(F) &= 25 - 10 = 15 \end{aligned}$$

Maka banyak siswa yang hanya senang belajar matematika adalah 15 orang.



Gambar 2.12 Diagram Venn

d) Banyak siswa dalam kelas

Banyak siswa dalam satu kelas yaitu banyak siswa yang hanya senang belajar matematika ditambah dengan banyak siswa yang hanya senang belajar fisika ditambah dengan banyak siswa yang senang belajar kedua-duanya.

$$\begin{aligned}n(S) &= n(M) + n(I) + n(A \cap B) \\&= 20 + 15 + 10 \\&= 45\end{aligned}$$

Jadi banyak siswa satu kelas itu adalah 45 orang.



Ayo Kita Menggali Informasi



Contoh 2.11

Diketahui himpunan $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Selidiki apakah $A \subset B$, bagaimana hubungan $A \cap B$ dengan himpunan A ?



Alternatif Penyelesaian

Kedua himpunan itu adalah:

$$A = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Untuk menyelidiki apakah $A \subset B$, kita lakukan langkah berikut.

Memeriksa apakah seluruh anggota himpunan A ada di himpunan B yaitu: $1 \in A$ dan $1 \in B$; $3 \in A$ dan $3 \in B$; $5 \in A$ dan $5 \in B$; $7 \in A$ dan $7 \in B$. Karena seluruh anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B , maka disimpulkan $A \subset B$.

Hubungan $A \cap B$ dengan himpunan A :

Karena: $1 \in A$ dan $1 \in B$; $3 \in A$ dan $3 \in B$; $5 \in A$ dan $5 \in B$; $7 \in A$ dan $7 \in B$

$$\text{Maka } (A \cap B) = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{Ternyata } (A \cap B) = A$$

Berdasarkan keterangan di atas dapat disimpulkan bahwa

Misalkan A dan B adalah dua himpunan. Jika $A \subset B$, maka $A \cap B = A$



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan penggunaan diagram Venn dalam kehidupan sehari-hari. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis



Ayo Kita Menalar

Di antara warga RT 05 yang terdiri atas 50 orang, ternyata 20 orang berlangganan majalah, 25 orang berlangganan koran, dan 5 orang berlangganan keduanya.

- Gambarlah suatu diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas
- Berapa banyak warga RT 05 yang tidak berlangganan koran atau majalah?
- Berapa banyak warga RT 05 yang berlangganan koran saja?
- Berapa banyak warga RT 05 yang berlangganan majalah saja?
- Berapa banyak warga RT 05 yang tidak berlangganan majalah?



Ayo Kita Berbagi

Setelah kalian yakin bahwa jawabanmu benar, coba presentasikan jawabanmu di depan kelas.

b. Gabungan (Union)



Ayo Kita Amati

Coba amati Masalah 2.9 dan 2.10 serta alternatif penyelesaiannya berikut ini.



Masalah 2.9

Budi dan Tono adalah siswa kelas VII SMP. Budi berteman dengan Hana, Bela, Marto, dan Irwan. Sedangkan Tono berteman dengan Bela, Diva, dan Yaska.

- Tentukanlah anggota himpunan teman Budi dan anggota himpunan teman Tono.
- Jika teman Budi dan teman Tono digabung, berapa orang teman kedua siswa itu?



Alternatif Pemecahan Masalah

Misalkan: B adalah himpunan teman Budi

T adalah himpunan teman Tono

1. Anggota himpunan B dan himpunan T adalah:

$B = \{\text{Hana, Bela, Marto, Irwan}\}$

$T = \{\text{Bela, Diva, Yaska}\}$

2. Jika teman Budi digabung dengan teman Tono, maka

Untuk mencari gabungan kedua himpunan itu dapat kita lakukan dengan langkah sebagai berikut.

- Periksa elemen himpunan B dan elemen himpunan T .
- Ambil elemen pertama dari B kemudian cocokkan dengan elemen himpunan T , bila ada yang sama, hapus elemen tersebut dari himpunan T . Jika tidak ada yang sama, lanjut ke elemen berikutnya.
- Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen B telah selesai dicocokkan.
- Semua elemen himpunan B ditambahkan dengan sisa elemen himpunan T merupakan gabungan himpunan B dengan himpunan T .

Untuk mencari gabungan himpunan B dengan himpunan T di atas kita lakukan sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari himpunan B , yaitu Hana. Apakah Hana elemen dari T ? Tidak, lanjutkan ke elemen berikutnya.
- Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen B telah selesai dicocokkan.
- Anggota himpunan B , yaitu: Hana, Bela, Marto, dan Irwan ditambah dengan elemen himpunan T yang tersisa, yaitu Bela, dan Diva, merupakan gabungan himpunan B dengan himpunan T dan kumpulkan anggota kedua himpunan tersebut dalam himpunan baru.
- Misalkan himpunan yang baru itu adalah G , maka $G = \{\text{Hana, Bela, Marto, Irwan, Diva, Yaska}\}$ dan banyak anggotanya adalah 6.

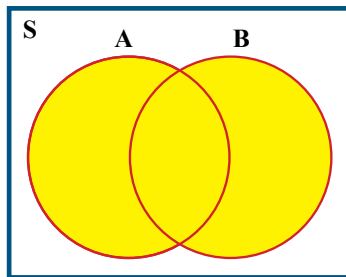
Oleh karena itu, gabungan himpunan B dan himpunan T adalah anggota himpunan B atau anggota himpunan T .

Berdasarkan kerangan di atas, gabungan dari dua himpunan dapat disimpulkan sebagai berikut.



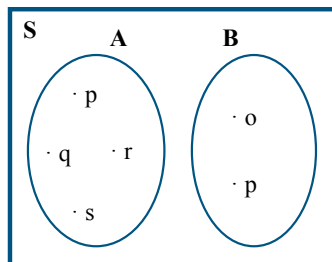
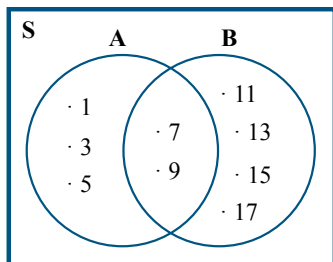
Misalkan S adalah himpunan semesta, gabungan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota S yang merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B , dilambangkan dengan $A \cup B$. Gabungan dua himpunan ditulis $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$.

$A \cup B$ disajikan pada Gambar 2.13.



Gambar 2.13 Diagram Venn $A \cup B$

Perhatikan kedua diagram Venn berikut.



Gambar 2.14 Diagram Venn a dan b

Berdasarkan diagram Venn pada Gambar 2.14 a dan b, maka kita peroleh:

$$n(A) = 5$$

$$n(B) = 6$$

$$n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = 9$$

ternyata: ternyata:

$$9 = 5 + 6 - 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A) = 4$$

$$n(B) = 2$$

$$n(A \cap B) = 0$$

$$n(A \cup B) = 6$$

$$6 = 4 + 2 - 0$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

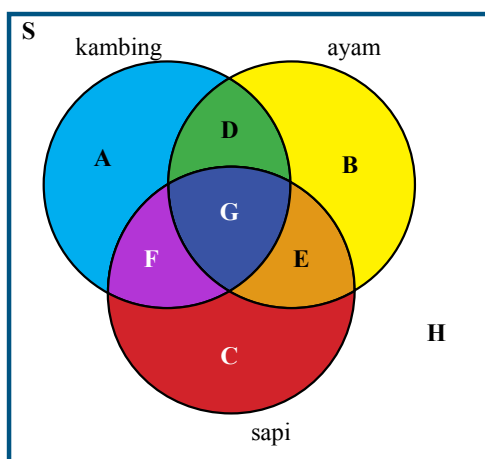
sehingga dapat disimpulkan

Untuk himpunan A dan B berlaku: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Masalah 2.10

Di Desa Sabulan yang terletak di pulau Samosir terdapat 100 rumah tangga. Dari jumlah tersebut 60 rumah tangga memelihara ternak ayam, 35 rumah tangga memelihara ternak kambing, 45 rumah tangga memelihara ternak sapi, 15 rumah tangga memelihara ternak ayam dan ternak kambing, 5 rumah tangga memelihara ternak kambing dan ternak sapi, 20 rumah tangga memelihara ternak ayam dan ternak sapi. Jika 5 rumah tangga memelihara ketiga ternak itu, selesaikanlah permasalahan berikut.

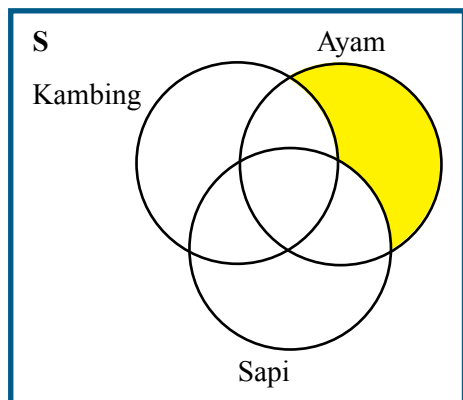
- Gambarkanlah diagram Venn dari keterangan di atas.
- Berapa rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam?
- Berapa rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing?
- Berapa rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi?
- Berapa rumah tangga yang tidak memelihara ternak ketiga-tiganya?



Gambar 2.15 Diagram Venn Keadaan Ternak Peliharaan Penduduk

Keterangan gambar:

- S = Penduduk Sabulan yang memelihara ternak;
A = Himpunan rumah tangga yang hanya memelihara kambing;
B = Himpunan rumah tangga yang hanya memelihara ayam;
C = himpunan rumah tangga yang hanya memelihara sapi;
D = Himpunan rumah tangga yang memelihara ayam dan kambing;
E = Himpunan rumah tangga yang memelihara ayam dan sapi;
F = Himpunan rumah tangga yang memelihara kambing dan sapi;
G = Himpunan rumah tangga yang memelihara ayam, kambing, dan sapi sekaligus;
H = Himpunan rumah tangga yang tidak memelihara ayam, kambing, dan sapi.

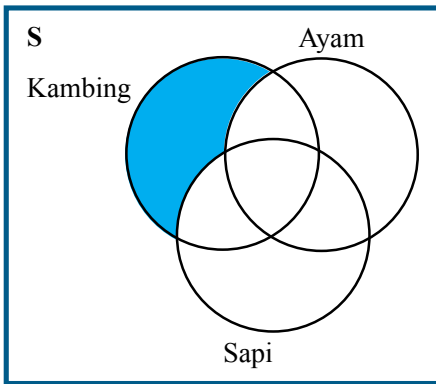


- b) Banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam.

$$\begin{aligned}
 \text{Banyak rumah tangga yang memelihara ayam} &= n(B) + n(D) + n(E) + n(G) \\
 60 &= n(B) + 15 + 20 + 5 \\
 n(B) &= 60 - 40 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

Maka banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam adalah 20 rumah tangga.

Diagram Venn banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak ayam sebagai berikut.



- c) Banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing.

Banyak rumah tangga yang memelihara kambing = $n(A) + n(D) + n(F) + n(G)$

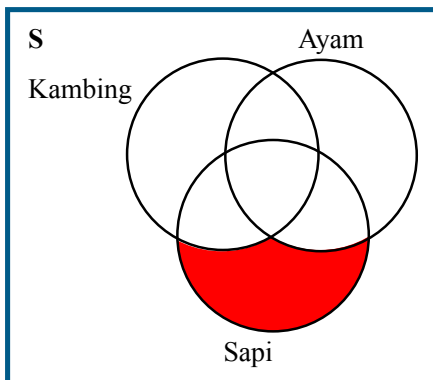
$$35 = n(A) + 15 + 5 + 5$$

$$n(A) = 35 - 25$$

$$= 10$$

Maka banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing adalah 10 rumah tangga.

Diagram Venn banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak kambing sebagai berikut



- d) Banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi.

Banyak rumah tangga yang memelihara sapi = $n(C) + n(E) + n(F) + n(G)$

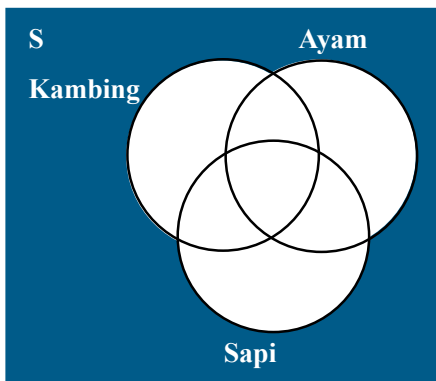
$$45 = n(C) + 20 + 5 + 5$$

$$n(C) = 45 - 30$$

$$= 15$$

Maka banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi adalah 15 rumah tangga.

Diagram Venn banyak rumah tangga yang hanya memelihara ternak sapi sebagai berikut.



- e) Banyak rumah tangga yang tidak memelihara ketiga ternak (ayam, kambing, sapi)

$$n(H) = n(S) - n(A) - n(B) - n(C) + n(D) - n(E) - n(F) - n(G)$$

$$n(H) = 100 - 10 - 20 - 15 - 15 - 20 - 5 - 5$$

$$n(H) = 100 - 90 = 10$$

Maka banyak rumah tangga yang tidak memelihara ketiga ternak (ayam, kambing, sapi) adalah 10 rumah tangga.

Diagram Venn banyak rumah tangga yang tidak memelihara ketiga ternak (ayam, kambing, sapi) sebagai berikut.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian terhadap kedua masalah tersebut, coba buatlah pertanyaan yang terkait gabungan dua himpunan, diagram venn, dan hubungan antara irisan dan gabungan.

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis



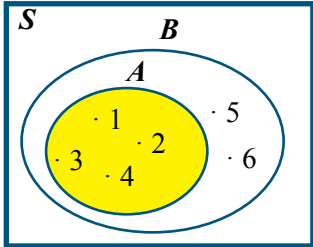
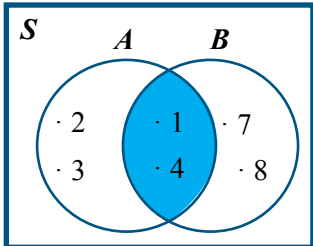
Ayo Kita Menggali Informasi

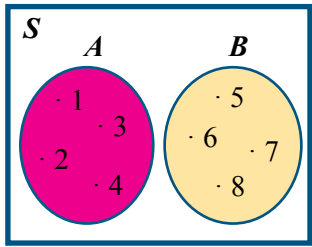
◆ Ada beberapa relasi antar himpunan, yaitu:

1. Himpunan A adalah himpunan bagian (*subset*) dari Himpunan B
2. Himpunan A berpotongan (*intersected*) dengan Himpunan B
3. Himpunan A saling asing (*disjoint*) dengan Himpunan B

Relasi himpunan A dan B dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 2.1 Relasi antara dua himpunan

Himpunan A	Himpunan B	Relasi	Diagram Venn
$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	Himpunan A adalah himpunan bagian dari Himpunan B dinotasikan dengan $A \subset B$	
$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 4, 7, 8\}$	Himpunan A dan B berpotongan dinotasikan dengan $A \cap B = \{1, 4\}$	

$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{5, 6, 7, 8\}$	Himpunan A dan B saling lepas dinotasikan dengan $A \cap B = \emptyset$	
------------------	------------------	---	--

Perhatikan kembali gambar berikut.
Berdasarkan Gambar 2.16, diperoleh

$$n(A) = 7$$

$$n(B) = 9$$

$$n(C) = 10$$

$$n(A \cap B) = 3$$

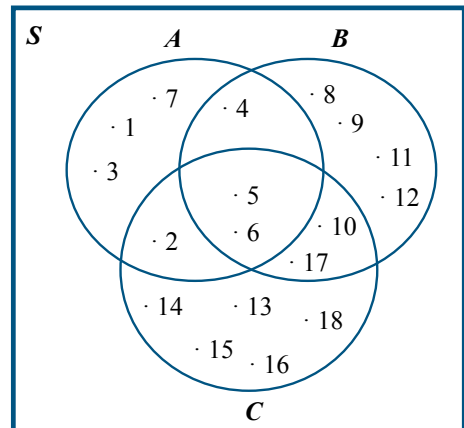
$$n(A \cap C) = 3$$

$$n(B \cap C) = 4$$

$$n(A \cap B \cap C) = 2$$

$$n(A \cup B \cup C) = 18$$

ternyata:



Gambar 2.16 Diagram Venn tiga himpunan

$$18 = 7 + 9 + 10 - 3 - 3 - 4 + 2$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Berdasarkan keterangan di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Misalkan A , B , dan C adalah himpunan, maka

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



**Ayo Kita
Menalar**

- Berdiskusilah dengan temanmu, apakah persamaan yang kita temukan di atas berlaku untuk tiga himpunan A , B , dan C jika:
 - A dan B beririsan sedangkan C tidak beririsan dengan A atau B .
 - A dan C beririsan sedangkan B tidak beririsan dengan A atau C .
 - B dan C beririsan sedangkan A tidak beririsan dengan B atau C .
 - A dan B beririsan, B dan C beririsan, sedangkan $(A \cap B \cap C) = \emptyset$.
 - Ketiga himpunan tidak saling beririsan.
- Coba selesaikan soal-soal berikut
Dalam sekelompok siswa setelah dilakukan survey terhadap kegemaran olah raganya diperoleh data sebagai berikut
24 siswa gemar bola voli, 30 siswa gemar sepak bola, 20 siswa gemar bulu tangkis, 10 siswa gemar bola voli dan sepak bola, 12 siswa gemar bola voli

dan bulu tangkis, 15 siswa gemar sepak bola dan bulu tangkis, 5 siswa gemar ketiganya, serta 3 anak tidak gemar ketiganya

- Buatlah diagram venn dari keterangan tersebut
- Berapa banyak siswa dalam kelompok tersebut
- Berapa banyak siswa yang hanya suka bola voli
- Berapa banyak siswa yang hanya suka sepak bola
- Berapa banyak siswa yang hanya suka bulu tangkis



Ayo Kita Berbagi

Tukarkan jawabanmu dengan temanmu dalam kelompok kecil dan coba cocokkan, jika masih ada perbedaan diskusikanlah.

c. Komplemen (Complement)

Gabungan, Irisan, dan Selisih adalah contoh dari operasi biner, yaitu operasi yang memerlukan dua unsur untuk dioperasikan. Selain operasi biner ada operasi uner yang hanya memerlukan satu unsur, yaitu operasi komplemen. Berbeda dengan operasi biner yang mana semestanya tidak perlu ditetapkan, maka operasi komplemen memerlukan ditetapkannya himpunan semesta. Tanpa himpunan semesta, operasi komplemen ini tidak bisa dilakukan. Sebenarnya operasi komplemen ini mirip dengan operasi selisih, hanya saja yang dicari adalah selisih dari semesta dari himpunan tertentu.



Ayo Kita Amati

Coba amati dengan cermat masalah dan contoh berikut ini.



Masalah 2.11

Di wilayah RT 05 ada penduduk yang memelihara hewan ternak. Hewan ternak tersebut antara lain adalah kuda, sapi, kambing, ayam, bebek, kelinci, dan burung. Pak Harno dan Pak ahmad adalah penduduk RT 05. Pak Harno mempunyai hewan ternak ayam, burung, dan kelinci. Pak Ahmad mempunyai hewan ternak bebek, kambing, dan burung. Tentukan

- Tentukan hewan ternak di wilayah RT 05 yang bukan milik Pak Harno.
- Tentukan hewan ternak di wilayah RT 05 yang bukan milik Pak Ahmad.



Alternatif Pemecahan Masalah

Misalkan: S adalah himpunan semua hewan ternak yang ada di wilayah RT 05

A adalah himpunan semua hewan milik Pak Harno

B adalah himpunan hewan ternak milik Pak Ahmad

Maka himpunan-himpunan itu adalah:

$S = \{\text{kuda, sapi, kambing, ayam, bebek, kelinci, dan burung}\}$

$A = \{\text{ayam, burung, dan kelinci}\}$

$B = \{\text{bebek, kambing, dan burung}\}$

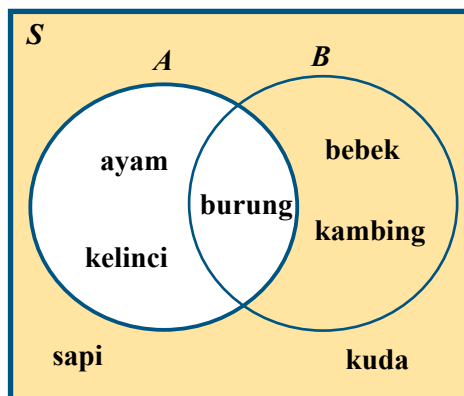
1. Misalkan himpunan hewan ternak di wilayah RT 05 yang bukan milik Pak Harno adalah P . P adalah himpunan yang anggotanya bukan anggota himpunan A , tetapi anggotanya pada himpunan S .

Untuk menentukan anggota himpunan P , yang anggotanya bukan anggota himpunan A , tetapi anggotanya pada himpunan S , kita lakukan dengan memasangkan anggota himpunan A dan himpunan S dengan algoritma sebagai berikut.

- a. Ambil elemen pertama dari A . Cocokkan dengan elemen-elemen S . Bila ada yang cocok, hapus dari anggota S .
- b. Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua dari A , elemen ketiga dari A sampai semua elemen A telah selesai dicocokkan.
- c. Hapus anggota himpunan S yang merupakan anggota himpunan A , sehingga anggota himpunan S yang tersisa adalah kuda, sapi, kambing, dan bebek.

Dengan demikian anggota himpunan P adalah anggota himpunan S yang tersisa, yaitu $P = \{\text{kuda, sapi, kambing, bebek}\}$.

Diagram *Venn* dari himpunan P ditunjukkan Gambar 2.17 berikut

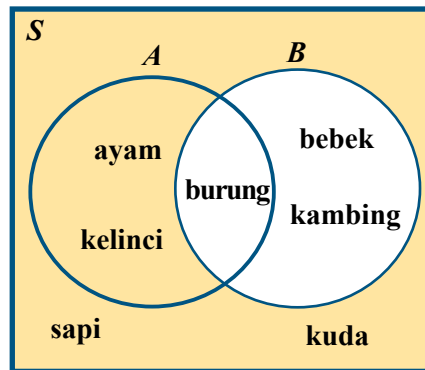


Gambar 2.17 Diagram Venn himpunan P

2. Misalkan Q adalah hewan ternak di wilayah RT 05 yang bukan milik Pak Ahmad. Q adalah himpunan yang anggotanya bukan anggota himpunan B , tetapi anggotanya pada himpunan S .

Untuk menentukan anggota himpunan Q , yang anggotanya bukan anggota himpunan B , tetapi anggotanya pada himpunan S , kita lakukan dengan memasangkan anggota himpunan B dan himpunan S dengan algoritma sebagai berikut.

- Ambil elemen pertama dari B . Cocokkan dengan elemen-elemen S . Bila ada yang cocok, hapus dari anggota himpunan S .
- Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua dari B , elemen ketiga dari B sampai semua elemen dari B telah selesai dicocokkan.
- Hapus anggota himpunan S yang merupakan anggota himpunan B , sehingga anggota himpunan S yang tersisa adalah kuda, sapi, ayam, dan kelinci. Dengan demikian anggota himpunan Q adalah anggota himpunan S yang tersisa, yaitu $Q = \{\text{kuda, sapi, ayam, kelinci}\}$.



Gambar 2.18 Diagram Venn himpunan Q

Diagram *Venn* dari himpunan Q ditunjukkan pada Gambar 2.18 berikut

Berdasarkan alternatif penyelesaian Masalah 2.11 dan diagram tersebut kita peroleh definisi sebagai berikut.



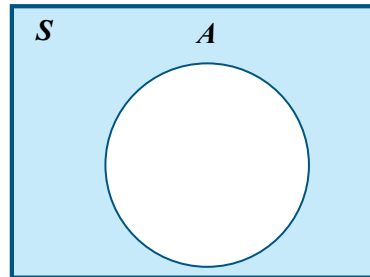
Sedikit Informasi

Misalkan S adalah himpunan semesta dan A adalah suatu himpunan.

- Komplemen himpunan A adalah suatu himpunan semua anggota himpunan S yang bukan anggota himpunan A , dinotasikan dengan A^c .
- Notasi pembentuk himpunan A^c adalah $A^c = \{x \mid x \in S \text{ tetapi } x \notin A\}$
- Pada diagram *Venn*, A^c merupakan daerah yang berwarna.
- Sifat-sifat komplemen dari himpunan

Misalkan A dan B adalah himpunan, maka berlaku

- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- Jika A^c adalah komplemen himpunan A , maka $(A^c)^c = A$





Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “himpunan yang anggotanya bukan himpunan.....”
2. “komplemen dari himpunan.....”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis



Contoh 2.12

Misalkan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan $A = \{1, 3, 5, 7\}$. Tentukan A^c



Alternatif Penyelesaian

Komplemen dari A adalah anggota himpunan S yang bukan anggota himpunan A , yaitu $A^c = \{2, 4, 6\}$.

Setelah kalian memahami komplemen dari suatu himpunan, coba nalarkan pikiran kalian dengan mengerjakan soal berikut.



Ayo Kita Bernalar

1. Jika $M = A^c$, sebutkanlah anggota himpunan M^c . Bagaimana hubungan M^c dengan A ?
2. Jika P adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan $(A \cap B)^c$, sebutkanlah anggota himpunan P^c . Bagaimana hubungan P^c dengan $(A \cap B)$?



Ayo Kita Berbagi

Setelah kalian mencoba menalar, coba tanyakan pada guru kalian tentang kebenaran jawabanmu. Jika masih salah mintalah petunjuk cara menyelesaikannya.

d. Selisih (Difference)



Ayo Kita Amati

Coba amati dengan cermat masalah dan contoh berikut ini.



Masalah 2.12

Aturan pembagian kelas di sebuah SMP didasarkan pada hasil tes I dan tes II. Siswa yang lulus tes I dan tes II akan ditempatkan di kelas VII-A, siswa yang hanya lulus tes I ditempatkan di kelas VII-B, dan siswa yang hanya lulus tes II akan di tempatkan di kelas VII-C. Hasil tes 10 orang siswa ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 2.2 Hasil Tes I Pembagian Kelas di SMP

No	Nama	Hasil Tes	
		Tes I	Tes II
1	Toni	Lulus	Tidak Lulus
2	Wanti	Tidak Lulus	Lulus
3	Budi	Lulus	Lulus
4	Eka	Lulus	Lulus
5	Boby	Lulus	Tidak Lulus
6	Rudi	Tidak Lulus	Lulus
7	Bela	Lulus	Lulus
8	Tino	Lulus	Tidak Lulus
9	Diva	Lulus	Lulus
10	Nurhasanah	Tidak Lulus	Lulus

Jika A adalah himpunan siswa yang lulus tes I dan B adalah himpunan siswa yang lulus tes II.

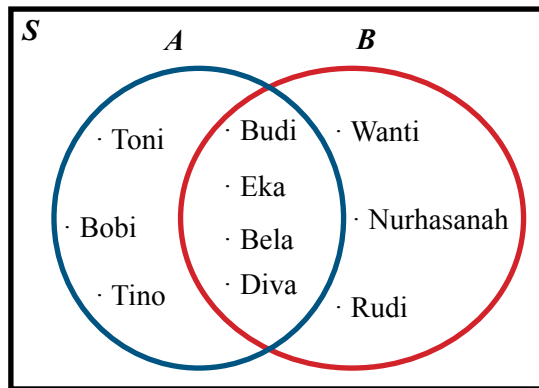
1. Tentukanlah anggota himpunan A dan himpunan B .
2. Tempatkanlah siswa berdasarkan kelas masing-masing.
3. Gambarkanlah diagram Venn himpunan A dan B .



Alternatif Pemecahan Masalah

1. Anggota himpunan A dan himpunan B .
 $A = \{\text{Toni, Budi, Eka, Boby, Bela, Tino, Diva}\}$
 $B = \{\text{Wanti, Budi, Eka, Rudi, Susan, Diva, Nurhasanah}\}$

2. Pembagian kelas masing-masing siswa adalah:
 - a. Siswa yang ditempatkan di kelas VII-A yaitu siswa yang lulus tes I dan tes II. Dapat disebut siswa kelas VII-A adalah anggota himpunan A irisan himpunan B .
 - b. Siswa yang ditempatkan di kelas VII-B adalah siswa yang hanya lulus tes I. Dapat disebut bahwa siswa kelas VII-B adalah anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B .
 - c. Siswa yang ditempatkan di kelas VII-C adalah siswa yang hanya lulus tes II. Dapat disebut bahwa siswa kelas VII-C adalah anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A .
 - d. Dengan demikian, himpunan siswa ketiga kelas itu adalah:
 - Kelas VII-A = {Budi, Eka, Bela, Diva}
 - Kelas VII-B = {Toni, Bobby, Tino}
 - Kelas VII-C = {Wanti, Rudi, Nurhasanah}
3. Diagram Venn himpunan A dan B ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 2.19 Diagram Venn Himpunan A dan B

Contoh 2.13

Diketahui himpunan A adalah himpunan semua bilangan asli yang kurang dari 5 dan B adalah himpunan semua bilangan ganjil yang kurang dari 5.

1. Jika C adalah himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B , maka tentukanlah anggota himpunan C
2. Jika D adalah himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A , maka tentukanlah anggota himpunan D



Anggota himpunan A dan anggota himpunan B adalah:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 3\}$$

C adalah himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B .

Untuk menemukan sebuah himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B dapat kita lakukan dengan membandingkan anggota himpunan A dan himpunan B dengan algoritma sebagai berikut.

- a. Ambil elemen pertama dari A . Jika elemen tersebut ada di himpunan B hapus dari anggota A , jika tidak ada di B biarkan pada himpunan A .
 - b. Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen A telah selesai dicocokkan.
 - c. Himpunan A yang tidak terhapus merupakan himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B .
1. Dengan menggunakan algoritma ini, kita lakukan sebagai berikut.
- a. Ambil elemen pertama dari A yaitu: 1. Apakah 1 ada di B ? Ya. Maka hapus dari A , sehingga $A = \{2, 3, 4\}$.
 - b. Ulangi proses tersebut untuk elemen kedua, ketiga sampai semua elemen A telah habis dicocokkan.
 - c. Karena semua anggota himpunan A telah dicocokkan dengan anggota himpunan B , maka himpunan A yang tersisa merupakan himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B , yaitu himpunan $C = \{2, 4\}$.
- Himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B merupakan selisih himpunan A dan B .
2. D adalah himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A , dengan menggunakan algoritma pada butir (1), kita cari anggota himpunan D sebagai berikut.
- a. Ambil elemen pertama dari B yaitu: 1. Apakah 1 ada di A ? Ya. Maka hapus dari B , sehingga $B = \{3\}$.
 - b. Ambil elemen kedua dari B yaitu: 3. Apakah 3 ada di A ? Ya. Maka hapus dari B , sehingga $B = \{\}$.
 - c. Karena semua anggota himpunan B telah dicocokkan dengan anggota himpunan A , maka himpunan B yang tersisa merupakan himpunan yang anggotanya seluruh anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A yaitu himpunan $D = \{\}$.

Himpunan yang anggotanya semua anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A merupakan selisih himpunan B dan A .

Berdasarkan Masalah 2.12 dan Contoh 2.13, kita simpulkan berikut.



Sedikit Informasi

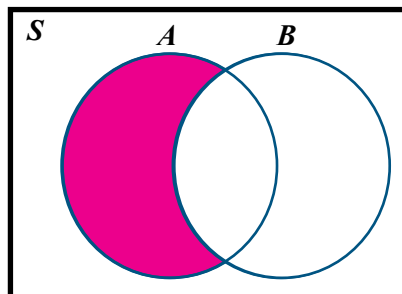
- Selisih himpunan B terhadap himpunan A adalah himpunan semua anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B , dinotasikan dengan $A - B$.
- Dengan notasi pembentuk himpunan dapat dituliskan

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\} = A \cap B^c$$

- Diagram Venn $A - B$ merupakan daerah yang berwarna:
- Sifat-sifat selisih himpunan

Untuk sebarang himpunan A dan B , berlaku:

- Jika $A \cap B = \emptyset$, maka $A - B = A$ dan $B - A = B$
- Jika $A \subset B$, maka $A - B = \emptyset$



Gambar 2.16 Diagram Venn $A - B$



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan selisih himpunan. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis



Ayo Kita Menalar

Coba selesaikan soal berikut ini

- Misalkan $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 12\}$,
 - Tentukan anggota himpunan $A - B$
 - Tentukan anggota himpunan $B - A$.
 - Diskusikan dengan temanmu bagaimana hubungan $A - B$ dengan himpunan A ? dan bagaimana hubungan $B - A$ dengan himpunan B ?
- Diberikan himpunan A dan B ,
 - Jika $A \cap B = \emptyset$, apakah $A - B = A$ dan $B - A = B$. Diskusikan dengan temanmu.
 - Jika $A \subset B$, apakah $A - B = \emptyset$. Diskusikan dengan temanmu.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan hasil menalar kalian kepada temanmu di depan kelas, jika ada jawaban yang berbeda diskusikan dan mintalah petunjuk dari gurumu.

e. Sifat-sifat Operasi Himpunan

Berbagai sifat operasi himpunan yang perlu kalian ketahui sebagai berikut.

1) Sifat Idempoten



Ayo Kita Amati

Coba amati dengan cermat masalah 2.13 dan alternatif pemecahan berikut ini.



Masalah 2.13

Anto memiliki olahraga kesukaan yaitu: sepak bola, bola voli, dan catur. Misalkan himpunan semua olahraga kesukaan Anto adalah himpunan K .

1. Hal apa yang kalian temukan jika himpunan olahraga kesukaan Anto digabung dengan himpunan olahraga kesukaannya sendiri?
2. Hal apa yang kalian temukan jika himpunan olahraga kesukaan Anto diiriskan dengan himpunan olahraga kesukaannya sendiri?



Alternatif Pemecahan Masalah

$K = \{\text{bola kaki, bola volley, catur}\}$

1. Jika $K \cup K$

Jika K digabung dengan K itu sendiri maka:

$$\begin{aligned} K \cup K &= \{\text{sepak bola, bola voli, catur}\} \cup \{\text{sepak bola, bola voli, catur}\} \\ &= \{\text{sepak bola, bola voli, catur}\} \end{aligned}$$

Ternyata: $K \cup K = K$

2. Jika $K \cap K$

Jika K diiriskan dengan K itu sendiri maka:

$$\begin{aligned} K \cap K &= \{\text{sepak bola, bola voli, catur}\} \cap \{\text{sepak bola, bola voli, catur}\} \\ &= \{\text{sepak bola, bola voli, catur}\} \end{aligned}$$

Ternyata: $K \cap K = K$

Berdasarkan keterangan di atas dapat disimpulkan bahwa



Untuk sebarang himpunan A berlaku $A \cup A = A$; $A \cap A = A$.
Sifat ini disebut dengan sifat *idempoten*.



Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “gabungan” dan “dirinya sendiri”
2. “irisan” dan “dirinya sendiri”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis



1. Jika A adalah himpunan kosong, apakah berlaku $A \cup A = A$? Diskusikan dengan temanmu.
2. Jika A adalah himpunan kosong, apakah berlaku $A \cap A = A$? Diskusikan dengan temanmu.



Presentasikan hasil diskusi dengan temanmu kepada kelompok laian, dan mintalah kelompok lain untuk memberikan tanggapan atas jawabanmu.

2. Sifat Identitas



Coba amati dengan cermat masalah dan alternatif penyelesaiannya berikut ini.



Masalah 2.14

Budi dan Badu adalah siswa kelas VII SMP. Budi senang dengan pelajaran matematika, bahasa Indonesia, dan kimia. Sedangkan Badu tidak senang dengan pelajaran apapun.

1. Jika pelajaran yang disenangi Budi dan Badu merupakan himpunan, tentukanlah anggota kedua himpunan itu.
2. Jika pelajaran yang disenangi Budi di gabung dengan pelajaran yang disenangi Badu, apa yang kalian simpulkan?
3. Pelajaran apa yang sama-sama disenangi Budi dan Badu?



Alternatif Pemecahan Masalah

Misal: A adalah himpunan semua pelajaran yang disenangi Budi.

B adalah himpunan semua pelajaran yang disenangi Badu.

1. Kedua himpunan tersebut adalah
 $A = \{\text{matematika, bahasa Indonesia, kimia}\}$
 B adalah himpunan pelajaran yang disenangi Badu
 $B = \{ \}$
2. Himpunan semua pelajaran yang disenangi Budi digabung dengan himpunan semua pelajaran yang disenangi Badu, dilambangkan dengan $A \cup B$
 $A \cup B = \{\text{matematika, bahasa Indonesia, kimia}\} \cup \{ \}$
 $= \{\text{matematika, bahasa Indonesia, kimia}\}$
 ternyata $A \cup B = A$
3. (3) Himpunan semua pelajaran pelajaran yang sama-sama disenangi Budi dan Badu, dilambangkan dengan $A \cap B$.
 $A \cap B = \{\text{matematika, bahasa Indonesia, kimia}\} \cap \{ \}$
 $= \{ \}$

Maka pelajaran yang sama-sama disenangi Budi dan Badu adalah tidak ada.

Berdasarkan penyelesaian masalah di atas, dapat disimpulkan bahwa



Sedikit Informasi

Untuk sebarang himpunan A , berlaku: $A \cup \emptyset = A$; $A \cap \emptyset = \emptyset$

Sifat ini disebut dengan sifat Identitas



**Ayo Kita
Menanya**

Tuliskan pertanyaan di buku tulismu yang berkaitan dengan sifat identitas tersebut.



**Ayo Kita
Menalar**

Coba diskusikan masalah berikut dengan temanmu

Diberikan himpunan P dan Q

1. Kondisi apa yang harus dipenuhi agar $P \cup Q = P$? Mengapa?
2. Kondisi apa yang harus dipenuhi agar $P \cap Q = \emptyset$? Mengapa?



**Ayo Kita
Berbagi**

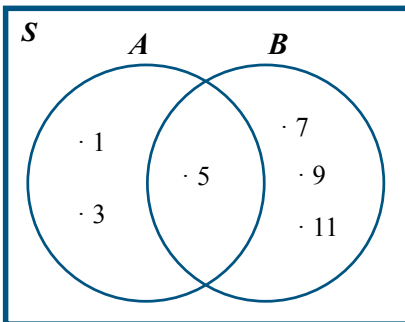
Coba tukarkan hasil diskusi kelompokmu dengan kelompok lain dan saling memberikan masukan dan koreksi jawabanmu.

3. Sifat Komutatif

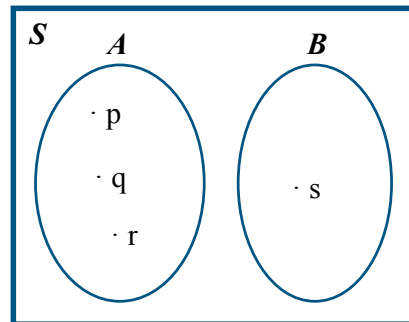


**Ayo
Kita Amati**

Amati diagram Venn a dan b berikut ini



a.



b.

Gambar 2.21 Diagram Venn a dan b

Dari diagram a dan b tersebut diperoleh:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 3, 5\} \\ B &= \{5, 7, 9, 11\} \\ A \cup B &= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ B \cup A &= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ A \cap B &= \{5\} \\ B \cap A &= \{5\} \end{aligned}$$

ternyata:

$$\begin{aligned} A \cup B &= B \cup A \\ A \cap B &= B \cap A \end{aligned}$$

diperoleh:

$$\begin{aligned} A &= \{p, q, r\} \\ B &= \{s\} \\ A \cup B &= \{p, q, r, s\} \\ B \cup A &= \{p, q, r, s\} \\ A \cap B &= \emptyset \\ B \cap A &= \emptyset \end{aligned}$$

ternyata:

$$\begin{aligned} A \cup B &= B \cup A \\ A \cap B &= B \cap A \end{aligned}$$



Sedikit Informasi

Misalkan A dan B adalah himpunan: $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$
Sifat ini disebut sifat *Komutatif*



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan sifat komutatif irisan dan gabungan. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menalar

1. Apakah jika A adalah himpunan kosong berlaku $A \cup B = B \cup A$?
Diskusikan dengan temanmu.
2. Apakah jika A adalah himpunan kosong berlaku $A \cap B = B \cap A$?
Diskusikan dengan temanmu



Ayo Kita Berbagi

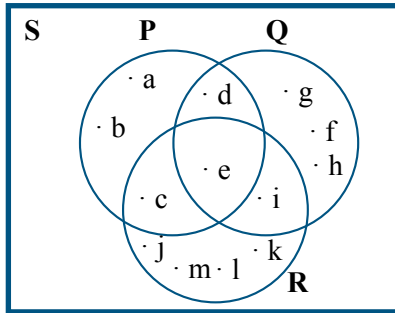
Coba tukarkan hasil diskusi kelompokmu dengan kelompok lain dan saling memberikan masukan dan koreksi jawabanmu.

4. Sifat Asosiatif

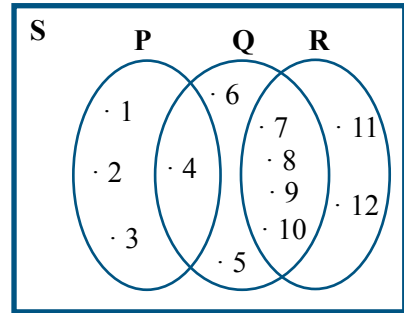


**Ayo
Kita Amati**

Perhatikan kembali diagram *Venn* berikut.



a



b

Gambar 2.22 Diagram *Venn* a dan b

Berdasarkan Gambar 2.22 maka diperoleh:

$$\begin{aligned} P &= \{a, b, c, d, e\} \\ Q &= \{d, e, f, g, h, i\} \\ R &= \{c, e, i, j, k, l, m\} \\ P \cup Q &= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\} \\ Q \cup R &= \{c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\} \\ (P \cup Q) \cup R &= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\} \\ P \cup (Q \cup R) &= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\} \\ (P \cap Q) \cap R &= \{e\} \\ P \cap (Q \cap R) &= \{e\} \end{aligned}$$

ternyata

$$\begin{aligned} (P \cup Q) \cup R &= P \cup (Q \cup R) \\ (P \cap Q) \cap R &= P \cap (Q \cap R) \end{aligned}$$

diperoleh:

$$\begin{aligned} P &= \{1, 2, 3, 4\} \\ Q &= \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ R &= \{7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ P \cup Q &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ Q \cup R &= \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ (P \cup Q) \cup R &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ P \cup (Q \cup R) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ (P \cap Q) \cap R &= \emptyset \\ P \cap (Q \cap R) &= \emptyset \end{aligned}$$

ternyata:

$$\begin{aligned} (P \cup Q) \cup R &= P \cup (Q \cup R) \\ (P \cap Q) \cap R &= P \cap (Q \cap R) \end{aligned}$$



**Sedikit
Informasi**

Untuk sebarang himpunan P , Q , dan R , berlaku:

$$(P \cup Q) \cup R = P \cup (Q \cup R)$$

$$(P \cap Q) \cap R = P \cap (Q \cap R)$$

Sifat ini disebut sifat Asosiatif



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan sifat asosiatif irisan dan gabungan. Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menalar

1. Jika P adalah himpunan kosong, apakah berlaku $(P \cup Q) \cup R = P \cup (Q \cup R)$? Diskusikan dengan temanmu.
2. Jika P adalah himpunan kosong, apakah berlaku $(P \cap Q) \cap R = P \cap (Q \cap R)$? Diskusikan dengan temanmu



Ayo Kita Berbagi

Coba tukarkan hasil diskusi kelompokmu dengan kelompok lain dan saling memberikan masukan dan koreksi jawabanmu

e. Sifat Distributif



Ayo Kita Amati

Amati kembali Gambar 2.17.

Dari diagram *Venn* a dan b ditemukan juga:

diagram *Venn* a

$$P \cup (Q \cap R) = \{a, b, c, d, e, i\}$$

$$(P \cup Q) \cap (P \cup R) = \{a, b, c, d, e, i\}$$

$$P \cap (Q \cup R) = \{c, d, e\}$$

$$(P \cap Q) \cup (P \cap R) = \{c, d, e\}$$

ternyata:

$$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

$$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$

diagram *Venn* b

$$P \cup (Q \cap R) = \emptyset$$

$$(P \cup Q) \cap (P \cup R) = \emptyset$$

$$P \cap (Q \cup R) = \{4\}$$

$$(P \cap Q) \cup (P \cap R) = \{4\}$$

ternyata:

$$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

$$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$



Sedikit Informasi

Untuk sebarang himpunan P , Q , dan R , berlaku:

$$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$$

$$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$$

Sifat ini disebut sifat Distributif

Operasi himpunan dapat disederhanakan dengan menggunakan sifat-sifat operasi himpunan yang telah dipelajari di atas

Contoh

- $(A - B) \cup (A \cap B)$,
 $(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B^c) \cup (A \cap B)$
 $= A \cap (B \cup B^c)$
 $= A \cap S$
 $= A$
- $(A \cup B) \cap A^c$ disederhanakan sebagai berikut
 $(A \cup B) \cap A^c = (A \cap A^c) \cup (B \cap A^c)$
 $= \{ \} \cup (B \cap A^c)$
 $= (B \cap A^c)$
 $= B - A$

disederhanakan sebagai berikut.

dengan sifat $A - B = A \cap B^c$

dengan sifat distributif

dengan sifat komplemen

dengan sifat irisan

dengan sifat distributif

dengan sifat komplemen

dengan sifat identitas

dengan sifat selisih



Ayo Kita Menalar

- Jika P adalah himpunan kosong, maka apakah berlaku $P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$? Diskusikan dengan temanmu.
- Jika P adalah himpunan kosong, maka apakah berlaku $P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$? Diskusikan dengan temanmu



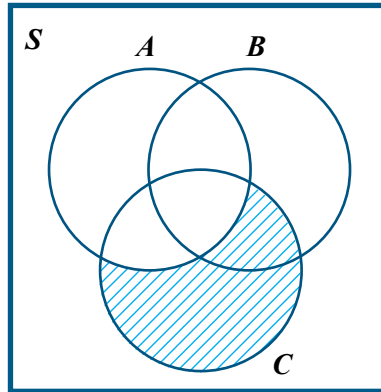
Ayo Kita Berbagi

Coba tukarkan hasil diskusi kelompokmu dengan kelompok lain dan saling memberikan masukan dan koreksi jawabanmu



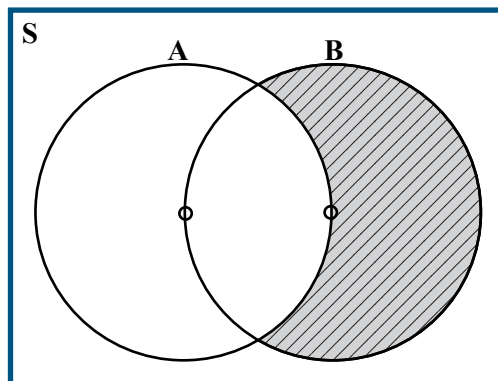
Latihan 2.3

1. Misal $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{2, 1, 5\}$, maka $(A \cup B) - A$.
2. Jika $H = \{2, 4, 5\}$, $K = \{1, 4, 7\}$ dan $L = \{7, 5, 1\}$, maka $(H - K) \cap L$.
3. Misalkan himpunan semesta adalah himpunan semua bilangan asli dan misalkan $D = \{x \mid x \text{ kelipatan } 5\}$ dan $E = \{x \mid x \text{ kelipatan } 10\}$, maka $D - E^c$.
4. Dalam gambar berikut, daerah yang diarsir menunjukkan himpunan apa?



5. Misalkan S adalah Himpunan mobil, $P = \{\text{Panther, Kijang, Honda, Suzuki}\}$, $Q = \{\text{Mercedes, Panther, BMW}\}$ dan $R = \{\text{Honda, BMW}\}$, maka $P \cap (Q \cup R)$.
6. Jika $E = \{x \mid (x - 1)^2 = 0\}$, $F = \{x \mid x^2 = 1\}$ dan $G = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, tentukan $(E \cap F^c) \cup G$.
7. Diberikan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$
 $C = \{3, 5, 7, 9\}$
Tentukan
 - a. $A^c \cup (B \cap C)$
 - b. $(A \cap B) \cap C^c$
 - c. $(B - C) \cap A$
8. Jika $A^c \cup B$, maka $A^c \cup (B \cap A)$ adalah.
9. Misalkan $P = \{c, \{a, b\}, a, d\}$ dan $Q = \{a, b\}$, tentukan $P \cap Q^c$.
10. Jika $D = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ dan $E = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, tentukan $E - D$.
11. Diketahui $n(P) = 21$, $n(Q) = 30$. Carilah nilai $n(P \cup Q)$ jika $n(P \cap Q) = 10$.

12. Sebuah Puskesmas sedang merawat pasien sebanyak 40 orang, 23 orang menderita penyakit demam berdarah, 11 orang menderita penyakit diare, 8 orang menderita penyakit demam berdarah dan diare. Berapa orang pasien yang tidak menderita kedua penyakit tersebut?
13. Perhatikan grafik di bawah.



Daerah yang diarsir dibentuk oleh himpunan... (jawaban boleh lebih dari satu)

14. Gambar diagram Venn jika diketahui:
 S = Himpunan bilangan cacah kurang dari 7
 A = himpunan bilangan prima kurang dari 7
 B = himpunan bilangan asli kurang dari 7
15. Dalam sebuah kelas terdapat 50 orang anak. Dari jumlah tersebut, 19 orang anak gemar berenang, 21 orang anak gemar bernyanyi, 19 orang anak gemar sepak takraw, 10 orang anak gemar berenang dan bernyanyi, 10 orang anak gemar bernyanyi dan sepak takraw, 7 orang anak gemar bernyanyi dan sepak takraw, 6 orang anak gemar berenang dan sepak takraw, dan 4 orang anak gemar ketiga-tiganya.
- Gambarlah diagram Venn dari keterangan di atas.
 - Berapa orang anak yang tidak gemar satupun dari ketiga kegiatan tersebut?
16. Pada saat di sekolah dasar, kalian mengenal faktor persekutuan terbesar (FPB) dan kelipatan persekutuan terkecil (KPK). Kedua hal ini dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan. Jelaskan operasi himpunan yang diperlukan untuk mencari FPB dan KPK.
17. Rancang sebuah algoritma untuk mencari $A - B$. Tunjukkan operasional algoritmamumu tersebut bila dipergunakan untuk mencari nilai $A - B$ dimana $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Berapa langkah yang diperlukan untuk memperoleh hasilnya? Berapa perbandingan yang diperlukan sampai hasilnya diperoleh?
18. Perhatikan kegiatan-kegiatan sekolahmu. Bagaimanakah operasi himpunan dipergunakan dalam menjalankan kegiatan sekolah tersebut?

19. Sebuah lembaga penelitian meneliti makanan ringan yang dikonsumsi anak-anak. Dari hasil penelitian, tercatat 18 merek mengandung zat pewarna sintetis, 24 merek mengandung penyedap rasa buatan, dan 10 merek mengandung kedua zat tersebut. Jika ada 9 merek tidak mengandung zat pewarna sintetis maupun penyedap rasa buatan, berapa merek makanan ringan yang diteliti oleh lembaga penelitian tersebut?
20. Dalam tesing penerimaan CPNS pada tahun 2013 yang lalu, seseorang dinyatakan diterima apabila lulus tes karakter pribadi, tes potensi akademik, dan tes wawasan kebangsaan sekaligus. Untuk mengisi formasi guru Matematika, terdapat 70 orang peserta yang ikut tesing. Pada saat pengumuman hasil tes, 20 orang hanya lulus tes karakter pribadi, 8 orang hanya lulus tes potensi akademik, 5 orang hanya lulus tes wawasan kebangsaan, 10 orang lulus tes karakter pribadi dan tes potensi akademik, 7 orang lulus tes potensi akademik dan tes wawasan kebangsaan, 30 orang lulus tes karakter pribadi dan tes wawasan kebangsaan. Berapa orang yang diterima menjadi guru Matematika?



Tugas Projek 2

1. Bersama temanmu perhatikan kegiatan-kegiatan di sekolahmu. Jelaskan bagaimana operasi himpunan dipergunakan dalam menjalankan kegiatan-kegiatan sekolah tersebut. Laporkan hasil pengamatanmu lengkap dengan model himpunan yang kalian buat dan paparkan di kelas.
2. Berdasarkan algoritma-algoritma yang dipakai dalam operasi himpunan. Algoritma mana yang menurutmu lebih panjang/ lama pengerjaannya bila diterapkan pada himpunan yang sama? Jelaskan pendapatmu, laporkan hasilnya dan paparkan.
3. Buatlah sebuah Poster yang memuat penjelasan tentang hubungan yang terjadi antara himpunan A dan himpunan B jika diketahui bahwa:

$$A \cup B = A$$

$$A \cup B = B$$

$$A \cup B = \emptyset$$

$$A \cap B = A$$

$$A \cap B = B$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A - B = A$$

$$A - B = \emptyset$$

Kalian boleh mengerjakan secara berkelompok. Untuk itu, kalian boleh menggali informasi dari sumber belajar apapun (buku teks yang lain, internet atau bertanya kepada guru yang lain). Yang penting kalian harus membuat sebuah poster yang dengannya kalian akan mampu menjelaskan jawaban dari tugas itu dengan paripurna.



Merangkum 2

Pengalaman belajar tentang himpunan telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut:

1. Apa yang kalian ketahui tentang himpunan, himpunan semesta, dan anggota himpunan?
2. Himpunan dapat disajikan dengan berapa cara? Sebutkan dan jelaskan.
3. Ada berapa macam bentuk diagram Venn? Jelaskan.
4. Jelaskan apa yang kalian ketahui tentang himpunan kosong dan relasi himpunan.
5. Apa yang dimaksud dengan irisan, gabungan, selisih dan komplemen? Jelaskan.



Uji Kompetensi 2

1. Diketahui $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $A = \{1, 2, 3, 5\}$ $B = \{4, 5, 6\}$
Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:
a. $(A \cap B)^c$ b. $(A \cup B)^c$ c. Gambarlah diagram Venn-nya.
2. Diketahui $A = \{x \mid x > 5, x \text{ bilangan asli}\}$ $B = \{x \mid 3 < x < 8, x \text{ bilangan asli}\}$
 $C = \{x \mid 5 < x < 10, x \text{ bilangan asli}\}$.
Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:
a. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
b. $(A \cup C) \cap (A \cup B)$
c. $(B \cup C) \cap (A \cup C)$
3. Di antara sekelompok siswa yang terdiri atas 30 orang ternyata 18 orang suka menyanyi, 20 orang suka menari dan 10 orang suka melakukan keduanya.
a. Gambarlah diagram Venn untuk menggambarkan keadaan di atas
b. Berapa banyak siswa yang tidak suka menari dan tidak suka menyanyi?
c. Berapa banyak siswa yang suka menyanyi saja?
d. Berapa banyak siswa yang suka menari saja?
4. Di antara sekelompok warga yang terdiri atas 45 orang yang sedang berbelanja ke pasar ternyata 20 orang membeli buah apel, 25 orang membeli buah mangga, dan 5 orang membeli kedua macam buah tersebut.

- a. Gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas.
 - b. Berapa banyak warga yang membeli buah apel atau buah mangga?
 - c. Berapa banyak warga yang membeli buah apel saja?
 - d. Berapa banyak warga yang membeli salah satu dari kedua macam buah tersebut?
 - e. Berapa banyak warga yang tidak membeli kedua macam buah tersebut.
5. Di antara 80 orang siswa di suatu SMP didapatkan data sebagai berikut:
 45 siswa menyenangi pelajaran Matematika, 40 siswa menyenangi pelajaran Bahasa Inggris,
 30 siswa menyenangi pelajaran IPA, 18 siswa menyenangi pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris, 15 siswa menyenangi pelajaran Matematika dan IPA,
 12 siswa menyenangi pelajaran IPA dan Bahasa Inggris, 4 orang menyenangi ketiga pelajaran tersebut (Matematika, IPA, Bahasa Inggris). Berdasarkan keterangan tersebut,
- a. Gambarkan diagram Venn yang menggambarkan keadaan tersebut!
 - b. Hitunglah banyak siswa yang:
 - 1) menyenangi Matematika saja.
 - 2) menyenangi Bahasa Inggris saja.
 - 3) menyenangi IPA saja.
 - 4) menyenangi Matematika tetapi tidak menyenangi IPA.
 - 5) menyenangi Matematika tetapi tidak menyenangi Bahasa Inggris.
 - 6) menyenangi IPA tetapi tidak menyenangi Matematika
 - 7) menyenangi IPA tetapi tidak menyenangi Bahasa Inggris.
 - 8) menyenangi Bahasa Inggris tetapi tidak menyenangi Matematika.
 - 9) menyenangi Bahasa Inggris tetapi tidak menyenangi IPA.
 - 10) tidak menyenangi ketiganya.



Bab 3

Perbandingan



Kata Kunci

- Perbandingan
- Proporsi
- Tarif
- Skala



Kompetensi Dasar

1. Memahami konsep perbandingan dan menggunakan bahasa perbandingan dalam mendeskripsikan hubungan dua besaran atau lebih.
2. Menggunakan konsep perbandingan untuk menyelesaikan masalah nyata dengan menggunakan tabel dan grafik.
3. Menyelesaikan permasalahan dengan menaksir besaran yang tidak diketahui menggunakan grafik.



Sumber: Kemdikbud

Banyak masalah dan pengambilan keputusan yang sering kita temui membutuhkan perbandingan. Manakah yang berlari lebih cepat, kakak yang berlari 8,5 km per jam atau saya yang berlari 16 km dalam dua jam? Manakah jeruk yang sama yang akan kita beli antara di supermarket yang dijual Rp2.400,00 per 100 gram atau di pasar dengan harga Rp18.000,00 per kilogram?

Ali bersepeda sejauh 8 km dengan waktu yang ditempuh 20 menit. Adi bersepeda sejauh 24 km dalam waktu 40 menit. Siapakah yang mengendarai sepeda lebih cepat?

Pertanyaan-pertanyaan di atas adalah beberapa contoh situasi yang membutuhkan konsep perbandingan. Dalam situasi lainnya, dibutuhkan penalaran proporsional untuk menyelesaikan masalah perbandingan.

Dalam Bab ini, kalian akan mempelajari berbagai cara untuk membandingkan bilangan. Selain itu, kalian akan mempelajari bagaimana memilih dan menggunakan strategi terbaik untuk menyelesaikan masalah dan membuat keputusan yang berkaitan dengan perbandingan dan proporsi.



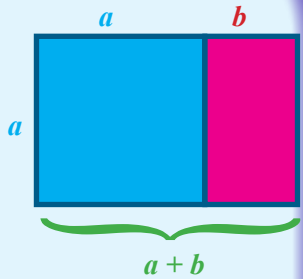
Pengalaman Belajar

1. Membedakan masalah yang berkaitan dengan perbandingan dan yang bukan perbandingan.
2. Menyatakan perbandingan sebagai pecahan bagian terhadap bagian, sebagai pecahan yang membandingkan bagian terhadap keseluruhan dalam satuan yang sama.
3. Menjelaskan tarif, kelajuan, kurs dari satuan yang berbeda.
4. Menentukan perbandingan yang ekuivalen.
5. Menjelaskan proporsi sebagai suatu pernyataan dari perbandingan yang ekuivalen $5 : 2 = 10 : 4$.
6. Membuat suatu proporsi untuk menentukan nilai x dalam $5 : 2 = 10 : x$.
7. Membedakan masalah proporsi dan bukan proporsi dengan menggunakan tabel, grafik dan bentuk aljabar.
8. Menggunakan berbagai macam strategi termasuk tabel dan grafik untuk menyelesaikan masalah proporsional.
9. Menaksir besaran yang tidak diketahui menggunakan grafik dari masalah perbandingan.



Ciptaan Tuhan dan Perbandingan Emas (Golden Ratio)

The Golden Mean sebagai sebuah perbandingan kompleks yang berasal dari huruf Yunani phi (ϕ) menggambarkan satu set figur geometrik yang termasuk di dalamnya ; garis, segiempat, dan spiral. Figur-figur tersebut jika digambar sesuai dengan *the Divine proportion* dianggap sebagai bentuk yang sempurna dan paling memuaskan secara estetis. *The Golden Section* telah digunakan sejak jaman klasik dalam berbagai penerapan termasuk dalam bidang seni, arsitektur, dan spiritual karena pendekatannya terkait dengan hal yang bersifat ideal dan tentunya menyentuh sisi-sisi ketuhanan sebagai sesuatu yang absolut. Gambar di sebelah kanan menggambarkan hubungan geometris yang jika dirumuskan secara aljabar adalah sebagai berikut:



$$\frac{a+b}{a} = \phi \quad \phi = \text{phi}$$

Bilangan Fibonacci

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, ...

Bilangan Fibonacci memiliki satu sifat menarik. Jika kalian membagi satu bilangan dalam deret tersebut dengan bilangan sebelumnya, akan kalian dapatkan sebuah bilangan hasil pembagian yang besarnya sangat mendekati satu sama lain. Nyatanya, bilangan ini bernilai tetap setelah bilangan ke-13 dalam deret tersebut. Bilangan ini dikenal sebagai "*Golden Ratio*" atau "Perbandingan Emas".

Golden Ratio (Perbandingan Emas) = 1,618

$$233 / 144 = 1,6180556$$

$$377 / 233 = 1,6180258$$

$$610 / 377 = 1,6180371$$

$$987 / 610 = 1,6180328$$

$$1597 / 987 = 1,6180344$$

$$2584 / 1597 = 1,6180338$$



Fibonacci

Kalian akan melihat betapa hebat Tuhan dalam presentasi ini, dan ini menyajikan bukti-bukti tentang keberadaan Tuhan.

Semua ciptaan di alam semesta ini mengikuti perbandingan ilahi ini.

- panjang antara ujung jari dan siku terhadap panjang antara pergelangan tangan dan siku mendekati 1,618.
- panjang antara pusar dan bagian atas kepala terhadap panjang antara garis bahu dan bagian atas kepala mendekati 1,618.
- panjang antara pusar dan lutut terhadap panjang antara lutut dengan telapak kaki adalah 1,618.



Perbandingan dan Skala

Liburan Bersama



Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.1 Liburan Bersama

“Libur telah tiba!” seru Nadia saat liburan sekolah tiba. Libur kali ini, Nadia dan keluarganya pergi ke Pulau Merah, Banyuwangi. Di sana, pasir pantai tampak bersih karena tidak ada sampah. Untuk mengingat saat-saat bahagia, Nadia berfoto bersama keluarganya.

Dari foto di atas, Nadia memperoleh informasi bahwa terdapat 9 laki-laki dan 7 perempuan yang ada di foto. Nadia menceritakan tentang foto tersebut kepada teman-temannya sebagai berikut.

1. Tujuh dari enam belas orang yang ada di foto adalah laki-laki.
2. Banyak laki-laki dan perempuan di foto adalah 9 berbanding 7.
3. Banyak laki-laki di dalam foto adalah dua lebih banyak dari pada perempuan.

Menurut kalian, manakah yang sesuai untuk menyatakan perbandingan banyak laki-laki terhadap banyak perempuan di foto keluarga Nadia? Mengapa?

Untuk membandingkan bilangan dengan tepat, pelajari Kegiatan 1 untuk menyelidiki berbagai cara. Selama kalian menyelesaikan masalah, perhatikan bagaimana perbedaan cara dalam membuat perbandingan akan memberikan pesan yang berbeda pula pada bilangan yang dibandingkan.



Kegiatan 3.1

Memahami Perbandingan



*Ayo
Kita Amati*



Gambar 3.2 Penggunaan Media Cetak dan On-line

Zaman yang serba elektronik seperti saat ini telah banyak mengubah kebiasaan orang menentukan media bacaan. Banyak yang sudah senang membaca berita melalui internet. Namun tidak sedikit yang masih membaca berita melalui media cetak seperti, koran. Sebuah perusahaan koran mengumpulkan informasi tentang berapa banyak orang yang membaca melalui media internet (membaca *online*) atau membaca melalui media cetaknya. Informasi ini sangat penting untuk perusahaan koran untuk mengetahui berapa banyak pendapatan perusahaan dari kedua jenis media.



Masalah 3.1

Siswa di SMP Sukamaju diminta untuk memilih membaca berita melalui media online atau media cetak. Dari 150 siswa, 100 siswa memilih media online dan 50 siswa memilih media cetak.

Bagaimana cara kalian membandingkan pilihan siswa membaca melalui online atau media cetak?



Alternatif Pemecahan Masalah

Berikut beberapa jawaban dari pertanyaan di atas.

- $\frac{1}{3}$ dari siswa SMP Sukamaju yang mengikuti survei memilih media cetak daripada media online untuk membaca berita.
- Perbandingan banyak siswa yang memilih media online terhadap media cetak adalah 2 : 1.
- 1 dari 3 siswa memilih media cetak dari pada media online.
- Banyak siswa yang memilih membaca online 50 lebih banyak dari pada siswa yang membaca berita melalui media cetak.
- Banyak siswa yang membaca online dua kali lipat dari siswa yang membaca melalui media cetak.



Ayo Kita Menanya

Dari Masalah 3.1 yang telah kalian amati, buatlah pertanyaan lain dengan kata kunci “perbandingan”. Misalkan

- Apakah setiap pernyataan pada penyelesaian di atas telah melaporkan hasil survei secara benar dan akurat terhadap siswa SMP Sukamaju?
- Berdasarkan pernyataan (d) dan (e). Manakah yang lebih jelas dalam membandingkan? Jelaskan.

Mari menggali informasi untuk menjawab Masalah 3.1.



Ayo Kita Menggali Informasi

Selama kalian menyelesaikan masalah dalam bab ini, kalian akan menemukan pernyataan tentang perbandingan. Terdapat tiga cara berbeda untuk menyatakan suatu perbandingan.

- menggunakan pecahan, misalnya $\frac{2}{3}$
- menggunakan dua bilangan yang dipisahkan oleh titik dua (:), misalnya 2 : 3 yang artinya 2 banding 3.
- menggunakan dua bilangan yang dipisahkan oleh kata *dari*, misalnya 2 dari 3.

Perbandingan sering juga disebut rasio.



Contoh 3.1

Dari 150 siswa yang diwawancarai tentang kesukaan membaca berita, 100 siswa memilih media online dan 50 siswa memilih media cetak. Perbandingan banyak siswa yang memilih media online terhadap jumlah siswa yang diwawancarai ditunjukkan sebagai berikut.

$$\frac{100}{150} = \frac{2}{3} \text{ atau } 2 : 3, \text{ atau } 2 \text{ dari } 3, \text{ atau } 2 \text{ banding } 3$$

Perbandingan 2 dari 3 menyatakan bahwa 2 dari setiap 3 siswa yang diwawancarai lebih memilih membaca berita melalui media online.

Perbandingan banyak siswa yang memilih media online terhadap media cetak ditunjukkan sebagai berikut.

$$\frac{100}{50} = \frac{2}{1} \text{ atau } 2 : 1, \text{ atau } 2 \text{ banding } 1.$$

Perbandingan 2 dari 1 menyatakan bahwa untuk setiap 2 siswa yang memilih membaca berita melalui media online, terdapat 1 siswa yang memilih media cetak untuk membaca berita.



Contoh 3.2

Suatu survei mengungkapkan bahwa, rata-rata jumlah jam yang dihabiskan untuk menonton TV dari delapan siswa kelas VII adalah sekitar 21 jam setiap minggu. Cari perbandingan, sebagai pecahan dalam bentuk yang paling sederhana, dari jumlah jam yang dihabiskan menonton televisi terhadap jumlah jam dalam seminggu.



Penyelesaian

Dalam contoh ini kita diberikan dua satuan, yakni jam dan minggu. Untuk menyelesaikannya kita harus mengubah 1 minggu ke jam.

$$1 \text{ hari} = 24 \text{ jam.}$$

$$1 \text{ minggu} = 7 \text{ hari} = 7 \times 24 = 168 \text{ jam}$$

Tulis dalam bentuk yang paling sederhana perbandingan jumlah jam yang dihabiskan menonton televisi terhadap jumlah jam dalam 1 minggu.

$$\frac{21}{168} = \frac{1}{8}. \text{ Jadi, perbandingan jumlah jam yang dihabiskan menonton televisi terhadap jumlah jam dalam seminggu adalah } \frac{1}{8}.$$



Contoh 3.3

Deri dan Doni adalah teman sekelas. Rumah Deri berjarak sekitar 20.000 meter dari sekolah. Sedangkan rumah Doni berjarak sekitar 15 km dari sekolah. Berapakah perbandingan jarak rumah mereka dari sekolah?



Penyelesaian

Jarak rumah Deri dari sekolah sekitar 20.000 meter. Jarak rumah Doni dari sekolah 15 km.

Perbandingan jarak rumah Deri terhadap jarak rumah Doni dari sekolah adalah

$$\frac{20}{15} = \frac{4}{3} \text{ atau } 4 : 3.$$

Perbandingan jarak rumah Deri terhadap jarak rumah Doni dari sekolah adalah

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ atau } 3 : 4.$$



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian mengamati, menanya dan menggali informasi dari Masalah 3.1, tuliskan jawaban dari pertanyaan berikut dan diskusikan dengan teman kalian.

1. Apa yang kalian ketahui tentang perbandingan?
2. Bagaimanakah satuan kedua ukuran/kuantitas dalam menyatakan suatu perbandingan? Jelaskan.
3. Bagaimanakah jika urutan bilangan-bilangan dalam dipertukarkan? Apakah memiliki arti yang berbeda? Jelaskan.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



*Ayo
Kita Amati*



Masalah 3.2

Marisa dan Nadia mengikuti Perkemahan Sabtu-Minggu (Persami). Setiap siswa yang mengikuti menyiapkan makanan saat waktu makan tiba.

Minggu pagi, Marisa dan Nadia bertugas membuat es jeruk untuk semua peserta Persami. Mereka berdua berniat membuat es jeruk dengan mencampur air putih dan sirup rasa jeruk. Untuk menentukan minuman yang enak, mereka menetapkan beberapa campuran untuk dicoba.

Campuran A		Campuran B	
2 takar	3 gelas	5 takar	9 gelas
sirup	air putih	sirup	air putih

Campuran C		Campuran D	
1 takar	2 gelas	3 takar	5 gelas
sirup	air putih	sirup	air putih

Gambar 3.3 Daftar campuran minuman



*Ayo Kita
Menanya*

Buatlah pertanyaan dengan kata kunci dari Masalah 3.2 yang telah kalian amati. Misalkan, campuran manakah yang rasa jeruknya sangat kuat? bagaimanakah cara membandingkan keempat campuran tersebut?

Untuk menjawab pertanyaan di atas, perhatikan tiap campuran yang dibuat oleh Marisa dan Nadia. Kalian tidak perlu membuat langsung campuran seperti resep di atas. Kalian bisa menggunakan pecahan untuk membandingkan banyaknya sirup yang dicampur. Campuran A terdiri dari 2 takar sirup dan 3 gelas air putih, berarti banyaknya sirup untuk tiap gelas adalah $\frac{2}{3}$. Begitu juga untuk campuran B, C dan D.



Ayo Kita Menalar



Masalah 3.3

Perkemahan Sabtu-Minggu diselenggarakan di Hutan Lindung Perkemahan. Setiap waktu makan, peserta Persami berkumpul di aula. Di sana terdapat dua jenis meja. Meja yang terbesar mampu menampung sepuluh orang. Sedangkan meja yang lebih kecil menampung delapan orang. Mereka sarapan telur dadar sebagai lauk. Meja yang paling besar disajikan empat telur dadar dan meja yang lebih kecil disajikan tiga telur dadar.

1. Telur dadar dibagi rata untuk setiap siswa di setiap meja. Apakah siswa yang duduk di meja yang lebih kecil mendapatkan bagian yang sama seperti siswa yang duduk di meja yang lebih besar? Jelaskan alasanmu.
2. Nadia menduga bahwa dia dapat menentukan meja manakah yang setiap siswa memperoleh telur dadar yang lebih besar. Dia menggunakan alasan berikut.

$10 - 4 = 6$ dan $8 - 3 = 5$, jadi setiap siswa yang duduk di meja yang besar memperoleh telur dadar yang besar dibandingkan di meja yang kecil.

- a. Apa arti 6 dan 5 yang dimaksud dalam alasan Nadia?
- b. Apakah kalian setuju dengan alasan Nadia?
- c. Seandainya disediakan sembilan telur dadar di meja besar. Apakah alasan yang digunakan Nadia menjadi benar?

Diskusikan dengan teman sebangku kalian bagaimana kalian menalar jawaban untuk pertanyaan Masalah 3.3.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



Latihan 3.1

1. Kalian dapat menjelaskan ukuran sebuah pohon dengan membandingkannya terhadap pohon lain atau benda yang lain.

Tabel 3.1 Pohon-pohon bernilai ekonomis di Indonesia

Nama Pohon dan Asal	Tingkat Kepunahan	Tinggi (meter)	Diameter (cm)
Damar (Maluku)	Rentan	65	150
Ulin/Kayu Besi (Kalimantan)	Rentan	50	120
Kayu Hitam Sulawesi (Sulawesi)	Rentan	40	100
Gaharu (Kalimantan)	Rentan	40	60
Ramin (Kalimantan)	Rentan	40	20

Sumber: www.id.wikipedia.org

Gunakan tabel di atas untuk menjawab pertanyaan berikut.

- a. Anton mengatakan bahwa perbandingan diameter Ramin terhadap diameter Ulin adalah 1 : 6. Apakah pernyataan Anton benar? Jelaskan.
 - b. Ria mengatakan bahwa selisih tinggi Damar dan Gaharu adalah 25. Apakah benar? Jelaskan.
 - c. Leni mengatakan bahwa keliling Ulin sekitar tiga perempat kali keliling Damar. Apakah benar? Jelaskan.
2. Manusia yang pernah hidup di Indonesia dengan tinggi badan tertinggi adalah Suparwono. Dia adalah mantan atlet basket. Tinggi badan Suparwono adalah sekitar 2,4 meter. Tuliskan dua pernyataan untuk membandingkan tinggi Suparwono terhadap tinggi kelima pohon. Gunakan pecahan, perbandingan, atau persentase untuk membandingkannya.
 3. Dalam tes menguji rasa dua jenis susu kotak, 780 siswa memilih *Fullcream*. Hanya 220 siswa yang memilih *Hi-Cal*. Lengkapi setiap pernyataan berikut.
 - a. Terdapat ... siswa lebih banyak yang memilih *Fullcream* dari pada *Hi-Cal*.
 - b. Siswa yang memilih *Fullcream* lebih banyak dari pada yang memilih *Hi-Cal* dengan perbandingan ... :

Siswa di sebuah SMP diminta untuk merekam berapa banyak waktu yang mereka habiskan mulai Jumat tengah malam hingga Minggu tengah malam. Iqbal mencatat data dalam tabel di bawah ini. Gunakan Tabel 3.2 untuk soal 4 dan 5.

Tabel 3.2 Aktivitas liburan Sabtu-Minggu

Aktivitas	Waktu (jam)
Tidur	18
Makan	2,5
Rekreasi	8
Menonton TV	6
Mengerjakan PR atau Soal Latihan	2
SMS-an	2
Lainnya	9,5

4. Bagaimana cara kalian membandingkan waktu yang dihabiskan Iqbal dalam berbagai aktivitas selama liburan? Jelaskan.
5. Tentukan apakah pernyataan-pernyataan berikut sesuai dengan tabel yang dibuat Iqbal dalam menghabiskan waktunya selama liburan.
 - a. Iqbal menghabiskan seperenam waktunya untuk menonton TV.
 - b. Perbandingan lama menonton TV terhadap lama mengerjakan PR atau Soal Latihan adalah 3 : 1.
 - c. Rekreasi, SMS-an, dan menonton TV menghabiskan sekitar sepertiga dari waktu liburannya.
 - d. Lama Iqbal mengerjakan PR atau soal latihan hanya seperlima dari lama dia menonton TV.
 - e. Tidur, makan, dan aktivitas lainnya menghabiskan waktu 12 jam lebih banyak dari total semua aktivitasnya.
6. Kelas VIID di SMP Mandala mengumpulkan data berbagai jenis film yang disukai

Tabel 3.3 Jenis film yang dipilih siswa SMP Mandala

Jenis Film	Siswa Kelas VII	Siswa Kelas VIII
<i>Action</i>	75	90
Drama	105	150
Total	180	240

Lengkapi pernyataan berikut berdasarkan tabel di atas.

- a. Perbandingan banyak siswa kelas VII yang memilih film drama terhadap banyak siswa kelas VIII yang memilih drama adalah ... banding
 - b. Pecahan yang menyatakan jumlah seluruh siswa (kelas VII dan kelas VIII) yang memilih film action adalah ...
 - c. Perbandingan banyak siswa (kelas VII dan kelas VIII) yang memilih film drama terhadap banyak siswa (kelas VII dan kelas VIII) yang memilih film action adalah ...
 - d. Persentase jumlah siswa kelas VIII yang memilih film action adalah ...
 - e. Kelas ... memiliki persentase siswa yang memilih film drama lebih besar.
7. **Pilihan Ganda.** Manakah diantara pernyataan berikut yang benar atas pernyataan “Laki-laki lebih banyak dari pada wanita dengan perbandingan 9 terhadap 5.”
- a. Laki-laki empat lebih banyak dari pada wanita.
 - b. Banyak laki-laki adalah 1,8 kali banyak wanita.
 - c. Banyak laki-laki dibagi banyak wanita sama dengan hasil dari $5 \div 9$.
 - d. Lima dari sembilan orang adalah wanita.
8. Tentukan nilai yang belum diketahui supaya setiap pernyataan berikut benar.
- a. $\frac{6}{24} = \frac{\dots}{21} = \frac{\dots}{28}$
 - b. $\frac{\dots}{20} = \frac{\dots}{25} = \frac{6}{30}$
 - c. $\frac{\dots}{27} = \frac{8}{36} = \frac{\dots}{63}$
 - d. $\frac{\dots}{8} = \frac{15}{\dots} = \frac{24}{32}$
9. Di perkemahan, Mario mampu membuat 3 anyaman dalam waktu 2 jam. Dani mampu membuat anyaman dalam waktu 3 jam.
- a. Siapakah yang membuat anyaman lebih cepat, Mario atau Dani?
 - b. Berapa lama waktu yang dibutuhkan Mario untuk membuat 12 anyaman?
 - c. Berapa lama waktu yang dibutuhkan Dani untuk membuat 12 anyaman?
10. Misalkan seorang reporter melaporkan, “90% dari penonton di Stadion Diponegoro berusia antara 25 dan 55 tahun,”. Adinda mengira bahwa hal ini berarti hanya 100 orang di dalam stadion, dan 90 orang dari mereka berusia antara 22 dan 55 tahun. Apakah kalian setuju dengan Adinda? Jika tidak, apa maksud dari pernyataan reporter?



Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.4 Menganyam



Kegiatan 3.2

Menentukan Perbandingan Dua Besaran dengan Satuan yang Berbeda

Contoh berikut mengilustrasikan situasi yang melibatkan cara lain untuk membandingkan bilangan.

- ♠ Sepeda motor ayah mampu menempuh 40 km per liter pertamax ketika perjalanannya lancar.
- ♠ Kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat adalah Rp12.050,00 per dolar AS.
- ♠ Kita membutuhkan empat kue setiap orang saat acara perpisahan sekolah.
- ♠ Saya membayar biaya rental warnet Rp3.500,00 per jam.
- ♠ Label Informasi nilai gizi wafer menyebutkan bahwa 90 kkal per 4 potong wafer.
- ♠ Kecepatan rata-rata berlari kakak saya adalah 8,5 kilometer per jam.



Sumber: Kemdikbud
Gambar 3.5 Pelari

Diantara kelima pernyataan di atas, manakah yang berbeda diantara yang lain?

Setiap pernyataan di atas membandingkan dua kuantitas berbeda. Misalnya, membandingkan jarak yang ditempuh (kilometer) dengan banyak pertamax (liter), tarif internet per jam, kurs rupiah terhadap dolar, dan kecepatan.



Ayo
Kita Amati

Toko buku, katalog, dan *website* sering menawarkan barang yang didiskon menggunakan tarif. Terkadang, iklan yang dipasang menunjukkan harga beberapa barang tertentu. Kalian mungkin melihat penawaran seperti gambar di samping.

Bursa Buku Tulis

Buku 38 lembar	Rp17.500 isi 10
Buku 58 lembar	Rp24.700 isi 10
Buku 100 lembar	Rp20.500 isi 5

Gambar 3.6 Iklan bursa buku tulis

Harga yang tertera untuk menawarkan harga 5 buku, 10 buku, dan 12 buku. Salah satu cara lain untuk menyatakan harga buku tersebut adalah membuat Tabel 3.4.

Tabel 3.4 Harga buku tulis

Banyak Buku	1	2	5	10	12
Buku 38 lembar (A)	Rp1.750,00	Rp3.500,00	Rp8.750,00	Rp17.500,00	Rp21.000,00
Buku 50 lembar (B)	Rp2.470,00	Rp4.940,00	Rp12.350,00	Rp24.700,00	Rp29.640,00
Buku 100 lembar (C)	Rp4.100,00	Rp8.200,00	Rp20.500,00	Rp41.000,00	Rp49.200,00



Berdasarkan Tabel 3.4, bagaimanakah kalian menentukan harga tiap jenis buku tulis 1, 2, dan 12 buah? Buatlah pertanyaan lain yang berkaitan dengan Masalah 3.3.



Masalah 3.4



Sumber: Kemdikbud
Gambar 3.7 Bersepeda

Agung bersepeda di lintasan yang berbeda. Terkadang melintasi jalan yang naik, terkadang melintasi jalan yang menurun. Ada kalanya dia melintasi jalan yang datar. Agung berhenti tiga kali untuk mencatat waktu dan jarak yang telah ditempuhnya setelah melewati tiga lintasan.

- Pemberhentian ke-1: 8 kilometer; 20 menit
- Pemberhentian ke-2: 12 kilometer; 24 menit
- Pemberhentian ke-3: 24 kilometer; 40 menit

Pada lintasan yang manakah Agung mengendarai sepeda dengan cepat? Lintasan yang manakah Agung mengendarai sepeda dengan lambat?



Penyelesaian

Kita harus menentukan kecepatan rata-rata Agung setiap lintasan.

Lintasan pertama, Agung menempuh 8 kilometer dalam waktu 20 menit. Berarti Agung mengendarai sepeda dengan kecepatan $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ km/menit.

Lintasan kedua, Agung menempuh 12 kilometer dalam waktu 24 menit. Berarti Agung mengendarai sepeda dengan kecepatan $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ km/menit.

Lintasan ketiga, Agung menempuh 24 kilometer dalam waktu 40 menit. Berarti Agung mengendarai sepeda dengan kecepatan $\frac{24}{40} = \frac{6}{10}$ km/menit.

Karena $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{6}{10}$, dapat disimpulkan bahwa Agung mengendarai sepeda paling

cepat saat berada di lintasan ketiga dan mengendarai sepeda paling lambat saat berada di lintasan pertama.



Contoh 3.4

Seorang guru kelas 3 di SMP swasta menerima gaji sebesar Rp36.000.000,00 per tahun. Saat ini, kalender sekolah terdapat 180 hari fakultatif dalam setahun. Jika tahun depan sekolah menambah waktu bagi guru kelas 3 menjadi 220 hari, berapakah pendapatan guru tersebut dalam sehari jika gaji yang diterimanya berdasarkan banyak hari dalam kalender sekolah?



Penyelesaian

Menentukan gaji yang diterima guru per hari sebelum sekolah menambah waktu tambahan.

$$\frac{36.000.000}{180} = \frac{200.000}{1} = 200.000$$

Kalikan gaji yang diterima per hari dengan banyak hari yang direncanakan sekolah tahun depan.

$$200.000 \times 220 \text{ hari} = \text{Rp}200.000 \times 220 = \text{Rp}4.400.000,00$$

Untuk lebih memahami dan menerapkan aljabar dalam perbandingan, perhatikan contoh berikut. Materi Aljabar akan dibahas lebih lanjut di persamaan linear satu variabel.



Contoh 3.5

Jumlah pembilang dan penyebut suatu pecahan adalah 60. Perbandingan pembilang dan penyebutnya adalah 5 : 7. Tentukan pecahan yang dimaksud.



Alternatif Penyelesaian

Alternatif penyelesaian 1

Misalkan pecahan yang dimaksud adalah $\frac{a}{b}$ dan $a : b = 5 : 7$.

Kita bisa menyelesaikannya dengan menggunakan perbandingan setara

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7} = \frac{20}{28} = \frac{25}{35}$$

Jadi, nilai $a = 25$ dan $b = 35$, karena $25 + 35 = 60$.

Jadi, pecahan yang dimaksud adalah $\frac{25}{35}$.

Alternatif penyelesaian 2

Jumlah perbandingan pembilang dan penyebut pecahan yang dimaksud adalah $5 + 7 = 12$

Jumlah pembilang dan penyebutnya adalah 60, sehingga

Pembilang pecahan adalah $\frac{5}{12} \times 60 = 25$

Penyebut pecahan adalah $\frac{7}{12} \times 60 = 35$

Jadi, pecahan yang dimaksud adalah $\frac{25}{35}$

Apakah ada alternatif jawaban lainnya? Silakan diskusikan dengan teman kalian dari kedua alternatif jawaban di atas dan carilah alternatif jawaban lainnya.



Ayo Kita Menalar

Berdasarkan Masalah 3.4, kalian mungkin pernah melihat speedometer. Beberapa speedometer memiliki satuan kecepatan yang berbeda. Satuan yang dipakai antara lain mph (mil per hour = mil per jam) atau km/h (kilometer per jam). Bagaimana cara kalian untuk menjelaskan bahwa kecepatan sepeda motor yang dikendarai 55 mph lebih besar daripada 80 km/jam? Jelaskan.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.8 Speedometer



Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



Latihan 3.2

1. Pembibitan karet UD Mutiara Hijau, Desa Pargarutan Baru, memproduksi bibit unggul untuk varietas tanaman karet dengan target produksi 1.500 liter getah karet dari 200 pohon. Berapa banyak getah karet yang dapat dihasilkan oleh satu pohon karet?



Sumber: Kemdikbud
Gambar 3.9 Pohon Karet

2. Perusahaan sereal memberi informasi nilai gizi kepada pelanggannya. Gunakan pola dalam tabel untuk menjawab pertanyaan.

Tabel 3.5 Kalori yang terkandung dalam sereal

Takaran (gram)	Kalor (Kalori)
50	150
150	450
300	900
500	1500

- a. Fina makan 75 gram sereal. Berapakah kalori yang Fina dapatkan?
- b. Rofiq makan sereal yang mengandung 1.000 kalori. Berapa gram sereal yang Rofiq makan?
- c. Tulis persamaan yang dapat kalian gunakan untuk menentukan kalori dengan sebarang takaran sereal.

- d. Tulis persamaan yang dapat kalian gunakan untuk menentukan takaran (gram) sereal jika sebarang kalori diketahui.
3. **Pilihan Ganda.** Pilihlah pejalan kaki yang paling cepat.
- Rosi berjalan 4,8 km dalam 1 jam.
 - Endang berjalan 9,8 km dalam 2 jam.
 - Rosuli berjalan 9,6 km dalam 1,5 jam.
 - Rina berjalan 14,4 km dalam 2 jam.
4. **Sains.** Jantung tikus berdetak 840 kali dalam 2 menit, jantung marmut berdetak 1.200 kali dalam 4 menit, dan jantung kelinci berdetak 1.025 kali dalam 5 menit. Hewan manakah yang berdetak lebih banyak dalam satu jam?
5. **Populasi.** Berikut data jumlah penduduk dan luas wilayah empat kabupaten “Tapal Kuda” Jawa Timur tahun 2006.

Tabel 3.6 Populasi jumlah penduduk empat kabupaten di Jawa Timur tahun 2006

Kabupaten	Jumlah Penduduk	Luas Wilayah (km ²)
Banyuwangi	1.575.086	5.783
Bondowoso	708.683	1.560
Jember	2.298.189	2.478
Situbondo	641.692	1.639

Sumber: Data Proyeksi BPS Tahun 2006 (www.dinkesjatim.go.id)

Rima mengatakan bahwa kabupaten yang memiliki kepadatan penduduk per km² yang rendah adalah Kabupaten Situbondo, karena memiliki jumlah penduduk yang paling sedikit.

Apakah pernyataan yang disampaikan Rima benar? Jelaskan.



Kegiatan 3.3

Menyelesaikan Masalah Proporsi

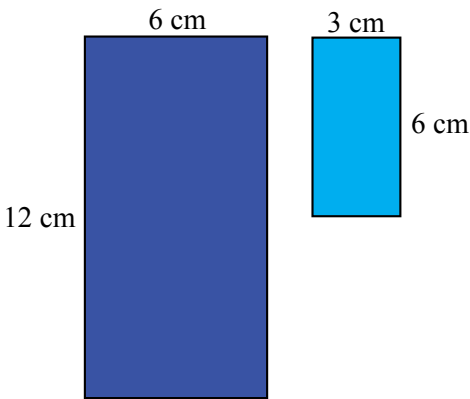
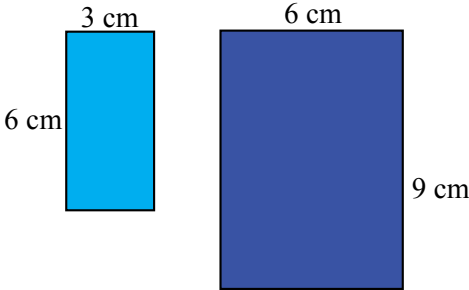


*Ayo
Kita Amati*

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menemui masalah yang berkaitan dengan proporsi. Begitu juga seorang koki, pembuat roti, penjahit, pedagang, dan berbagai macam pekerjaan lainnya. Dalam Kegiatan 3.3 ini, kalian akan menguji masalah nyata untuk menentukan apakah masalah tersebut adalah masalah proporsi dan menyelesaikan masalah proporsi. Meskipun kita dengan mudah menemukan situasi proporsi dalam hal periklanan. Namun beberapa situasi akan terlihat berbeda dan sulit ditentukan apakah termasuk proporsi atau bukan.

Tabel 3.7 Masalah proporsi dan bukan masalah proporsi

Situasi A	Situasi B
1. Jika harga 4 kilogram beras adalah Rp36.000,00, berapakah harga 8 kilogram beras?	1. Saat Budi berusia 4 tahun, adiknya berusia 2 tahun. Sekarang usia Budi 8 tahun. Berapakah usia adiknya?
2. Susi berlari dengan kecepatan tiga kali lebih cepat dari Yuli. Jika Susi menempuh jarak 9 km, berapakah jarak yang ditempuh Yuli?	2. Susi dan Yuli berlari di lintasan dengan kecepatan yang sama. Susi berlari terlebih dahulu. Ketika Susi telah berlari 9 putaran, Yuli berlari 3 putaran. Jika Yuli menyelesaikan 15 putaran, berapa putaran yang dilalui Susi?
3. Es jeruk manakah yang lebih asam, 2 takar sirup dicampur dua gelas air putih atau 3 takar sirup dicampur dengan dua gelas air putih?	3. Es jeruk manakah yang lebih asam, 2 takar sirup dicampur dengan dua cangkir air putih atau 3 sachet takar sirup di campur dua gelas air putih?

Situasi A	Situasi B
4. Juna membutuhkan 300 gram tepung ketan dan 150 gula pasir untuk membuat 25 onde-onde. Dengan resep yang sama, Tatang membutuhkan 900 gram tepung terigu dan 450 gula pasir untuk membuat 75 onde-onde.	4. Juna membutuhkan 300 gram tepung ketan dan 150 gula pasir untuk membuat 25 onde-onde. Dengan resep yang sama, Tatang membutuhkan 350 gram tepung terigu dan 200 gula pasir untuk membuat 75 onde-onde.
5. 	



**Ayo Kita
Menanya**

Perhatikan Tabel 3.7. Situasi A merupakan masalah proporsi, sedangkan Situasi B bukan merupakan masalah proporsi. Apa yang membedakan antara Situasi A dan Situasi B? Jelaskan perbedaan keduanya. Buatlah pertanyaan lain dengan kata kunci “proporsi”.



Contoh 3.7

1. Tentukan apakah himpunan pasangan bilangan di atas proporsi atau tidak. Jelaskan alasan kalian.

a.

Bilangan Pertama (x)	2	4	6	8	10
Bilangan Kedua (y)	4	6	8	10	12

b.

Bilangan Pertama (x)	3	6	9	12	15
Bilangan Kedua (y)	4	8	12	16	20

2. Buatlah grafik untuk setiap masalah a dan b.



Penyelesaian

1. Untuk pasangan bilangan 1.a, perhatikan bahwa perbandingan bilangan pertama terhadap bilangan kedua, $\frac{x}{y}$ tidak sama.

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \text{ sedangkan } \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ begitu untuk yang lainnya.}$$

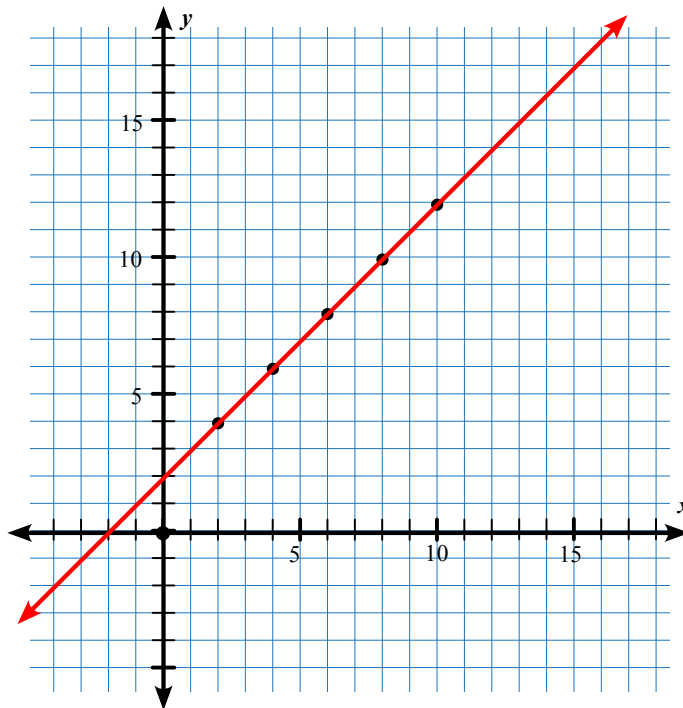
Jadi, pasangan bilangan 1.a bukan merupakan masalah proporsi.

Untuk pasangan bilangan 1.b, perhatikan bahwa perbandingan bilangan pertama terhadap bilangan kedua $\frac{x}{y}$ adalah sama.

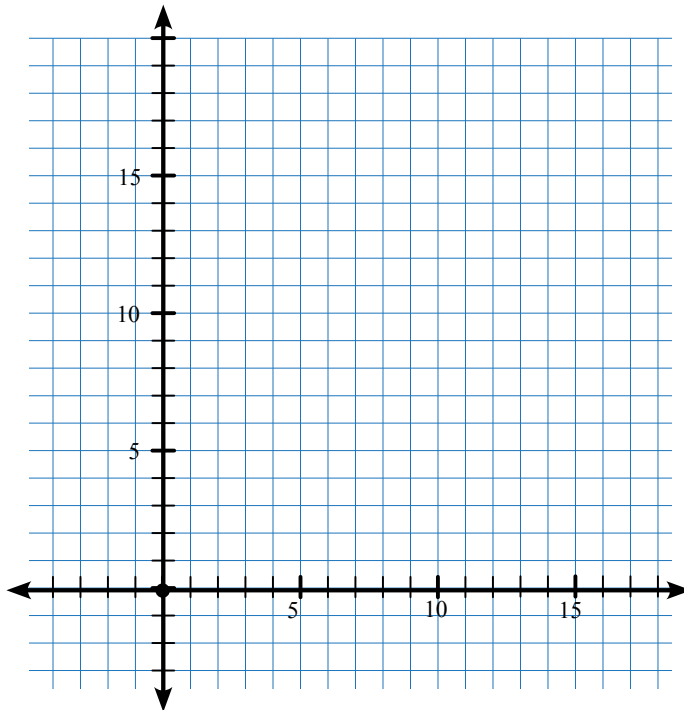
$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12} = \frac{3}{4}, \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \text{ begitu untuk yang lainnya.}$$

Jadi, pasangan bilangan 1.b merupakan masalah proporsi.

2. Garis yang menghubungkan titik-titik pasangan bilangan kedua masalah disajikan sebagai berikut.



Gambar 3.10 Grafik dari pasangan bilangan 1.a



Gambar 3.11 Grafik dari pasangan bilangan 1.b

Apa yang membedakan kedua grafik (a) dan (b)?



Sedikit Informasi

Konsep proporsi sangat berguna dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perbandingan.

Proporsi adalah suatu pernyataan yang menyatakan bahwa dua perbandingan adalah sama.

Persamaan $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ adalah proporsi, karena $\frac{10}{12} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{5}{6}$. Begitu pula persamaan

$\frac{14}{21} = \frac{22}{33}$ adalah contoh suatu proporsi, karena $14 \times 33 = 21 \times 22$.

Secara umum, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ adalah suatu proporsi jika dan hanya jika $a \times d = b \times c$

dengan a , b , c , dan d tidak nol.

Contoh berikutnya menunjukkan bagaimana proporsi digunakan untuk menyelesaikan masalah sehari-hari.



Contoh 3.6

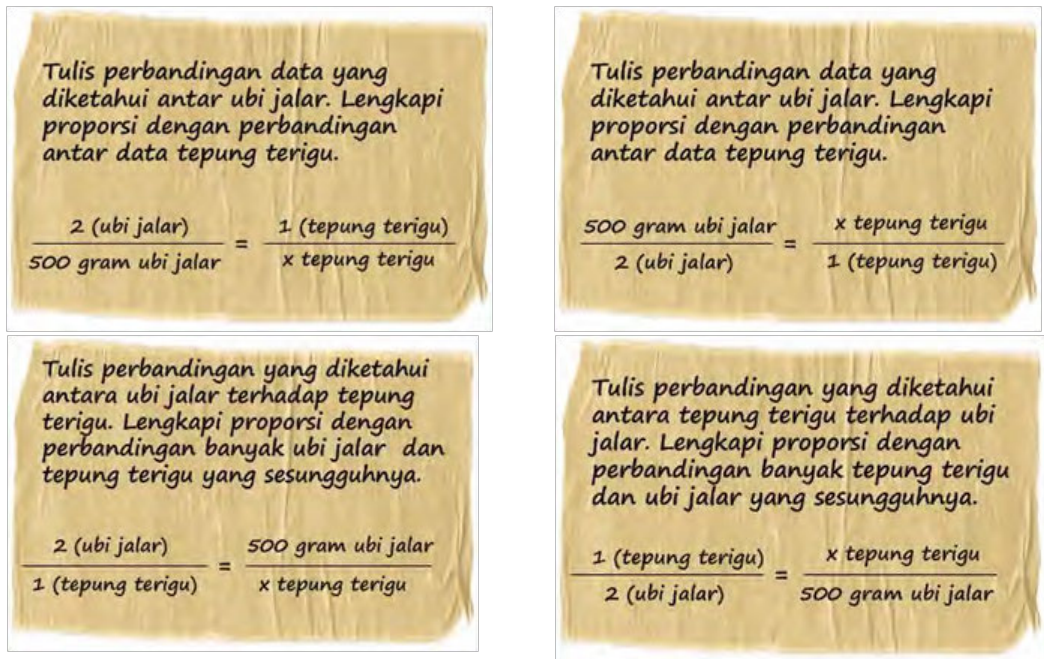
Resep Kue

Ubi jalar adalah salah satu jenis umbi-umbian yang bisa menggantikan tepung terigu. Untuk membuat Keik Ubi, perbandingan berat tepung terigu dan ubi jalar kukus adalah 1 : 2. Jika Kalian ingin membuat Keik Ubi dengan 500 gram ubi jalar, berpakah tepung terigu yang kalian butuhkan?

Masalah di atas dapat diselesaikan dengan berbagai cara. Kalian akan mempelajari cara khusus membuat perbandingan untuk masalah yang diberikan dan mencari nilai yang ditanyakan.

Cara yang baku untuk menyelesaikan masalah adalah membentuk dua perbandingan untuk menyatakan informasi yang diketahui dalam soal. Dua perbandingan yang sama ini membentuk suatu proporsi.

Misalnya, dalam masalah resep kue, kalian mendapatkan informasi yang cukup untuk menulis suatu perbandingan. Kemudian tulis suatu proporsi untuk menentukan kuantitas yang dicari. Terdapat empat cara untuk menulis proporsi.



Gambar 3.12 Perbandingan resep kue ubi jalar

Dengan menggunakan pengetahuan kalian tentang pecahan senilai yang sudah kalian pelajari di bab sebelumnya, kalian bisa menentukan banyak tepung terigu yang harus dicampurkan untuk membuat keik ubi jalar.

Untuk membantu kalian menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan proporsi, kalian bisa menggunakan tabel untuk memastikan unsur yang ingin dicari atau yang ditanyakan. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 3.7

Jika kalian mengendarai mobil yang dapat menghabiskan 60 liter bensin untuk 480 km, berapakah jarak yang ditempuh jika mobil telah menghabiskan 45 liter bensin saat dalam perjalanan dengan kondisi yang sama?

Penyelesaian

misal x = jarak yang ditempuh jika jika mobil telah menghabiskan 45 liter bensin
buat tabel seperti berikut untuk mengetahui unsur yang diketahui dan yang ditanyakan.

	liter	km
Banyak bensin yang dibutuhkan	60	480
Jarak yang ditempuh	45	x

sehingga, $\frac{60}{45} = \frac{480}{x}$

untuk menyelesaikannya, kalian bisa mengalikan silang seperti berikut.

$$60 \times x = 480 \times 45$$

$$x = \frac{480 \times 45}{60}$$

$$x = 360$$

Jadi, untuk 45 liter bensin, mobil dapat menempuh 360 km.



Ayo Kita Menalar

Penjelasan siswa-siswa dalam menyelesaikan masalah yang ditunjukkan dua gambar berikut adalah benar.

Banyak kendaraan sepeda motor di jalan raya suatu kecamatan lebih banyak jika dibandingkan mobil dengan perbandingan 9 terhadap 5. Terdapat 180 sepeda motor di kecamatan tersebut. Berapakah banyak mobil di kecamatan tersebut?

- Mengapa Rima mengalikan $\frac{20}{20}$? Bagaimana dia memperoleh 20 sebagai pengalinya?
- Apakah penyelesaian Rima ini Benar? Jelaskan.
- Strategi apa yang digunakan oleh Dini pada Gambar 3.14?
- Mengapa Dini dapat menyatakan bahwa jawabannya benar?

- Mustofa menulis bahwa untuk perbandingan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$, jika $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, maka $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Apakah benar? Jelaskan.

Penyelesaian Rima

$$\begin{aligned} \frac{9 \text{ motor}}{5 \text{ mobil}} &= \frac{180 \text{ motor}}{x \text{ mobil}} \\ \frac{9}{5} \times \frac{20}{20} &= \frac{180}{100} \\ \frac{180}{100} &= \frac{180}{x} \\ x &= 100 \end{aligned}$$

Gambar 3.13
Penyelesaian Rima

Penyelesaian Dini

$$\begin{aligned} \frac{5 \text{ mobil}}{9 \text{ motor}} &= \frac{x \text{ mobil}}{180 \text{ motor}} \\ \frac{5}{9} &= \frac{50}{90} = \frac{100}{180} \end{aligned}$$

Jadi, terdapat 100 mobil

Gambar 3.14
Penyelesaian Dini



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



Latihan 3.3

1. Susi sedang berada di Pasar Malam. Dia membayar Rp3.000,00 untuk tiket masuk dan membayar Rp2.000,00 untuk tiket satu permainan.
 - a. Salin dan lengkapi tabel berikut untuk membantu Susi menentukan total biaya berdasarkan banyak tiket permainan yang dia beli.

Banyak Tiket	2	4	6	8	
Biaya (ribuan rupiah)	5				

- c. Buatlah titik-titik untuk pasangan terurut yang menyatakan hubungan banyak tiket dan total biaya yang dikeluarkan Susi dan buat garis yang menghubungkan titik-titik tersebut.
 - d. Apakah perbandingan banyak tiket yang dibeli terhadap total biaya yang dikeluarkan Susi sama untuk setiap kolom? Apakah situasi ini proporsional? Jelaskan.
2. Ulul adalah seorang koki di Hotel. Dia sedang mengubah resep masakan untuk menjamu tamu hotel yang semakin bertambah banyak karena musim liburan. Resep yang telah dibuat sebelumnya adalah 2 gelas takar tepung terigu yang dapat dibuat 3 lusin kukis. Jika dia mengubah resepnya menjadi 12 gelas takar tepung terigu, berapa lusin kukis yang dapat dibuatnya?
3. Salma ingin membuat kopi untuk ayahnya. Dia tahu bahwa untuk membuat secangkir kopi, dia membutuhkan 2 sendok kopi bubuk. Salma berpikir: "Saya yakin bahwa banyaknya takaran kopi bubuk selalu satu lebihnya dari banyaknya cangkir yang saya sajikan." Apakah kalian setuju dengan alasan Salma? Jelaskan alasan kalian.
4. Mahmud suka sekali jus buah, terutama jus jambu dan wortel. Untuk membuat segelas jus jambu-wortel, dia mencampur 2 ons jambu dan 5 ons wortel. Mahmud ingin membuat jus dengan perbandingan berat jambu dan wortel yang sama untuk teman-temannya di hari minggu.
 - a. Lengkapi tabel berikut untuk membantu Mahmud membuat jus untuk teman-temannya.

Jambu (ons)	2	4	6	8	
Wortel (ons)	5				

- b. Buatlah titik-titik untuk pasangan terurut yang menyatakan hubungan berat jambu dan wortel untuk membuat jus buah dan buat garis yang menghubungkan titik-titik tersebut.

- c. Apakah perbandingan jambu dan wortel sama di setiap kolom? Apakah situasi ini proporsional? Jelaskan.
5. Usia Arfan 7 tahun lebih muda dari Retno, kakaknya. Tahun ini usia Arfan 7 tahun dan kakaknya 14 tahun. Retno mengatakan bahwa usianya dua kali usia Arfan. Retno bertanya-tanya, “Akankah usiaku akan menjadi dua kali usia Arfan lagi? Kapan ya?”
- Buatlah tabel usia mereka sampai 5 tahun berikutnya.
 - Untuk setiap tahun, hitunglah perbandingan usia Retno terhadap usia Arfan. Apa yang dapat kalian ketahui dari perbandingan itu?
 - Kapankah usia Retno dua kali usia Arfan lagi? Jelaskan jawaban kalian.
 - Apakah ada di suatu tahun dimana usia Retno satu setengah kali usia Arfan? Kalau ada, kapan? Kalau tidak ada, jelaskan mengapa.
 - Akankah perbandingan usia mereka menjadi 1? Jelaskan jawaban kalian.
6. Berlari 8 km akan membakar sekitar 500 kalori. Berapakah jarak yang harus ditempuh Reza untuk membakar 1.200 kalori dari sarapan yang telah dia makan?
7. Dani berlari sekitar 12 km dalam 2 jam. Berapakah waktu yang dia tempuh untuk berlari sejauh 18 km?
8. Qomaria sedang mengukur tinggi pohon di halaman sekolah. Dia menggunakan proporsi seperti berikut.

$$\frac{\text{tinggi Qomaria}}{\text{panjang bayangan Qomaria}} = \frac{\text{tinggi pohon}}{\text{panjang bayangan pohon}}$$

Tinggi Qomaria 15 kaki. Panjang bayangannya 15 inci. Panjang bayangan pohon

adalah 12 kaki. Qomaria menggunakan proporsi $\frac{4}{15} = \frac{\text{tinggi pohon}}{12}$. Namun,

proporsi tersebut menghasilkan tinggi pohon yang lebih pendek dari tinggi Qomaria. Apa yang salah dengan proporsi yang digunakan Qomaria? (Catatan: 1 kaki $\approx$ 30,48 cm dan 1 inci $\approx$ 2,54 cm)

9. Rafi mencatat bahwa 60% dari teman sekelasnya adalah perempuan dan dia menyimpulkan bahwa perbandingan perempuan terhadap laki-laki adalah 3 : 5. Apakah kesimpulannya benar? Jelaskan.



Kegiatan 3.4

Menyelesaikan Masalah Skala

Kata skala sering kita temui pada peta, denah, miniatur kendaraan, maket, dan masih banyak benda yang menggunakan skala. Dalam hal ini, skala menyatakan perbandingan antara ukuran gambar dan ukuran sebenarnya atau sesungguhnya. Skala juga ditemui pada termometer suhu, antara lain skala Celsius ($^{\circ}C$), skala Reamur ($^{\circ}R$), skala Fahrenheit ($^{\circ}F$). Skala pada termometer menyatakan perbandingan suhu dalam derajat Celsius, Reamur, dan Fahrenheit yang dinyatakan dengan perbandingan $C : R : (F - 32) = 5 : 4 : 9$. Amati beberapa masalah dan contoh terkait dengan skala.



**Ayo
Kita Amati**



Masalah 3.5

Gambar berikut merupakan peta provinsi Kalimantan Timur dengan skala 1 : 1.000.000. Artinya 1 cm pada gambar mewakili 1.000.000 cm pada keadaan sebenarnya. Dalam hal ini skala adalah perbandingan antara jarak pada peta dengan jarak sebenarnya, atau 1.000.000 cm pada keadaan sebenarnya digambar dalam peta 1 cm.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.15 Peta provinsi Kalimantan Timur

Jarak kota Samarinda dengan kota Balikpapan pada peta adalah 8 cm. Berapakah jarak sebenarnya kedua kota tersebut? Jika kalian membuat ulang peta di atas sehingga jarak kota Samarinda dengan kota Balikpapan adalah 2,5 cm, berapakah skala peta yang baru yang kalian buat?

Bagaimanakah cara kalian untuk menyelesaikan Masalah 3.5 di atas?



- a. Skala peta adalah 1 : 1.000.000

Jarak 1 cm pada peta sama dengan 1.000.000 cm pada jarak sebenarnya.

Jarak kota Samarinda dengan kota Balikpapan pada peta adalah 8 cm.

$$\begin{aligned}\text{Jarak kedua kota pada peta} &= 8 \times 1.000.000 \\ &= 8.000.000 \text{ cm} \\ &= 80 \text{ km}\end{aligned}$$

Jadi, jarak kota Samarinda dengan kota Balikpapan sebenarnya adalah 80 km.

- b. Jarak kota Samarinda dengan kota Balikpapan sebenarnya adalah 80 km = 8.000.000 cm.

Jarak kedua kota pada peta yang baru adalah 2,5 cm.

Berarti, untuk menentukan skala peta yang baru adalah dengan menggunakan konsep perbandingan seperti berikut.

$$\begin{aligned}\text{Skala peta} &= \frac{\text{jarak pada peta}}{\text{jarak sebenarnya}} \\ &= \frac{2,5}{8.000.000} \\ &= \frac{1}{3.200.000}\end{aligned}$$

Jadi, skala peta yang baru adalah 1 : 3.200.000



Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan Masalah 3.5. Gunakan kata kunci, “perbandingan”, “skala”, “ukuran sebenarnya”, “ukuran pada peta” dan “skala baru”. Misalnya, bagaimanakah menentukan perbandingan luas pada peta terhadap luas sebenarnya?



Ayo Kita Menggali Informasi

Skala adalah perbandingan yang menyatakan hubungan antara ukuran benda /objek pada gambar, denah atau peta dengan ukuran benda/objek yang sebenarnya.

Skala 1: n pada peta, artinya setiap 1 cm jarak pada peta mewakili n cm pada jarak sebenarnya.



Contoh 3.8

Maket adalah suatu bentuk tiga dimensi yang meniru sebuah benda atau objek dan memiliki skala. Misalnya miniatur pesawat, miniatur gedung, miniatur perumahan, dan sebagainya.

Maket pada gambar di samping adalah maket perumahan yang akan dijual.

Suatu maket dibuat dengan skala 1 : 200. Ukuran panjang dan lebar setiap rumah dalam maket tersebut adalah $7,5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Hitunglah:



Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.16 Maket perumahan

- Ukuran panjang dan lebar rumah sebenarnya,
- Perbandingan luas rumah dalam denah terhadap luas sebenarnya.



Penyelesaian

- Skala denah 1 : 200

Panjang rumah pada denah = $7,5 \text{ cm}$

Lebar rumah pada denah = 4 cm

Misalkan p adalah panjang rumah sebenarnya dan l adalah lebar rumah sebenarnya, sehingga panjang rumah sebenarnya dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\frac{1}{200} = \frac{7,5}{p}$$

$$l \times p = 7,5 \times 200$$

$$p = 1.500$$

Jadi, panjang rumah sebenarnya adalah 1.500 cm atau 15 m.

Lebar rumah sebenarnya dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\frac{1}{200} = \frac{4}{p}$$

$$1 \times p = 200 \times 4$$

$$p = 800$$

Jadi, panjang rumah sebenarnya adalah 800 cm atau 8 m.

b. Luas rumah pada denah = $15 \times 10 = 150$.

Luas rumah pada denah adalah 150 cm^2 .

Luas rumah sebenarnya = $750 \times 500 = 375.000$.

Luas rumah sebenarnya adalah 375.000 cm^2 .

Jadi, perbandingan luas rumah pada denah terhadap luas rumah sebenarnya adalah $150 : 375.000$ atau $1 : 2.500$.

Skala pada termometer

Saat kalian merasa demam, hal pertama yang biasa kalian lakukan adalah mengukur suhu tubuh. Di Indonesia, khususnya, banyak perawat dan dokter yang menggunakan skala Celcius untuk mengukur suhu tubuh. Akan tetapi, perlu kalian ketahui bahwa saat ini terdapat empat skala lain yang digunakan untuk mengukur suhu, yaitu Kelvin, Reamur, dan Fahrenheit.

Perhatikan contoh berikut untuk mengetahui pengukuran suhu pada setiap skala.



Contoh 3.9

Saat demam, termometer Celcius menunjukkan suhu badan Tesalonika 40°C .

- Berapa derajat Reamur suhu badan Tesalonika?
- Berapa derajat Fahrenheit suhu badan Tesalonika?



Penyelesaian

Suhu badan Tesalonika = 40°C . Perbandingan suhu pada termometer Celcius terhadap Reamur adalah $5 : 4$. Kalian bisa menulisnya dengan $C : R = 5 : 4$, C menyatakan suhu dalam Celcius dan R menyatakan suhu dalam Reamur.

Namun, bisa juga kalian nyatakan sebagai berikut



Gambar 3.17 Mengukur suhu tubuh

a. $\frac{C}{R} = \frac{5}{4}$

$$40 \times 4 = 5 \times R$$

$$\frac{40 \times 4}{5} = R$$

$$32 = R$$

Jadi, suhu badan Tesalonika adalah $32^{\circ}R$.

- b. Perbandingan suhu Celcius terhadap Fahrenheit adalah $C : (F - 32) = 5 : 9$

Bisa dinyatakan dalam bentuk seperti berikut

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{40}{F - 32} = \frac{5}{9}$$

$$40 \times 9 = 5 \times (F - 32)$$

$$360 = 5 \times (F - 32)$$

$$\frac{360}{5} = F - 32$$

$$72 = F - 32$$

$$104 = F$$

Jadi, suhu badan Tesalonika adalah $104^{\circ}F$.



Masalah 3.6

Pada peta Indonesia yang berskala 1 : 12.000.000, jarak Parapat ke Pulau Samosir adalah 0,13 cm. Sebuah kapal feri berangkat dari Parapat pukul 08.00 WIB menuju Pulau Samosir. Jika kecepatan kapal feri adalah 24 km/jam, pukul berapa kapal feri sampai di Pulau Samosir?



Alternatif Penyelesaian

Diketahui: Skala peta 1 : 12.000.000; jarak pada peta 0,13 cm

Kapal feri berangkat pukul 08.00 WIB

Kecepatan feri 24 km per jam.

Ditanyakan: waktu tiba di Pulau Samosir

Jarak Parapat ke Pulau Samosir pada peta adalah 0,13 cm.

Jarak 1 cm pada peta = 12. 000. 000 pada jarak sebenarnya.

Jarak Parapat ke Pulau Samosir sebenarnya adalah $12.000.000 \times 0,13 = 1.560.000$ cm = 15,6 km.

Lama perjalanan kapal feri adalah $\frac{15,6}{24} = 0,65$

Lama perjalanan adalah 0,65 jam = 39 menit.

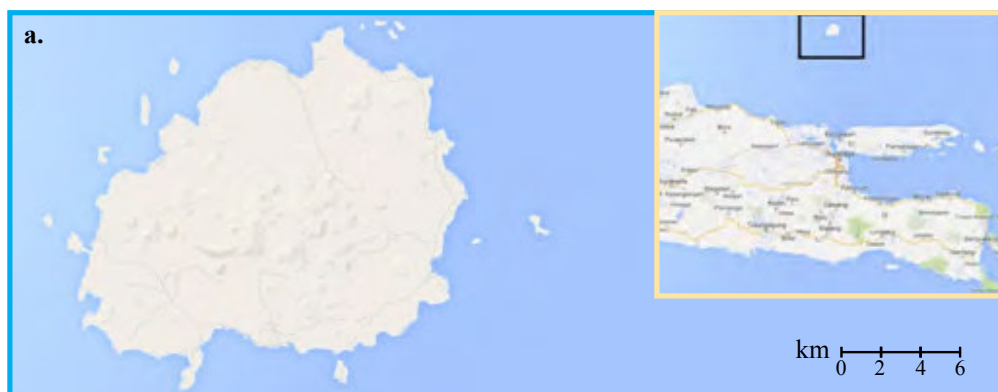
Sampai di Pulau Samosir adalah sekitar 08.39.

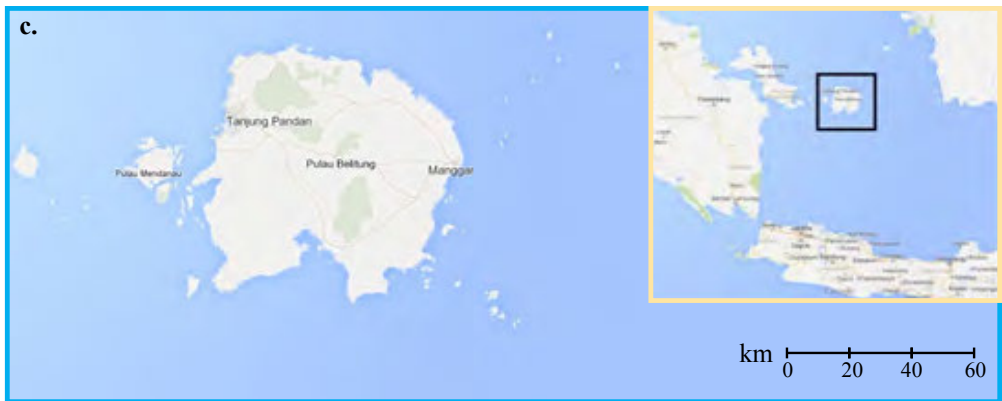
Jadi, kapal feri akan tiba di Pulau Samosir pada pukul 08.39 WIB.



**Ayo Kita
Bernalar**

Berikut tiga peta berbeda yang menunjukkan tiga pulau berbeda, berturut-turut (a) Pulau Bawean (Jawa Timur), (b) Pulau Belitung (Bangka Belitung), dan (c) Pulau Natuna Besar (Kep. Riau). Masing-masing peta memiliki skala yang berbeda yang ditunjukkan oleh skala di pojok kanan bawah.





Sumber: GoogleMaps.com

Gambar 3.18 Peta

Jika kalian membandingkan ukuran ketiga pulau, mungkin kalian melihat ukuran ketiganya sama. Namun, pada kenyataannya berbeda. Urutkan ketiga pulau tersebut mulai yang terbesar hingga terkecil. Jelaskan bagaimana kalian menentukan urutannya.

Catatan: Perhatikan skala yang berada di pojok kanan bawah.



**Ayo Kita
Berbagi**

Presentasikan jawaban kalian di depan kelas. Diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



Latihan 3.4

- Sebuah peta berskala 1 : 10.000.000. Jarak kota Jambi dan Palembang pada peta jaraknya 2,4 cm. Seorang sopir bis berangkat dari kota Jambi menuju kota Palembang dengan kecepatan rata-rata 80 km per jam. Selama perjalanannya, ia berhenti istirahat sebanyak 1 kali selama 30 menit. Ia tiba di kota Palembang pukul 10.30 WIB.
 - Berapa jam bis itu diperjalanan?
 - Pukul berapa sopir bis itu berangkat dari kota Jambi?
- UNESCO telah memutuskan bahwa Taman Nasional Komodo menjadi Situs Warisan Dunia sejak tahun 1991. Gambar berikut adalah peta Taman Nasional Komodo.



Sumber: GoogleMaps.com

Taman nasional ini terdiri atas tiga pulau besar Pulau Komodo, Pulau Rinca, dan Pulau Padar serta beberapa pulau kecil. Wilayah darat taman nasional ini 603 km² dan wilayah total adalah 1817 km².

Jika skala pada peta di atas adalah 1 : 200.000, berapakah luas wilayah darat dan wilayah total Taman Nasional Komodo pada peta?

3. Sebuah peta berskala 1 : 10.000.000. Jarak kota Jambi dan Palembang pada peta jaraknya 2,4 cm. Seorang sopir bis berangkat dari kota Jambi menuju kota Palembang dengan kecepatan rata-rata 80 km per jam. Selama perjalanannya, ia berhenti istirahat sebanyak 1 kali selama 30 menit. Ia tiba di kota Palembang pukul 10.30 WIB.
 - a. Berapa jam bis itu diperjalanan?
 - b. Pukul berapa sopir bis itu berangkat dari kota Jambi?
4. Lengkapi tabel berikut.

No.	Skala	Jarak pada peta/photo	Jarak sebenarnya
A	1 : 20	... cm	1 m
B	1 : 200.000	2 cm	... km
C	1 : 20	... cm	6 m
D	1 : 1	100 cm	... m

5. Disamping rumah Reza, terdapat sebidang tanah berbentuk persegi panjang. Ayahnya merencanakan akan menanam berbagai jenis tanaman obat. Keliling tanah 40 m, dan perbandingan ukuran panjang dan lebarnya adalah 5 : 3. Gambarkan keadaan tanah itu dan tentukan panjang dan lebarnya.
6. Ikhsan memiliki 3 orang anak. Pada suatu hari ketiga anaknya terkena flu burung. Sampai di rumah sakit diperoleh data bahwa suhu badan ketiga anak itu masing-masing, 40°C, 39,5°C, dan 40,6°C. Ubahlah ketiga suhu badan itu dalam derajat Reamur dan Fahrenheit.
7. Jarak kota A dan B pada peta 5 cm. Peta itu berskala 1 : 1.200.000. Amir dengan mengendarai sepeda motor berangkat dari kota A pukul 06.45 dengan kecepatan 45 km per jam. Di tengah jalan Amir berhenti selama $\frac{1}{4}$ jam. Pada pukul berapa Amir tiba di kota B?
8. Jumlah Suhu badan Robert dan Dodi 133,2°F. Saat itu Robert dalam keadaan flu sehingga suhu badannya 39°C. Berapa derajat Celcius suhu badan Dodi?
9. Pesawat perintis N219 buatan PT Dirgantara Indonesia yang berukuran bentang sayap sepanjang 19,5 meter dan tinggi 6,1 meter. Jika perusahaan akan membuat miniatur yang berskala 1 : 150, berapakah ukuran bentang sayap dan tinggi miniatur pesawat.



Tugas Projek 3

Menjadi Arsitek

Dalam projek ini, kalian akan membuat denah rumahmu seperti halnya seorang arsitek. Bacalah petunjuk dengan seksama sebelum membuat projek ini. Bersiaplah untuk menjelaskan denah beserta bagian-bagian rumahmu di depan kelas.

Alat dan Bahan:

- Alat ukur: rol meter
- Penggaris (untuk menggambar denah)
- Kertas gambar A4

Petunjuk:

1. Ukurlah bagian-bagian dari rumah kalian, bisa mulai taman, teras, semua ruangan yang ada di dalamnya, lebar pintu dan jendela, beserta kebun belakang (kalau ada) dengan menggunakan rol meter.
2. Catatlah ukuran bagian rumah kalian dalam satuan meter.
3. Tentukan skala yang akan kalian gunakan untuk membuat denah.
4. Tentukan ukuran-ukuran bagian rumah yang akan kalian gambar di kertas.
5. Gambarlah denah rumah kalian dengan teliti dan benar sesuai ukuran skala.

Setelah kalian selesai membuat gambar, tuliskan laporan yang meliputi:

- a. Luas tanah tempat rumah kalian didirikan.
- b. Luas bangunan rumah kalian.
- c. Luas setiap bagian rumah kalian, misalnya luas ruang makan, luas kamar, luas kamar mandi, dan seterusnya.
- d. Perbandingan luas bangunan terhadap luas tanah tempat didirikan rumah kalian.
- e. Perbandingan luas setiap bagian dari rumah terhadap luas bangunan rumah kalian.
- f. Penjelasan rumah ideal yang mungkin akan menjadi tempat tinggal ketika sudah dewasa.
- g. Foto rumah kalian yang tampak dari depan.



Merangkum 3

1. Jelaskan apa yang dimaksud kata-kata berikut dalam membandingkan dua kuantitas.
 - a. Perbandingan
 - b. Pecahan
2. Buatlah sebuah contoh situasi dari setiap konsep berikut dalam membandingkan dua kuantitas.
 - a. Perbandingan
 - b. Pecahan
3. Bagaimanakah cara kalian menentukan perbandingan yang setara?
4. Jelaskan bagaimana tabel dan grafik membantu kalian dalam menyelesaikan masalah perbandingan.
5. Untuk setiap situasi berikut, buatlah masalah yang dapat diselesaikan menggunakan proporsi. Kemudian selesaikan masalah yang telah kalian buat.
 - a. Banyaknya siswa perempuan di kelas tujuh adalah $\frac{3}{5}$ bagian.
 - b. 5 bungkus permen lolipop dijual seharga Rp3.000,00.
 - c. Roni mengendarai sepeda dengan kecepatan 20 km per jam.
6. Jelaskan bagaimanakah kalian mengetahui bahwa masalah yang akan kalian kerjakan adalah masalah yang proporsional.
7. Buatlah satu contoh masalah yang bukan termasuk masalah proporsi namun tampak proporsi.

Tahukah kamu?

Saat kalian melihat sebuah rancangan atau master plan sebuah bangunan, kompleks gedung, kalian akan merasa menjadi raksasa. Semua serba menjadi kecil. Mobil, gedung, rumah, pohon, jalan raya, dan lainnya. Rancangan yang berbentuk miniatur tersebut dinamakan maket.

Maket adalah tambahan atas rancangan arsitektur dan sebagai cara utama untuk menyampaikan ide dan menggambar tata ruang. Motivasi membuat maket adalah memungkinkan perancang untuk menguji kualitas rancangan dalam skala kecil dan membantu perancang dalam mengembangkan sentuhan atas ruang, estetika, dan bahan. Sebuah maket membantu para perancang untuk mendemonstrasikan bakat dan kualitas mereka dalam hal ide dan proyek. Maket juga dapat menjadi sebuah alat kontrol untuk menilai sebuah gedung sebelum dibangun. Maket mempunyai beberapa jenis atau macam diantaranya :

1. maket arsitektur/gedung (skala 1:200, 1:100, 1:50)
2. maket interior (skala 1:20, 1:10, 1:5, 1:1)
3. maket terperinci (skala 1:20, 1:10, 1:5, 1:1)

Bagaimana, apakah kalian ingin bercita-cita menjadi arsitek? atau pemilik proyek?



Sumber: <http://www.hildalexander.files.wordpress.com>



1. Sederhanakan perbandingan berikut.

- $5\frac{1}{4} : 1\frac{1}{2}$
- 75 cm : 2, 5 m
- 150 gram : 3 kilogram
- 250 mililiter : 5 liter

2. **Kesehatan.** Perhatikan tabel di bawah ini.

Tabel 3.8 Persentase akses air minum layak rumah tangga di Indonesia

Air Minum Layak	2000	2011
Perkotaan	46,02	41,10
Pedesaan	31,31	43,92

Sumber: Profil Data Kesehatan Indonesia Tahun 2011, Kementerian Kesehatan RI 2012

- Bandingkan persentase akses air minum layak perkotaan terhadap pedesaan dan persentase akses air minum layak pedesaan terhadap perkotaan. Tulislah pernyataan untuk masing-masing tahun.
 - Jelaskan kenaikan atau penurunan akses air minum layak di perkotaan dan di pedesaan antara tahun 2000 dan 2011.
3. Dua minggu yang lalu, Marisa mengukur tinggi dua tanaman yang ditanam di kebun sekolah. Tinggi tanaman A adalah 20 cm dan tinggi tanaman B adalah 32 cm. Sekarang setelah Dani mengukur dicatat bahwa tinggi Tanaman A adalah 28 cm dan tinggi tanaman B adalah 40 cm. Tanaman manakah yang lebih cepat tumbuh? Jelaskan jawaban kalian.
4. Perhatikan Tabel 3.9 peserta Bakat-Minat berikut.

Tabel 3.9 Peserta bakat-minat SMP Sukamaju

Olahraga	Perempuan	Laki-laki
Bola Basket	30	80
Sepak Bola	10	60
Badminton	120	85
Total peserta	160	225

- Olah raga manakah siswa laki-laki lebih banyak dibandingkan siswa perempuan?
- Olah raga manakah siswa perempuan lebih banyak dibandingkan siswa laki-laki?
- Peserta bakat-minat setiap cabang olah raga di SMP Sukamaju memiliki perbandingan yang sama dengan peserta bakat minat di SMP Harapan.

Misalkan terdapat 240 siswa perempuan di SMP Harapan, berapa banyak peserta bakat minat setiap cabang olah raga di SMP Harapan?

5. Ratna ingin membeli mi instan. Ratna memiliki dua pilihan tempat untuk membeli mi instan. Di AndaMart, Ratna dapat membeli tujuh bungkus mi instan seharga Rp13.000,00. Sedangkan di SandiMart, Ratna dapat membeli enam bungkus mi instan seharga Rp11.000,00.
Toko manakah yang akan kalian sarankan ke Ratna? Jelaskan.
6. Gambar di samping menunjukkan suvenir Gandrung Banyuwangi. Suvenir dibuat dengan skala 1 : 5. Tinggi model gandrung sesungguhnya adalah 150 cm. Berapakah tinggi suvenir Gandrung?
7. Dokter menggunakan proporsi ketika memeriksa denyut nadi kita. Rata-rata denyut nadi orang yang sehat berdenyut 72 per menit.
Beberapa dokter memeriksa denyut nadi selama 15 detik, kemudian memperkirakan kecepatan denyut nadi. Berapa banyak denyutan yang dokter perkirakan selama 15 detik jika denyut nadi kalian sama dengan rata-rata denyut nadi orang sehat?
8. Kota A dan kota B pada peta berjarak 6 cm. Jarak sebenarnya kedua kota tersebut adalah 120 km. Jika kota B dan Kota C pada peta yang sama berjarak 4 cm, berapakah jarak sebenarnya kota B dan kota C ?
9. Perbandingan dari dua dua bilangan adalah 3 : 4. Jika masing-masing bilangan ditambah 2, perbandingannya menjadi 7 : 9. Tentukan hasil kali kedua bilangan itu.
10. Tentukan nilai dari p pada perbandingan-perbandingan berikut.

a. $p : 8 = 30 : 48$	e. $\frac{15}{32} = \frac{p}{p+2}$
b. $\frac{5}{p} = \frac{60}{84}$	f. $\frac{3p}{4} = \frac{12-p}{6}$
c. $\frac{p+1}{4} = \frac{96}{120}$	g. $2 : 9 = p : 3$
d. $\frac{5}{3} = \frac{75}{6p-3}$	h. $\frac{3}{4} : 8 = 9 : p$
11. Jumlah dua bilangan adalah 20 dan selisih kedua bilangan tersebut adalah $2\frac{1}{2}$. Berapakah perbandingan dari bilangan yang kecil terhadap bilangan yang besar?
12. Galuh mendengar dari gurunya bahwa perbandingan laki-laki terhadap perempuan dalam kelasnya tahun ajaran baru ini adalah 5 : 4. Dia bilang, “Apakah perbandingan 5 : 4 ini berarti bahwa hanya ada 5 orang laki-laki di kelas saya?” Bagaimana tanggapan kamu?



Bab 4

Garis dan Sudut



Kata Kunci

- Titik
- Garis
- Bidang
- Sudut
- Sudut Berpenyiku
- Sudut Berpelurus
- Sudut Sehadap
- Sudut Berseberangan
- Sudut Bertolak Belakang.



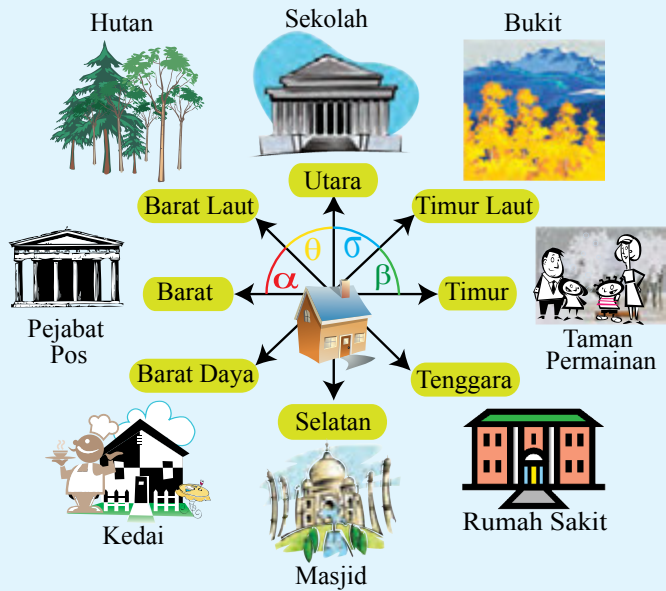
Kompetensi Dasar

1. Memahami berbagai konsep dan prinsip garis dan sudut dalam pemecahan masalah nyata.
2. Menerapkan berbagai konsep dan sifat-sifat terkait garis dan sudut dalam pembuktian matematis serta pemecahan masalah nyata.



Pengalaman Belajar

1. Menjelaskan kedudukan dua garis (sejajar, berhimpit, berpotongan, bersilangan) melalui benda konkrit.
2. Mengenal satuan sudut.
3. Menemukan sifat sudut jika dua garis sejajar dipotong transversal.
4. Menggunakan sifat-sifat sudut dan garis untuk menyelesaikan masalah.



Gambar di atas mendeskripsikan keadaan lingkungan sekitar rumah tinggal Prapto dan Eko. Pada gambar juga sangat jelas diberikan arah mata angin setiap tempat yang biasa dikunjungi atau dilewati oleh Prapto dan Eko.

Misalnya, rumah Prapto dan Eko adalah poros arah mata angin, dan sudut antara letak bukit dan gedung sekolah adalah 35° , serta besar sudut antara gedung pejabat pos terhadap hutan adalah 65° . Jika posisi Prapto dan Eko sekarang berada di taman permainan, kemudian akan berjalan melingkari lintasan arah mata angin, berapakah besar sudut yang terbentuk dari posisi awal terhadap posisi hutan?





**Euclides
(350-280 SM)**

Euclides

Euclid (350-280 SM) disebut sebagai Bapak Geometri, merupakan ahli Matematika pada zaman Romawi Kuno. Bukunya yang berjudul *Elements*, merupakan karya geometri terbesarnya yang hingga saat ini digunakan sebagai acuan dasar-dasar ilmu Geometri.

Euclides menulis 13 jilid buku tentang geometri. Dalam buku-bukunya beliau menyatakan aksioma (pernyataan-pernyataan sederhana) dan membangun semua dalil tentang geometri berdasarkan aksioma-aksioma tersebut. Contoh dari aksioma Euclides adalah, “Ada satu dan hanya satu garis lurus yang melewati dua titik”. Buku-buku karangannya menjadi hasil karya yang sangat penting dan menjadi acuan dalam pembelajaran Ilmu Geometri.

Bagi Euclides, matematika itu penting sebagai bahan studi dan bukan sekedar alat untuk mencari nafkah. Ketika beliau memberi kuliah geometri pada raja, baginda bertanya, “Tak adakah cara yang lebih mudah bagi saya untuk mengerti dalam mempelajari geometri?”. Euclides menjawab, “Bagi raja tak ada jalan yang mudah untuk mengerti geometri. Setiap orang harus berpikir ke depan tentang dirinya apabila ia sedang belajar”.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus mampu berbagi ilmu pengetahuan kepada siapa saja tanpa pandang status sosial, sehingga ilmu yang kita miliki akan dapat bermanfaat untuk orang lain.
2. Kita ini termasuk manusia yang lemah, tapi berakal. Jika kita tidak menggunakan akal pikiran kita semaksimal mungkin, maka tidak ada bedanya dengan hewan. Maka dari itu gunakanlah akal pikiran kita untuk berbuat sesuatu yang bermanfaat dengan mengikuti prinsip-prinsip manusiawi. Apabila kita mempunyai ilmu ajarkanlah kepada orang lain, niscaya ilmu kita akan bertambah
3. Kita harus punya tekad dan semangat yang tinggi untuk mewujudkan cita-cita di masa depan, agar menjadi generasi yang cerdas dan tangguh.



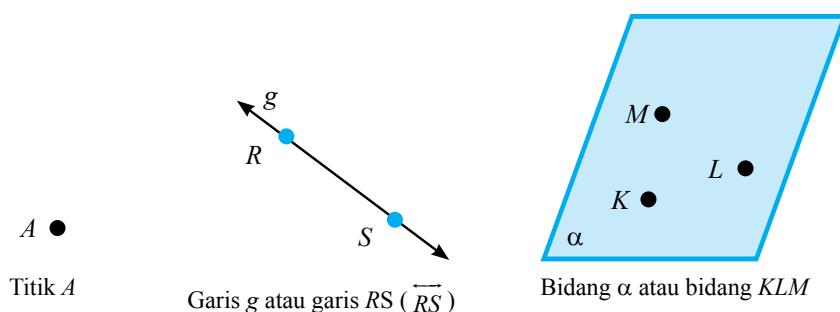
Kegiatan 4.1

Memahami Kedudukan Garis dan Sudut

a. Menemukan konsep titik, garis, dan bidang

Dalam ilmu Geometri, terdapat beberapa istilah atau sebutan yang tidak memiliki definisi (*undefined terms*), antara lain, titik, garis, dan bidang. Meskipun ketiga istilah tersebut tidak secara formal didefinisikan, sangat penting disepakati tentang arti istilah tersebut.

Perhatikan gambar berikut ini.



Gambar 4.1: Representasi titik A , garis g dan bidang α

Titik tidak memiliki ukuran, biasanya dideskripsikan menggunakan tanda noktah, seperti pada gambar di atas. Penamaan titik menggunakan huruf kapital, seperti titik A , titik B , titik C , dan sebagainya.

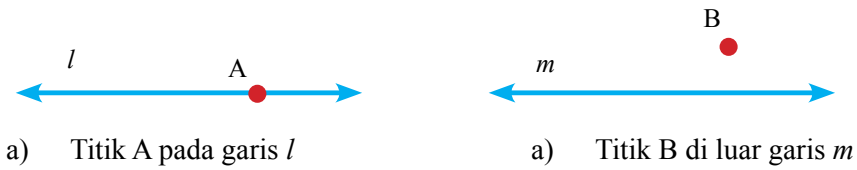
Sedangkan, garis direpresentasikan oleh suatu garis lurus dengan dua tanda panah di setiap ujungnya yang mengindikasikan bahwa garis tersebut panjangnya tak terbatas.

Suatu bidang direpresentasikan oleh permukaan meja atau dinding. Pada Gambar 4.1 bidang α memiliki luas yang tak terbatas.

Selanjutnya, beberapa konsep dasar dalam geometri juga harus dipahami tanpa didefinisikan. Salah satu diantaranya, konsep letak suatu titik pada suatu garis atau pada suatu bidang.

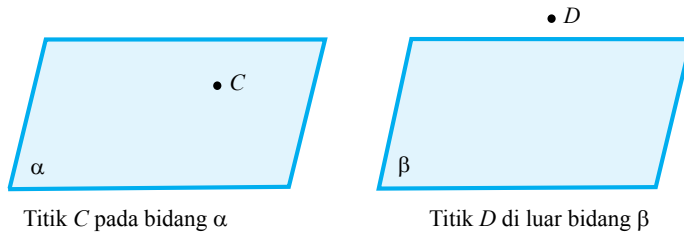
Mari perhatikan gambar di bawah ini.

1. Posisi titik terhadap garis



Gambar 4.2 Posisi titik terhadap garis

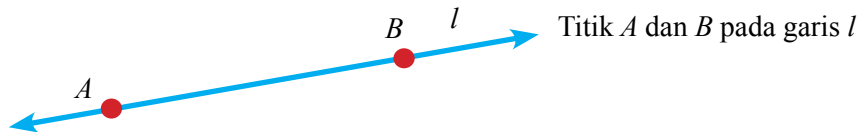
2. Posisi titik terhadap bidang



Gambar 4.3 Posisi titik terhadap bidang

3. Titik-titik segaris

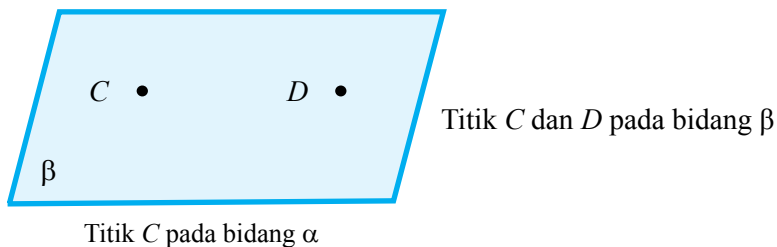
Dua atau lebih dikatakan segaris jika titik-titik tersebut terletak pada garis yang sama. Pada Gambar 4.3 titik A dan titik B dikatakan segaris, karena sama-sama terletak pada garis l .



Gambar 4.4 Titik-titik segaris (koliner)

4. Titik-titik sebidang

Dua atau lebih dikatakan sebidang jika titik-titik tersebut terletak pada bidang yang sama. Pada Gambar 4.5 titik C dan titik D dikatakan sebidang, karena sama-sama terletak pada bidang β .



Gambar 4.5 Titik-titik sebidang (koplanar)



Sumber: Kemdikbud

Gambar 4.6 Jembatan sebagai penghubung dua daerah yang terpisah

Gambar 4.6 di samping ini adalah kondisi daerah yang dihubungkan oleh sebuah jembatan. Jembatan merupakan struktur penghubung antara dua tempat yang terpisah.

Jembatan berperan sebagai penghubung dua daerah yang dipisahkan oleh sungai. Andaikan sisi kiri sungai sebagai titik A ,

sisi kanan sungai sebagai titik B , dan ruas garis AB merepresentasikan jembatan itu sendiri. Adanya ruas garis AB menjadikan dua titik A dan B terhubung. Jika titik A merupakan titik pangkal ruas segmen garis AB , maka titik B merupakan titik ujung ruas garis AB .

Masalah lain yang akan kita pahami berikutnya adalah cahaya yang dihasilkan senter. Mari cermati Gambar 4.7.

Mari kita fokus pada cahaya yang memancar lurus dan besar (garis kuning). Tentunya, pangkal dari cahaya tersebut adalah senter. Jika kita hanya perhatikan pada gambar, kita dapat menentukan ujung cahaya, tetapi pada kejadian sebenarnya cahaya tersebut tidak memiliki ujung.

Jadi pada kejadian ini, kita menemukan suatu pengamatan terhadap objek yang memiliki titik awal, tetapi tidak memiliki ujung.



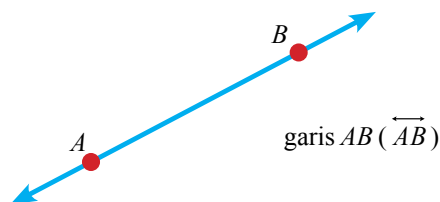
Sumber: Kemdikbud

Gambar 4.7 Senter menyala pada malam hari.

Dari tiga kajian di atas, terdapat dua pemahaman yang berkaitan dengan garis, segmen garis, dan sinar garis (sinar).

Secara geometri, ketiga istilah tersebut kita deskripsikan sebagai berikut.

Gambar di bawah ini adalah garis yang melalui titik A dan B disebut garis AB , dinotasikan $\overleftrightarrow{AB}$. Tanda panah pada kedua ujung $\overleftrightarrow{AB}$ artinya dapat diperpanjang sampai tak terbatas.



Gambar di bawah ini adalah ruas garis (segmen) AB , disimbolkan $\overline{AB}$, dengan titik A dan B merupakan titik ujung ruas garis AB .



Sinar AB , disimbolkan $\overrightarrow{AB}$, memiliki titik pangkal A , tetapi tidak memiliki titik ujung.



Perlu kalian ingat bahwa $\overrightarrow{AB}$ sama dengan $\overrightarrow{BA}$, $\overline{AB}$ sama dengan $\overline{BA}$, tetapi $\overrightarrow{AB}$ tidak sama dengan $\overrightarrow{BA}$.



Jika titik C terdapat di antara titik A dan B , maka $\overrightarrow{CA}$ dan $\overrightarrow{CB}$ merupakan dua sinar yang berlawanan



b. Kedudukan Garis

Pembahasan pada buku ini, kalian akan lebih banyak menggunakan garis daripada dua yang lain. Alasannya, semua kajian matematika harus berlaku secara umum, bukan hanya pada sebagian. Selanjutnya kita akan mengkaji posisi satu garis dengan garis yang lain.

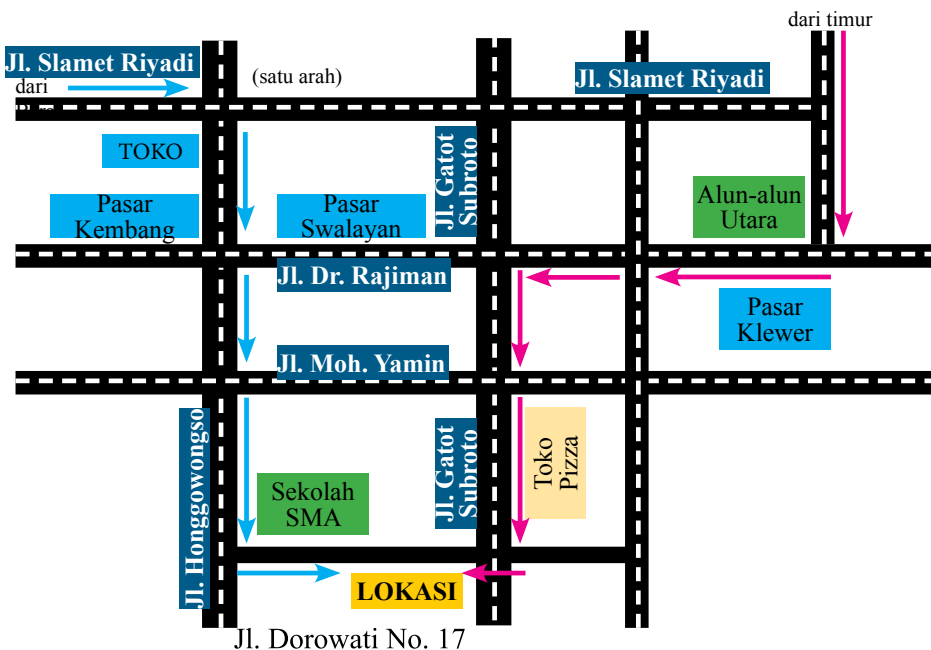


**Ayo
Kita Amati**



Masalah 4.1

Dayu dan Risky, dua remaja yang tinggal di kota Solo, berencana mengikuti kegiatan sekolah yang diadakan di Jl. Dorowati No. 17. Mereka masih tergolong orang baru di kota ini. Dayu tinggal di Jl. Slamet Riyadi, sedangkan Risky tinggal tidak jauh dari alun-alun utara. Dengan diberikan peta seperti pada Gambar 4.6, bagaimana pilihan rute perjalanan Dayu dan Risky untuk menuju lokasi kegiatan?



Gambar 4.8 Denah Jalan Sekitar Jl. Gatot Subroto di Kota Solo

Alternatif Pemecahan Masalah

Perhatikan jalan-jalan yang sejajar dan jalan-jalan yang tegak lurus

- Jl. Gatot Subroto sejajar dengan Jl. Hongowongso. Dua garis sejajar disimbolkan $\parallel$. Pemahaman dua garis sejajar dalam hal ini, harus berlaku juga jika kedua garis diperpanjang sejauh mungkin.
- Jl. Moh. Yamin berpotongan dengan Jl. Gatot Subroto. Lebih tepatnya, kedua garis tersebut berpotongan tegak lurus. Dua garis yang berpotongan tegak lurus, disimbolkan $\perp$.

Sedangkan untuk mengetahui pilihan rute perjalanan Dayu dan Risky sampai lokasi kegiatan, lakukanlah tahapan-tahapan kegiatan berikut.

- Buatlah permisalan dari arah jalan-jalan yang ada di sekitar Jl. Gatot Subroto.
- Perhatikan denah yang dapat dilewati Dayu. Mulai dari jl. Slamet Riyadi. Coba kalian tuliskan rute yang dapat dilalui oleh Dayu. Berapa banyak rute yang dapat kalian temukan?
- Perhatikan denah yang dapat dilewati Risky. Mulai dari alun-alun utara. Coba kalian tuliskan rute yang dapat dilalui oleh Risky. Berapa banyak rute yang dapat kalian temukan?
- Sebutkan jalan-jalan yang saling sejajar dan saling saling berpotongan (tegak lurus atau tidak tegak lurus).

5. Coba tuliskan ciri-ciri dua garis sejajar, dan dua garis yang berpotongan. Diskusikan hasil yang kalian peroleh dengan teman sekelas kalian.



Ayo Kita Menanya

Kalian sudah mendapatkan fakta-fakta hasil pengamatan, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “rute” dan “Dayu, Risky”
2. “garis” dan “sejajar”, “berpotongan”

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Sedikit Informasi

Kedudukan dua garis

1. Garis m dikatakan memotong garis k , jika kedua garis bertemu pada satu titik.
2. Garis m dikatakan sejajar dengan garis k , jika kedua garis terletak pada satu bidang datar dan kedua garis tidak berpotongan.
3. Garis m dan garis k dikatakan berhimpit, jika garis m terletak pada garis k (atau sebaliknya).

Garis m dan garis k dikatakan berhimpit, dalam sajian geomtri, direpresentasikan sebagai garis yang sama (identik).



Contoh 4.1

Jam di samping menunjukkan pukul 12.00. Posisi jarum detik, menit dan jam berada pada satu posisi yang sama.

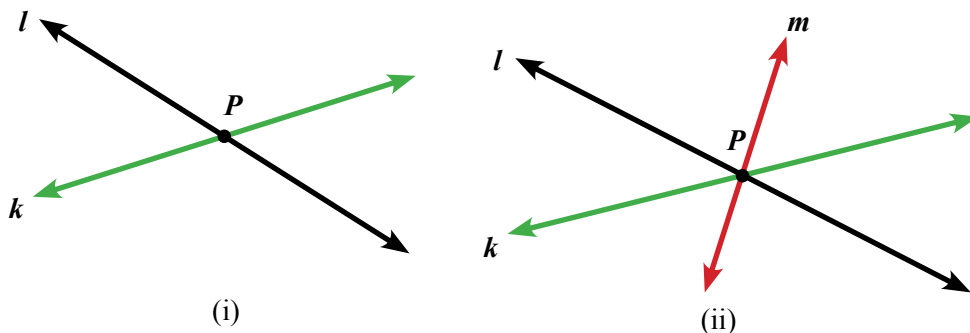
Jika kita misalkan setiap jarum tersebut sebagai garis, hubungan antara ketiga garis itu disebut berhimpit. Pemahaman berhimpit dalam hal ini adalah terdapat satu garis yang menjadi tempat letaknya garis yang lain.



Gambar 4.9 Jam menunjukkan Pukul 12.00

Cermati kembali Gambar 4.9, untuk satuan waktu 24 jam.

1. Ada berapa kali dapat ditemukan garis (jarum jam, menit dan detik) berhimpit?
 2. Ada berapa kali terbentuk sudut siku-siku (90°) antara jarum menit dan jarum jam?
- Untuk membantu kita memahami lebih mudah tentang kedudukan garis, mari cermati setiap gambar di bawah ini.

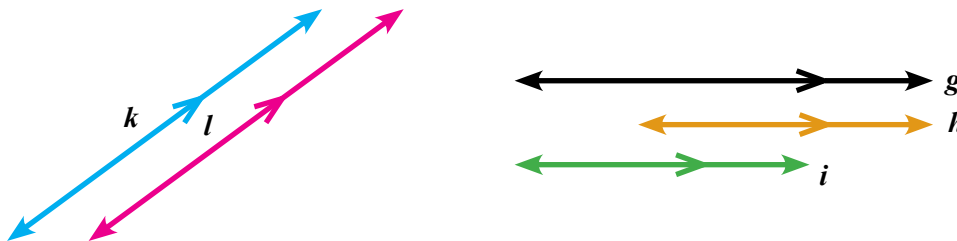


Gambar 4.10 Garis-garis saling berpotongan menghasilkan satu titik potong (kongkuren)

Pada Gambar 4.10 (i), titik P merupakan perpotongan garis l dan garis k .

Sedangkan pada Gambar 4.10 (ii), titik P merupakan perpotongan garis k , l dan m . Selain titik, terdapat juga daerah-daerah yang terbentuk oleh garis-garis yang berpotongan tersebut. Untuk Gambar 4.10 (i) terdapat 4 daerah yang terbentuk oleh hasil perpotongan garis k dan garis l , serta Gambar 4.10 (ii) menghasilkan 6 daerah yang terbentuk oleh hasil perpotongan ketiga garis tersebut.

Gambar 4.11 berikut ini, menyajikan garis-garis yang saling sejajar. Ciri yang menunjukkan dua atau tiga garis (terletak pada satu bidang datar) saling sejajar jika jarak antar garis yang sejajar selalu sama dan tidak pernah berpotongan. Perhatikan gambar di bawah ini.



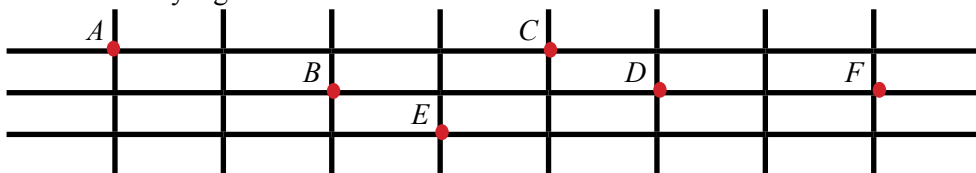
Gambar 4.11 Garis-garis saling sejajar

Walaupun pada Gambar 4.11 kelihatannya garis-garis tersebut tidak sama panjang, tidak menjadi alasan untuk menyebut garis-garis tersebut tidak sejajar. Intinya adalah, jika garis tersebut diperpanjang maka tidak pernah berpotongan, dan terletak pada satu bidang datar, maka garis-garis tersebut merupakan garis-garis sejajar.



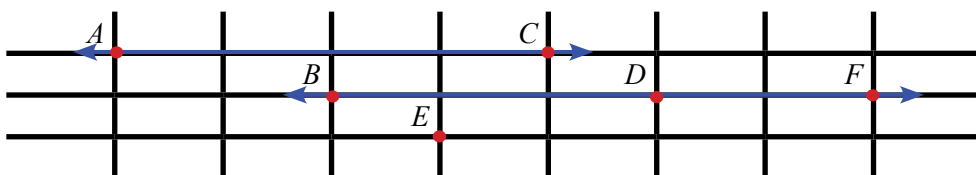
Contoh 4.2

Perhatikan letak titik-titik di bawah ini. Bentuklah sebanyak mungkin garis sejajar dari titik-titik yang diberikan.



Alternatif Penyelesaian

Dengan menghubungkan titik A dengan titik C , maka terbentuk garis AC . Kemudian perhatikan konsep kesejajaran setelah garis terbentuk.



Garis AC dan garis BF adalah pasangan dua garis yang sejajar.

Menurut kalian, masih adakah pasangan garis sejajar yang lain? Tunjukkan.



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian mendapatkan informasi di atas, jawablah pertanyaan berikut.

1. Jika dua garis berpotongan menghasilkan satu titik, maka apakah yang dihasilkan dua garis berhimpit? Jika yang dihasilkan adalah titik, berapa titik yang dihasilkan?
2. Sebutkan benda-benda di ruang kelas kalian yang sejajar.
3. Sebutkan benda-benda di ruang kelas kalian yang berpotongan.
4. Menurut kalian, dapatkah sebuah garis merupakan hasil perpotongan? Hasil perpotongan apa? Jelaskan.
5. Jika dua garis berpotongan menghasilkan maksimal satu titik, maka berapa titik maksimal yang dihasilkan untuk 5 garis yang berpotongan? Jelaskan.
6. Dalam suatu bangun ruang, ilustrasikan dua garis sejajar. Apakah perbedaannya jika kedua garis sejajar tersebut diletakkan pada satu bidang datar?
7. Sebutkan benda-benda di kelas kalian yang segaris, dan beri nama garisnya.
8. Sebutkan benda-benda di kelas kalian yang sebidang, dan beri nama bidangnya.



Ayo Kita Berbagi

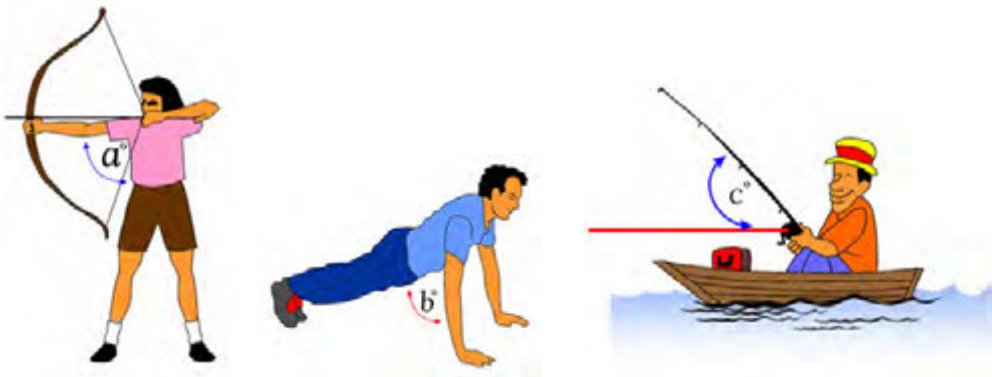
Sampaikan tulisan kalian itu ke teman sebelah kalian. Mintalah teman kalian itu membaca, mengkaji, mengkritisi, dan lain-lain. Kalau bisa, kalian juga memberikan bantahan, sanggahan terhadap hal-hal yang kurang masuk akal. Namun, usahakan agar sanggahan itu terdengar sopan, santun, lembut, dan tidak membuat yang disanggah sakit hati.

c. Menemukan Konsep Sudut



Ayo Kita Menggali Informasi

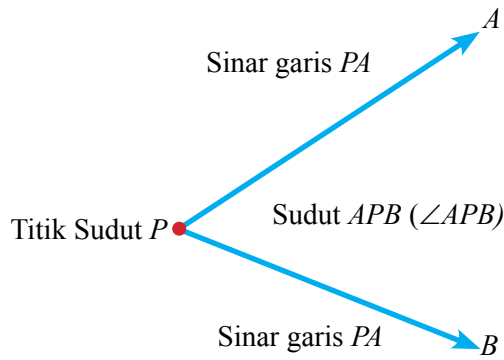
Perhatikan gambar-gambar berikut.



Gambar 4.12 Aktivitas sehari-hari yang membentuk sudut

Banyak aktivitas yang kita lakukan dalam kehidupan sehari-hari berkaitan dengan sudut. Misalnya pemanah, sudut terbentuk antara tangan dengan badan pemanah. Untuk gambar pemancing, garis bantu merah sengaja ditambah untuk menunjukkan lebih jelas sudut yang terbentuk antara pancingan dengan bidang datar.

Sudut terbentuk karena dua sinar bertemu pada titik pangkalnya. Secara matematis, hubungan sinar garis dan titik sudut diilustrasikan sebagai berikut.



Gambar 4.13 Sudut yang terbentuk oleh dua sinar garis

Satuan sudut dinyatakan dalam dua jenis, yaitu derajat (“°”) dan radian (rad). $\angle APB$ bisa juga disebut $\angle P$. Besar sudut P dilambangkan dengan $m\angle P$.

Keterangan:

Besar sudut satu putaran penuh adalah 360° .

Menentukan besar sudut yang dibentuk oleh jarum jam



Contoh 4.3

Tentukan ukuran sudut yang dibentuk oleh jarum jam dan jarum menit ketika menunjukkan pukul 02.00.

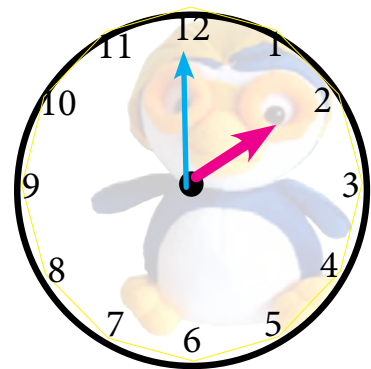


Alternatif Penyelesaian

Dengan memperhatikan Gambar 4.14, kita dapat melihat bahwa pada pukul 02.00, jarum jam menunjuk ke arah bilangan 2 dan jarum menit menunjuk ke arah bilangan 12, sehingga sudut yang terbentuk adalah $\frac{1}{6}$ putaran penuh.

$$\frac{1}{6} \times 360 = 60.$$

Jadi sudut yang terbentuk oleh jarum jam dan jarum menit ketika pukul 02.00 adalah 60° .



Gambar 4.14 Sudut yang terbentuk ketika pukul 02.00

Selanjutnya, mari kita cermati pengukuran sudut yang terbentuk oleh jarum jam dan jarum menit pada waktu-waktu yang lain.

Perputaran selama 12 jam jarum jam berputar sebesar 360° , akibatnya pergeseran

tiap satu jam adalah $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$.



Contoh 4.4

Tentukan besar sudut yang dibentuk oleh jarum jam dan jarum menit ketika menunjukkan pukul 06.00.



Alternatif Penyelesaian

Kalian dapat dengan mudah menentukan besar sudut yang ditunjukkan saat pukul 06.00.

Jarum pendek menghasilkan ukuran sudut.

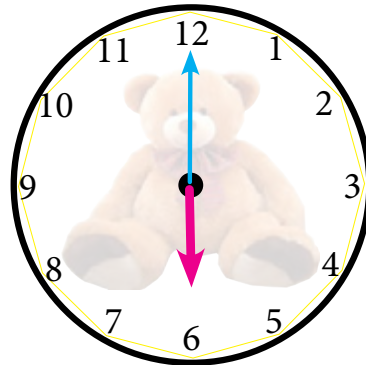
$$6 \times 30 = 180$$

Sedangkan jarum panjang membentuk sudut,

$$0 \times 30 = 0$$

Jadi, sudut yang terbentuk adalah $180 + 0 = 180^\circ$

Cermatilah penggunaan jarum pendek dan jarum panjang, gambarkan ukuran sudut pada saat pukul 03.30; 09.00; dan 05.00.



Gambar 4.15 Jarumjam yang menunjukkan pukul 06.00



Masalah 4.2

Tentukan besar sudut yang dibentuk oleh jarum jam dan jarum menit ketika jarum menunjukkan pukul 03.25.



Alternatif Pemecahan Masalah

Dengan aturan jarum jam dan jarum menit, kita dapat menentukan besar sudut yang terbentuk, saat pukul 03.25.

Perhatikan jarum jam (warna merah muda). Jarum tersebut menunjukkan 3 jam lebih

25 menit, dapat ditulis $3\frac{25}{60}$ jam. Karena tiap satu

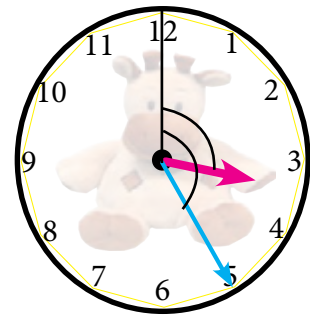
jam, jarum jam bergerak 30° , maka

$$\begin{aligned} 3\frac{25}{60} \times 30 &= 3 \times 30 + \frac{25}{60} \times 30 \\ &= 90 + 12,5 = 102,5 \end{aligned}$$

Jarum menit (warna biru) menunjuk bilangan 5, sehingga besar sudutnya adalah $5 \times 30 = 150$

$$150 - 102,5 = 47,5$$

Jadi, besar sudut yang terbentuk pada saat pukul 03.25 adalah $47,5^\circ$.

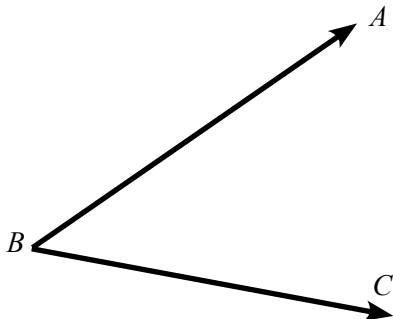


Gambar 4.16 Sudut yang terbentuk pada pukul 03.25

Penamaan sudut

Secara matematis, penamaan sudut diperlukan untuk mempermudah penamaan sudut untuk kajian selanjutnya. Mari kita perhatikan Gambar 4.17. berikut.

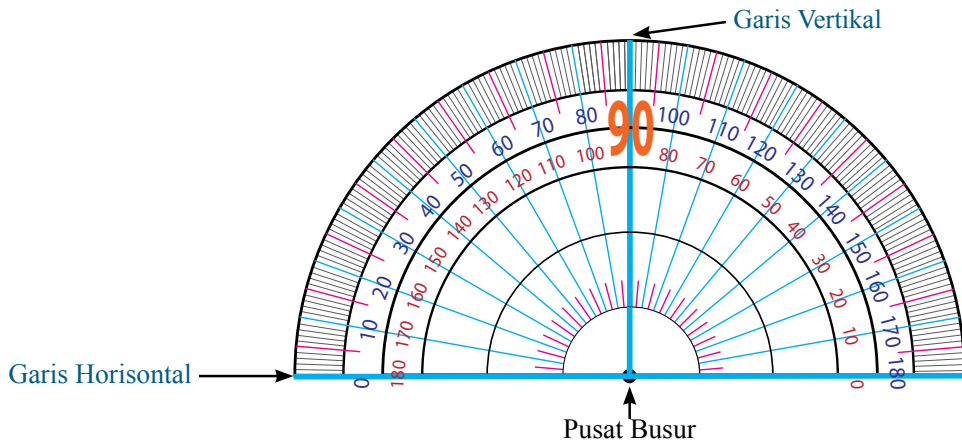
Dari Gambar 4.17, $\overline{AB}$ dan $\overline{BC}$ disebut kaki sudut. Titik B adalah titik sudut. Ada dua hal penting dari Gambar 4.17.



Gambar 4.17 Penamaan Sudut ABC atau Sudut CBA

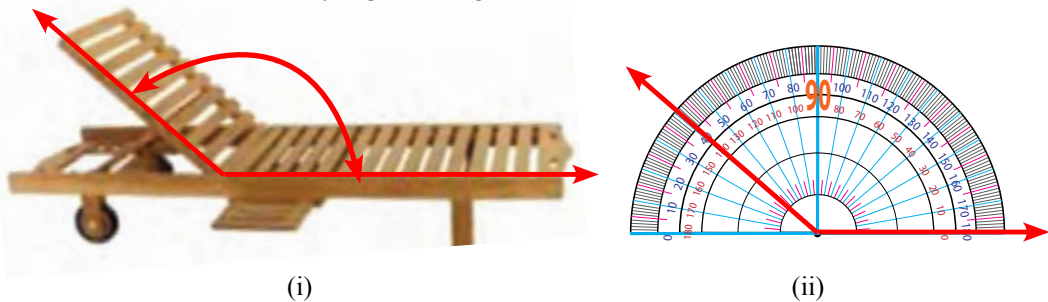
- Titik B adalah titik sudut B seperti pada Gambar 4.13. Ingat, penulisannya selalu menggunakan huruf kapital.
- Sudut yang terbentuk pada gambar di samping dapat juga notasikan dengan $\angle ABC$ atau $\angle CBA$, $\angle B$.

Pada setiap sudut yang terbentuk, harus kita tahu berapa besarnya. Secara manual, kita dapat menggunakan alat ukur sudut yaitu busur derajat. Alat ini dapat membantu kita mengukur suatu sudut yang sudah terbentuk dan membentuk besar sudut yang akan digambar.



Gambar 4.18 Busur derajat

Alat ini dapat membantu kita mengukur suatu sudut yang sudah terbentuk dan membentuk besar sudut yang akan digambar.



Gambar 4.19 Cara mengukur sudut menggunakan busur derajat

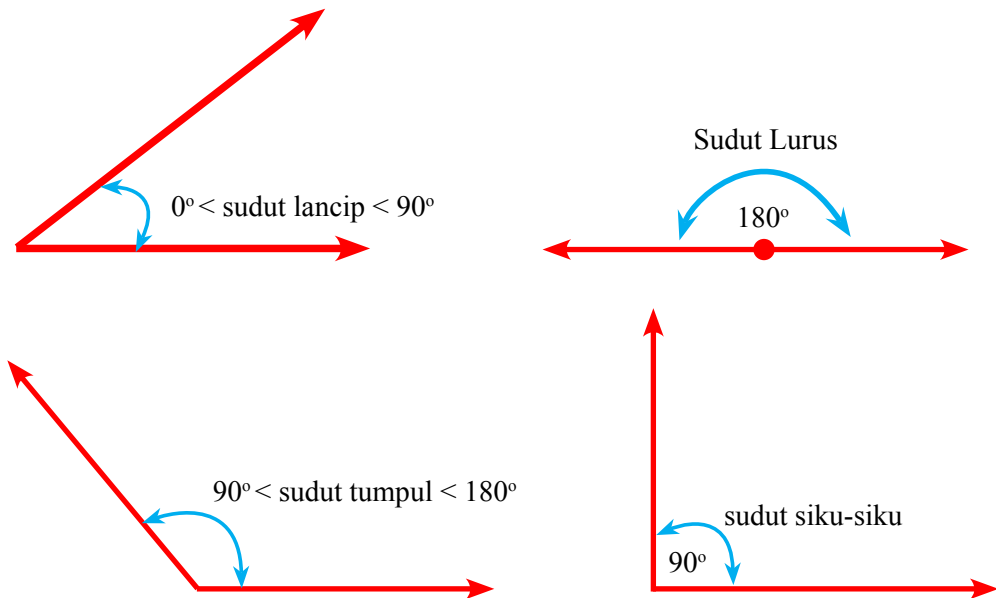
Pusat busur, garis horizontal, dan garis vertikal sangat berperan dalam mengukur besar sudut dan membentuk ukuran sudut. Misalnya, kalian akan mengukur besar sudut yang ada pada gambar di bawah ini.

Pada Gambar 4.19 (i), terlebih dahulu kalian tambahkan garis bantu untuk menentukan besar sudut yang dibentuk oleh sandaran kursi dan dudukan kursi. Coba kalian ukur dengan busur kalian. Sedangkan pada Gambar 4.19 (ii), kita tinggal menghitung besar sudut yang dibentuk, yaitu sebesar 150° .



Gambar 4.20 Alat-alat dalam kehidupan sehari-hari

Perlu kita kenalkan bahwa, terdapat ukuran sudut standar yang perlu kita ketahui, seperti yang disajikan pada gambar di bawah ini.



Gambar 4.21 Sudut lancip, tumpul, siku-siku, dan sudut lurus

Dengan memperhatikan ukuran setiap sudut, lengkapilah besar sudut berdasarkan jenis-jenis sudut.

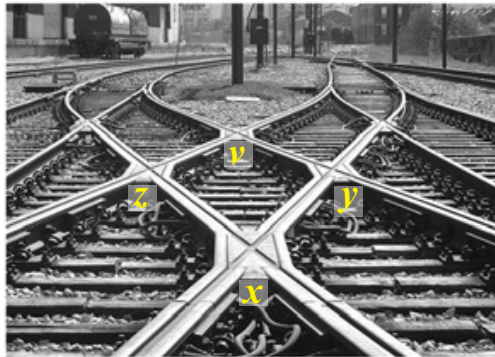
Jenis-Jenis Sudut

1. *Sudut Siku-Siku: ukuran sudutnya 90° .*
2. *Sudut Lancip: ukuran sudutnya antara 0° dan 90° .*
3. *Sudut Tumpul: ukuran sudutnya antara 90° dan 180° .*
4. *Sudut Lurus: ukuran sudutnya 180° .*
5. *Sudut Reflek: ukuran sudutnya antara 180° dan 360° .*

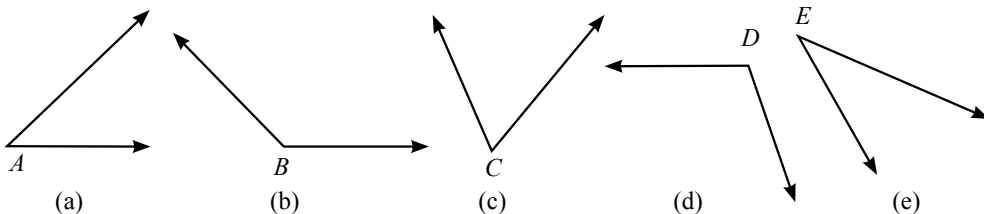


Latihan 4.1

- Perhatikan gambar di bawah ini. Ukurlah besar sudut yang diberi tanda.



- Nyatakanlah setiap sudut di bawah ini, apakah termasuk sudut lancip, tumpul, atau siku-siku. Serta gambarkan setiap sudut tersebut.
 - $\frac{1}{3}$ sudut lurus
 - $\frac{2}{3}$ putaran penuh
 - $180^\circ - \frac{5}{6}$ Sudut lurus
- Hitung sudut terkecil dari jarum jam berikut ini.
 - Pukul 04.30
 - Pukul 07.20
 - Pukul 05.12
 - Pukul 09.01
 - Pukul 10.40
- Untuk 1 hari 1 malam (24 jam), ada berapa kali ukuran sudut sebesar:
 - 90°
 - 150°
 - 180°
- Tentukan jenis sudut pada gambar berikut tanpa mengukurnya.

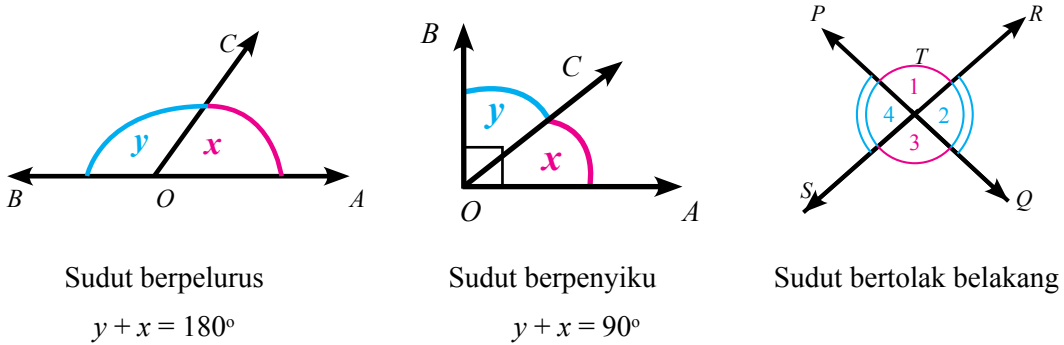




Kegiatan 4.2

Memahami Hubungan Antar Sudut

Mari kita perhatikan gambar-gambar berikut ini



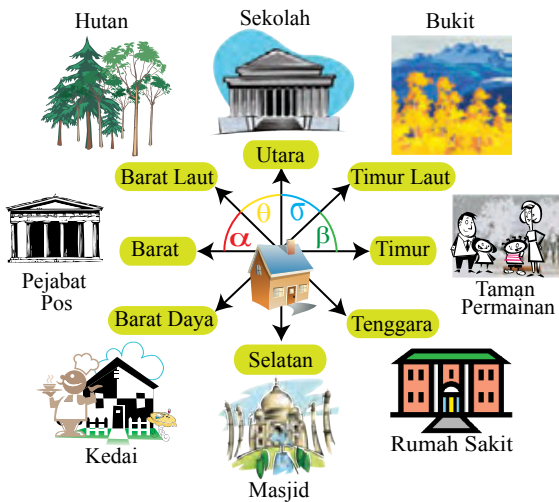
Gambar 4.22 Hubungan antar dua sudut

Pada Gambar 4.18 terdapat sudut berpelurus, sudut berpenyiku dan sudut bertolak belakang. Pada kegiatan kali ini kalian akan mempelajari ketiga bentuk hubungan antar sudut tersebut yang rinciannya dikemas dalam kasus-kasus berikut ini.

a. Sudut Berpelurus dan Sudut Berpenyiku



Masalah 4.3



Gambar 4.23 Denah rumah Prapto dan Eko

Gambar di samping mendeskripsikan keadaan lingkungan sekitar rumah tinggal Prapto dan Eko. Pada gambar juga sangat jelas diberikan arah mata angin setiap tempat yang biasa dikunjungi atau dilewati oleh Prapto dan Eko.

Misalnya, rumah Prapto dan Eko adalah poros arah mata angin, dan sudut antara letak bukit dan gedung sekolah adalah 35° , serta besar sudut antara gedung pejabat pos terhadap hutan adalah 65° . Jika posisi Prapto dan Eko sekarang berada di taman permainan, dan akan berjalan melingkari lintasan

arah mata angin, berapakah besar sudut yang terbentuk dari posisi awal terhadap posisi hutan?



Alternatif Pemecahan Masalah



Ayo Kita Amati

Untuk mengetahui besar sudut yang terbentuk dari posisi awal terhadap posisi hutan, lakukanlah tahapan-tahapan kegiatan berikut.

1. Coba cermati dengan teliti Gambar 4.23. Kita hendak menerapkan konsep sudut-sudut berpenyikud an berpelurus dalam menyelesaikan masalah ini.
2. Berapa banyak pasangan sudut berpenyiku dan berpelurus pada Gambar 4.23 di atas? Berikan penjelasanmu untuk setiap jawaban yang kalian miliki.
3. Berilah nama/symbol untuk setiap sudut yang terkait dengan pertanyaan soal seperti tertera pada Gambar 4.19
4. Tentukan jumlah besar sudut antara sudut β dengan sudut σ dan sudut θ dengan besar sudut α . Kemudian tentukan jumlah besar sudut $\beta + \sigma + \theta$
5. Bila perlu gunakan cara lain untuk mengetahui besar sudut yang terbentuk dari posisi awal terhadap posisi hutan dengan langkah-langkah yang menurut kalian lebih mudah.



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “besar sudut” dan “berpenyiku, berpelurus”
2. “besar sudut” dan “ $\sigma + \theta$ ”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



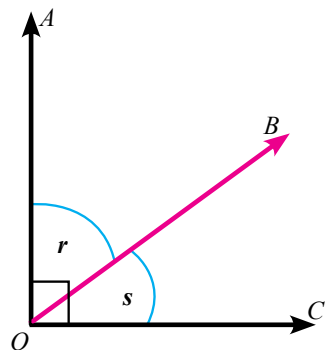
Sedikit Informasi

Untuk mempermudah dalam menyelesaikan Masalah 4.3, coba perhatikan uraian berikut ini.



Contoh 4.5

Gambar di samping menunjukkan bahwa bahwa: $m\angle AOB = r$, $m\angle BOC = s$, $m\angle AOB + m\angle BOC = 90^\circ$.

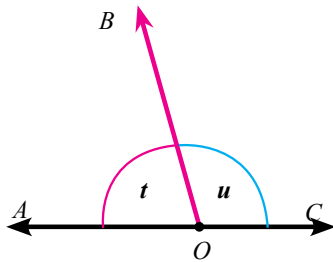


Gambar 4.24 Sudut berpenyiku

$$m\angle AOB = 90 - m\angle BOC$$

$$m\angle BOC = 90 - m\angle AOB$$

Hubungan antara $m\angle BOC$ dan $m\angle AOB$ disebut sudut berpenyiku.



Gambar 4.25 Sudut berpelurus

Gambar 4.25 di samping menunjukkan bahwa,

$$t + u = 180^\circ.$$

$$t = 180^\circ - u.$$

$$u = 180^\circ - t.$$

Sudut AOB dengan sudut BOC disebut sudut berpelurus.

Dengan memperhatikan Gambar 4.24 dan 4.25, lengkapilah besar sudut berdasarkan hubungan antar sudut

Hubungan Antar Sudut

1. Sudut Berpenyiku

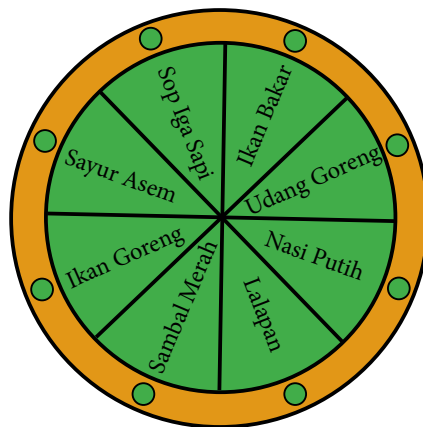
Dua sudut dikatakan berpenyiku, jika jumlah besar kedua sudut tepat $\dots^0$

2. Sudut Berpelurus

Dua sudut dikatakan berpelurus, jika jumlah besar kedua sudut tepat $\dots^0$

Masalah 4.4

Suatu ketika, Pak Yusak mendapat undangan jamuan makan malam dari seorang pejabat daerah di suatu restoran mewah. Pelayan restoran sudah menyiapkan semua menu makanan andalan restoran tersebut pada sebuah meja.



Posisi awal Pak Yusak

Gambar 4.26 Susunan makanan di atas meja

Mereka duduk melingkar pada meja menu tersebut, yang dilengkapi dengan teknologi untuk menggeser setiap menu makanan.

Satu geseran (berlawanan arah putaran jarum jam) setiap menu itu berarti menekan sekali tombol hijau. Jika besar sudut satu geseran hanya 45° , harus berapa kali Pak Yusak menekan tombol hijau, jika dia berturut-turut mengambil sop iga sapi dan sambal merah?



Alternatif Pemecahan Masalah



Ayo Kita Amati

Untuk mengetahui berapa banyak tombol hijau yang harus di tekan, lakukanlah tahapan-tahapan kegiatan berikut:

1. Dengan memperhatikan Satu kali penekanan tombol, menu hanya bergeser sejauh 45° . Tentukan besar sudut yang diperlukan untuk menggeser posisi sop iga sapi ke hadapan Pak Yusak.
2. Dengan memperhatikan besar sudut yang diperlukan untuk menggeser posisi sop iga sapi ke hadapan Pak Yusak. Tentukan banyak tombol yang harus ditekan oleh Pak Yusak.
3. Setelah Pak Yusak menekan tombol sebanyak yang dibutuhka tadi, maka berapa banyak lagi yang harus ditekan tombol tersebut setelah mengambil sop iga sapi?
4. Simpulkan berapa total tombol tersebut yang di tekan untuk memperoleh menu sop iga sapi dan sambal merah dari posisi semula



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “posisi duduk” dan “menu makan malam”
2. “tombol” dan “bergeser”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menalar

1. Jika posisi awal Pak Yusak menghadap menu sop iga sapi, maka berapa kali ia harus menekan tombol hijau agar mendapatkan udang goreng?
2. Jika posisi awal Pak Yusak menghadap ikan bakar, kemudian ia menekan tombol sebanyak 3 kali, maka menu makanan apa yang diperoleh Pak Yusak?
3. Posisi awal Pak Yusak menghadap sambal merah, kemudian salah seorang tamu yang lain menekan tombol 2 kali. Jika setelah itu Pak Yusak ingin mendapatkan menu makanan sayur asem berapa kali Pak Yusak harus menekan tombol hijau?
3. Pada Masalah 4.4 posisi awal, untuk memperoleh menu apa Pak Yusak harus menekan tombol geseran paling banyak? Berapa kali?



Ayo Kita Berbagi

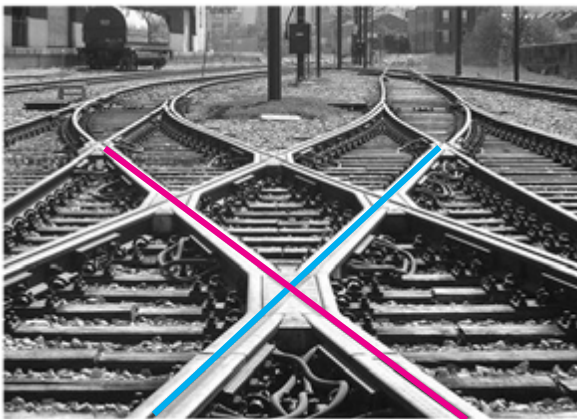
Diskusikan hasil jawaban kalian pada kegiatan menalar tersebut dengan teman sebangku, jika perlu mintalah bantuan guru untuk memastikan jawaban kalian itu.

b. Sudut saling betolak belakang



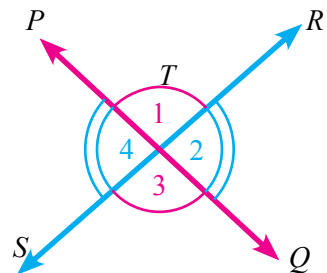
Ayo Kita Amati

Perhatikan Gambar 4.27 dan Gambar 4.28 berikut ini.



Sumber: Kemdikbud

Gambar 4.27 Lintasan kereta api



Gambar 4.28 Dua garis yang saling bertolak belakang

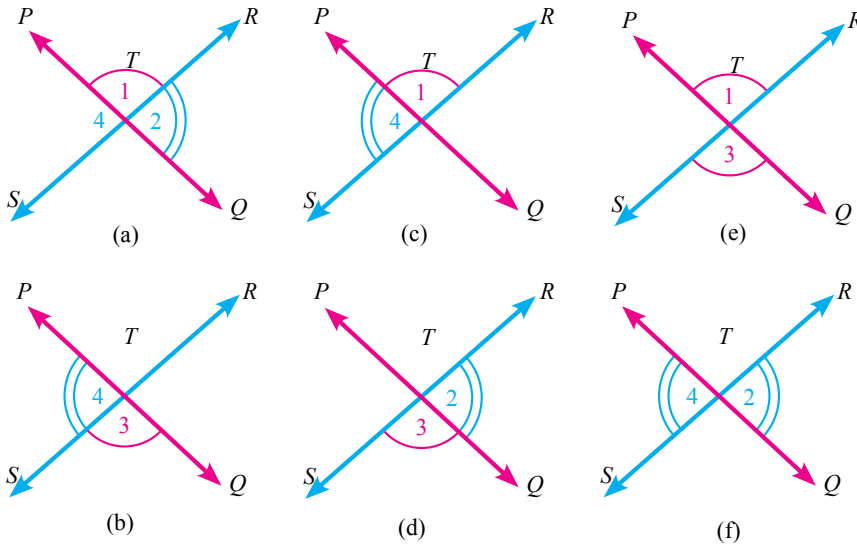
Garis RS dan garis PQ , berpotongan di titik T seperti pada Gambar 4.28, sehingga membentuk empat sudut, yaitu $\angle T_1$, $\angle T_2$, $\angle T_3$, dan $\angle T_4$.

Tentukan $m\angle T_1$, $m\angle T_2$, $m\angle T_3$, dan $m\angle T_4$?



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk mengetahui cara menentukan besar sudut-sudut tersebut, amatilah gambar-gambar berikut:



1. Pada gambar (a) dan (b) termasuk sudut berpelurus, yaitu $m\angle T_1 + m\angle T_2 = 180^\circ$ dan $m\angle T_3 + m\angle T_4 = 180^\circ$
2. Pada gambar (c) dan (d) juga termasuk sudut berpelurus yaitu $m\angle T_1 + m\angle T_4 = 180^\circ$ dan $m\angle T_2 + m\angle T_3 = 180^\circ$
3. Pada gambar (e) dan (f) termasuk sudut sudut bertolak belakang, $m\angle T_1 = m\angle T_3$ dan $m\angle T_2 = m\angle T_4$
4. Perhatikan gambar (e). Bagaimana kalian menemukan $m\angle T_1$ dengan $m\angle T_3$. Jelaskan.
5. Perhatikan gambar (f). Bagaimana kalian menemukan $m\angle T_2$ dengan $m\angle T_4$. Jelaskan.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “Hubungan” dan “ T_1 dan T_2 , T_3 dan T_4 ”
2. “sudut pelurus” dan “sudut bertolak belakang”

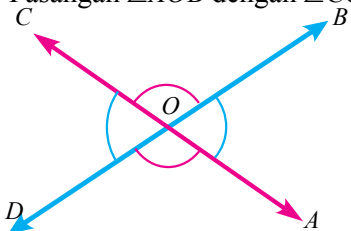
Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Mari kita perhatikan gambar berikut ini

Pasangan $\angle AOB$ dengan $\angle COD$, dan pasangan $\angle BOC$ dengan $\angle AOD$ merupakan sudut-sudut bertolak belakang.



Selain itu, pada gambar tersebut, $\angle AOB$ dan $\angle BOC$ adalah pasangan sudut berpelurus, sedemikian sehingga berlaku:

$$m\angle AOB + m\angle BOC = 180^\circ, \text{ maka } m\angle BOC = 180^\circ - m\angle AOB. \quad (1)$$

$$m\angle AOB + m\angle AOD = 180^\circ, \text{ maka } m\angle AOD = 180^\circ - m\angle AOB. \quad (2)$$

Dari (1) dan (2), berlaku bahwa, $m\angle BOC = m\angle AOD = 180^\circ - m\angle AOB$.

Dengan cara yang sama, dapat diperoleh $\angle AOB$ dan $\angle COD$ adalah pasangan sudut yang bertolak belakang dan besarnya sama. Tunjukkan!

c. Hubungan sudut-sudut pada dua garis sejajar

Sekarang, coba perhatikan kembali gambar lintasan kereta api dan modelnya di bawah ini.

Garis k dan garis l , dipotong oleh garis m pada Gambar 4.29 sehingga membentuk delapan sudut. Sudut-sudut ini mempunyai nama khusus sesuai dengan posisinya.



Gambar 4.29 Rel kereta api

Nama	Sudut	
Sudut-sudut luar	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$	
Sudut-sudut dalam	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$	
Sudut dalam berseberangan	$\angle 3 \text{ dan } \angle 6, \angle 4 \text{ dan } \angle 5$	
Sudut luar berseberangan	$\angle 1 \text{ dan } \angle 7, \angle 2 \text{ dan } \angle 8$	
Sudut dalam sepihak	$\angle 3 \text{ dan } \angle 5, \angle 4 \text{ dan } \angle 6,$	
Sudut-sudut sehadap	$\angle 1 \text{ dan } \angle 5, \angle 2 \text{ dan } \angle 6,$ $\angle 3 \text{ dan } \angle 7, \angle 4 \text{ dan } \angle 8$	

1. Apakah yang terjadi apabila garis k dan garis l sejajar?
2. Coba kalian tentukan hubungan dari sudut-sudut berikut:
 - a. Sudut-sudut luar
 - b. Sudut-sudut dalam
 - c. Sudut dalam berseberangan
 - d. Sudut luar berseberangan
 - e. Sudut dalam sepihak
 - f. Sudut-sudut sehadap



Ayo Kita Berbagi

Diskusikan dengan kelompok kalian pada kegiatan menalar. Kemudian tukarkanlah hasil karya kalian dengan kelompok lain. Bandingkan hasil kerja kelompok kalian dengan karya kelompok yang lain. Bila perlu presentasikan di depan kelas hasil karya kalian yang sudah dibandingkan dengan kelompok yang lain.



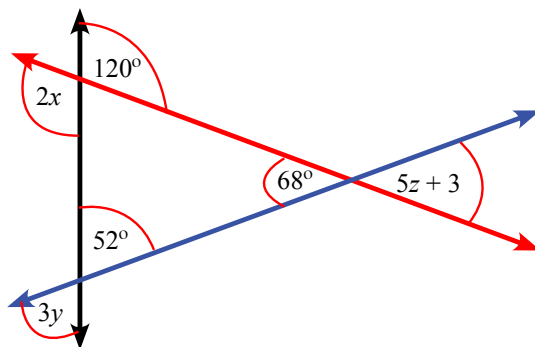
Sedikit Informasi

Perhatikan contoh soal dan pembahasannya berikut ini.



Contoh 4.5

Perhatikan gambar di samping. Tentukanlah nilai $x^\circ \times y^\circ + z^\circ$



Gambar 4.30 Pasangan sudut-sudut bertolak belakang



Penyelesaian

Untuk menyelesaikan soal ini, kita harus memahami pasangan sudut yang saling bertolak belakang. Pasangan-pasangan sudut bertolak belakang dari Gambar 4.30 sebagai berikut.

- 68 sama besar dengan $5z + 3$ bertolak belakang

$$68 = 5z + 3$$

$$z = 13$$

- 120 sama besar dengan $2x$ bertolak belakang
 $2x = 120$
 $x = 60$
- $3y$ sama besar dengan 52 bertolak belakang
 $3y = 52$
 $y = 14$

Jadi nilai $x + y + z = 60 + 14 + 13 = 87$.



Contoh 4.6

Perhatikan posisi setiap pasangan sudut pada gambar di samping.
 Tentukanlah nilai x .



Penyelesaian

Karena $AB = AC$, maka segitiga ABC adalah segitiga sama kaki. Akibatnya $m\angle ABC = m\angle ACB$.

$$145 + m\angle ABC = 180^\circ \quad \text{berpelurus}$$

$$\text{maka } m\angle ABC = 35^\circ$$

$$m\angle ACB = m\angle ABC = 35^\circ \quad \begin{array}{l} \text{kaki sudut segitiga} \\ \text{sama kaki } ABC \end{array}$$

$$m\angle ACF = 145^\circ \quad \text{pelurus } \angle ACB$$

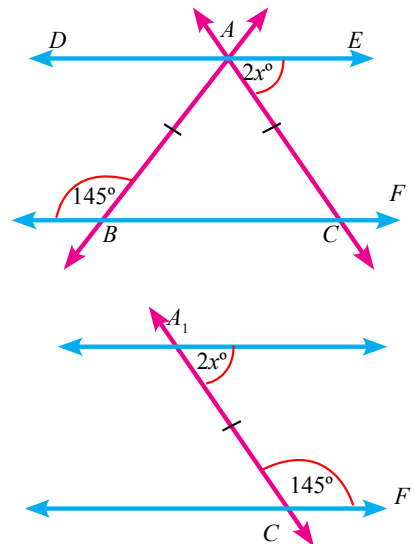
$$m\angle ACF + 2x = 180^\circ \quad \text{sepihak}$$

$$145 + 2x = 180$$

$$2x = 180 - 145$$

$$2x = 35$$

$$x = 17,5$$



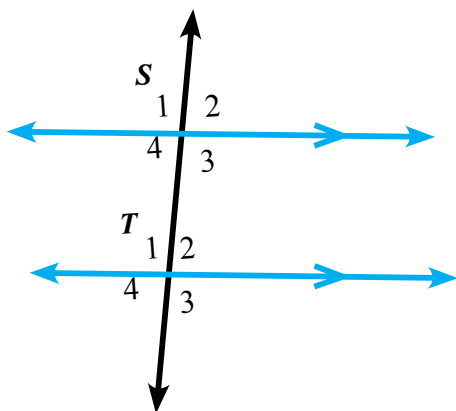
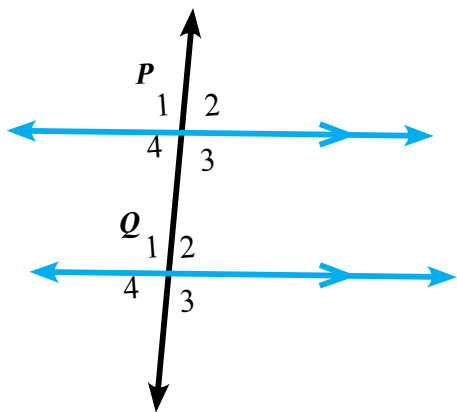
Dengan diperoleh $x = 17,5^\circ$, tentunya sudah lebih mudah bagi kalian untuk menentukan besar sudut yang lain



Contoh 4.7

Perhatikan gambar di berikut ini. Diketahui: $m\angle P_2 = (3a + 45)^\circ$ dan $m\angle Q_3 = (5a + 23)^\circ$

Tentukanlah besar $m\angle Q_1$.



Latihan 4.2

1. Nyatakanlah setiap sudut di bawah ini, apakah termasuk sudut lancip, tumpul, atau siku-siku. Jelaskan dengan gambar.
 - a. $\frac{1}{3}$ sudut lurus
 - b. $\frac{2}{3}$ putaran penuh



Penyelesaian

Karena sehadap, $m\angle P_1 = m\angle Q_1 = (3a + 45)^\circ$.
Di sisi lain, $m\angle Q_1$ dan $m\angle Q_3$ adalah dua sudut yang saling bertolak belakang, maka $m\angle Q_1 = m\angle Q_3 = (5a + 23)$.

Dari kedua hubungan tersebut, kita dapatkan:

$$3a + 45 = 5a + 23$$

$$5a - 3a = 45 - 23$$

$$2a = 22$$

$$a = 11$$

Akibatnya, $m\angle Q_1 = 5(11) + 23 = 78$.



Contoh 4.8

Pada gambar di samping, diketahui $m\angle S_1 = (4b + 62)$, dan $m\angle T_2 = (5b + 37)$. Tentukanlah besar $m\angle S_2 + m\angle T_1$.



Penyelesaian

$\angle S_2$ dan $\angle T_2$ sehadap

Akibatnya $m\angle S_2 = m\angle T_2$ (*)

$\angle T_1$ dan $\angle T_2$ berpelurus

akibatnya $m\angle T_1 + m\angle T_2 = 180$ (**)

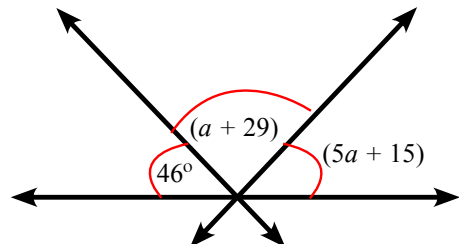
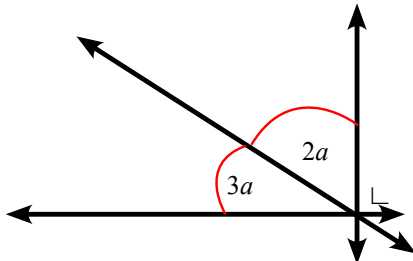
dari (*) dan (**) di dapat $m\angle T_1 + m\angle S_2 = 180$

c. $180^\circ - \frac{5}{6}$ Sudut lurus

2. Manakah dari pernyataan berikut ini yang benar? Jelaskan.

- Jika $\angle A$ dan $\angle B$ berpelurus, maka $m\angle A$ tidak mungkin sama dengan $m\angle B$.
- Jika $\angle A$ adalah sudut tumpul, maka pelurus $\angle A$ pasti sudut lancip.
- Jika sudut penyiku $\angle A$ kurang dari 30° , maka pelurus $\angle A$ adalah sudut tumpul.

3. Tentukanlah nilai a pada setiap gambar di bawah ini.



4. Diketahui $m\angle A = \frac{2}{3} m\angle B$.

Tentukan

- $m\angle A$ dan $m\angle B$ jika keduanya saling berpelurus.
- Selisih $m\angle A$ dan $m\angle B$, jika kedua sudut saling berpenyiku.

5. Jika $m\angle A - m\angle B = 70^\circ$, dan $m\angle A$ adalah tiga kali $m\angle B$.

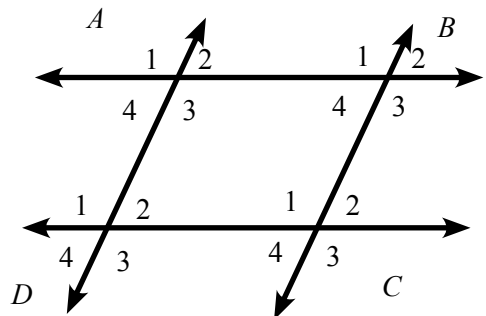
Hitunglah.

- $m\angle A + m\angle B$.
- Pelurus sudut A .

6. Perhatikan gambar di samping ini.

Sebutkanlah pasangan:

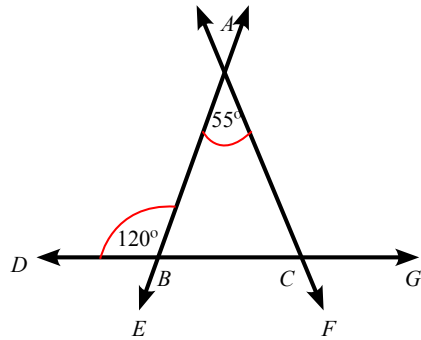
- Sudut-sudut sehadap.
- Sudut-sudut sepihak (dalam dan luar).
- Sudut-sudut berseberangan (dalam dan luar).



7. Perhatikan gambar di samping.

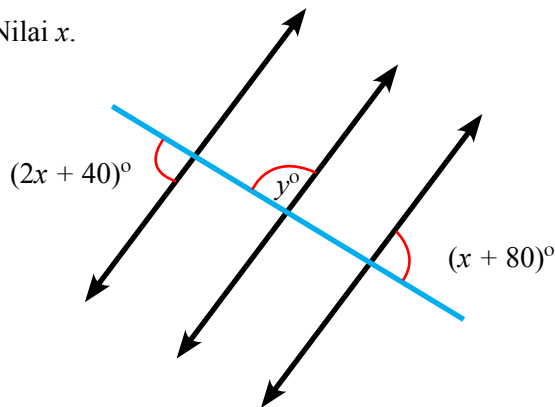
Tentukan besar sudut

- a. $\angle ABC$
- b. $\angle ACB$
- c. $\angle ACG$
- d. $\angle FGC$



8. Sudut P dan sudut Q adalah sudut dalam sepihak. $m\angle Q = 112^\circ$. Tentukanlah $m\angle P$.

9. Tentukan Nilai x .



**Tugas
Projek**

4

Amati benda-benda di sekitarmu yang mengandung unsur-unsur garis sejajar, garis tegak lurus, sudut sehadap, sudut berseberangan, dan lain-lain yang dijelaskan pada bab ini. Ambil foto atau gambar sketsa benda-benda tersebut, dan tunjukkan letak dari konsep-konsep yang telah kalian pelajari di atas. Buat laporannya dan paparkan di kelas.



Merangkum 4

Pengalaman belajar tentang garis dan sudut telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut:

1. Apa yang kalian ketahui tentang garis dan ruas garis. Jelaskan.
2. Apa yang dimaksud dengan titik, garis dan bidang?
3. Sebutkan ada berapa banyak kedudukan dua garis. Jelaskan.
4. Apa yang di maksud dengan dua garis yang saling sejajar, berpotongan, tegak lurus, dan berhimpit?
5. Jelaskan hubungan dua garis yang saling sejajar, berpotongan, tegak lurus, dan berhimpit.
6. Apa yang dimaksud dengan sudut?
7. Apa juga yang dimaksud dengan besar sudut?
8. Sebutkan jenis-jenis sudut yang telah kalian pelajari. Jelaskan.
9. Sebutkan beberapa sifat garis yang telah kalian pelajari.
10. Sebutkan beberapa sifat sudut yang telah kalian pelajari.
11. Sebutkan ada berapa banyak hubungan antar sudut dan hubungan sudut-sudut pada dua garis sejajar beserta syarat berlakunya.



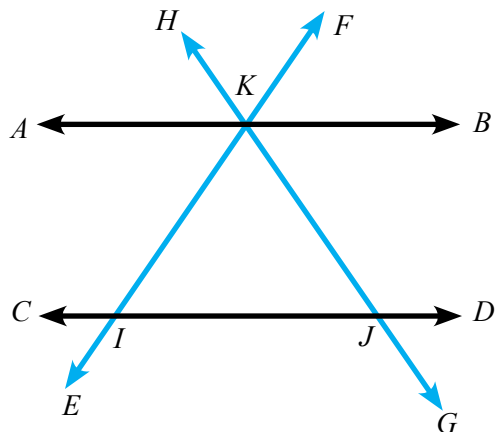
Uji Kompetensi 4

1. Jika sudut $m\angle A = \frac{1}{8}$ putaran penuh, maka tentukanlah sudut:

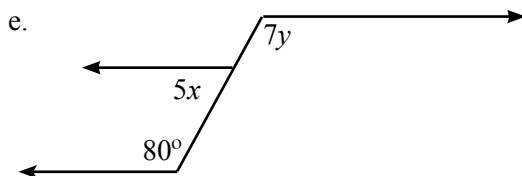
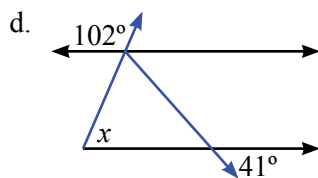
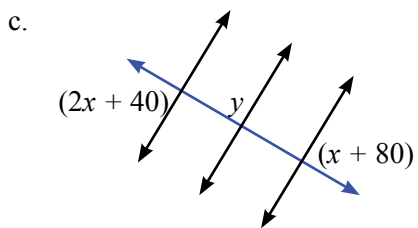
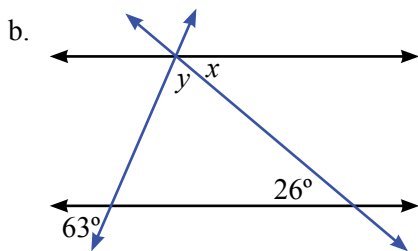
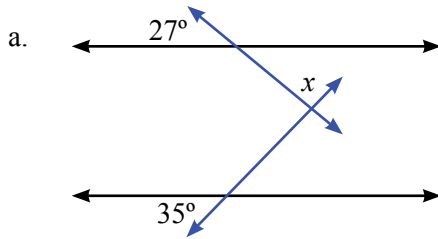
- a. Besar sudut penyiku $\angle A$.
- b. Besar sudut pelurus $\angle A$.

2. Perhatikanlah gambar berikut ini. Tentukan sudut-sudut yang merupakan pasangan sudut luar berseberangan dengan sudut-sudut berikut.

- a. $\angle FID$
- b. $\angle JKB$
- c. $\angle CIE$



3. Tentukan nilai x dan y pada gambar berikut.

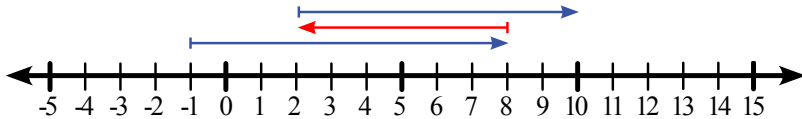




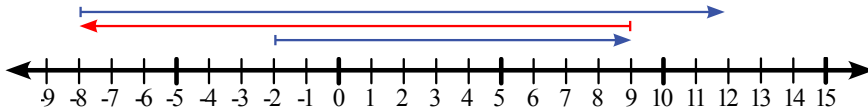
1. Tentukan hasil operasi berikut menggunakan garis bilangan dan tentukan hasilnya
 - a. $790 - 169 + 574$
 - b. $1.000 - 1.200 - 600$
 - c. $-876 + 976 - 776 + 1.176$

2. Nyatakan operasi yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut dan tentukan hasilnya

a.

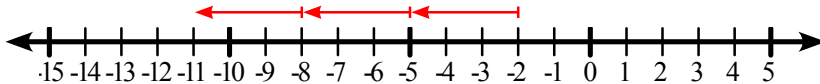


b.

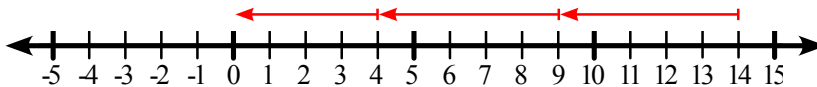


3. Nyatakan operasi yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut dan tentukan hasilnya

a.

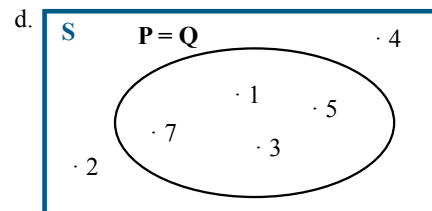
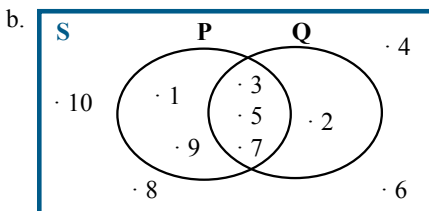
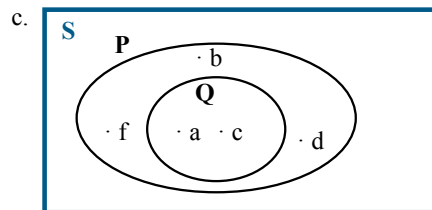
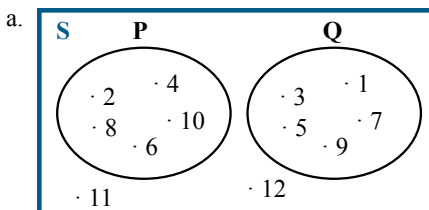


b.



4. Bu guru mempunyai 18 kue, 24 kerupuk dan 30 permen. Makanan itu akan dibagikan kepada sejumlah anak dengan jumlah yang sama untuk masing-masing makanan yang diterima tiap anak. Berapa maksimal anak yang dapat menerima ketiga jenis makanan itu?
5. Pada suatu hari Domu, Beny, dan Mangara bersamaan memotong rambutnya pada seorang tukang cukur. Domu memotong rambutnya setiap 20 hari di tempat itu. Beni mencukur rambutnya setiap 25 hari di tempat itu pula. Sedangkan Mangara mencukur rambutnya setiap 30 hari. Setiap berapa bulan mereka bersamaan potong rambut pada tukang cukur itu?

6. Agung melakukan perjalanan mudik dari kota Semarang ke kota Yogyakarta. Di perjalanan pengendara tersebut mengisi bensin tiga kali, yaitu $\frac{8}{5}$ liter, $\frac{7}{5}$ liter, dan $\frac{12}{5}$ liter. Berapa liter bensin yang telah diisi oleh pengendara tersebut selama perjalanan mudik?
7. Seorang penggali sumur setiap $2\frac{1}{2}$ jam dapat menggali sedalam $2\frac{3}{2}$ m. Berapa dalam sumur tergali, jika penggali bekerja $\frac{1}{2}$ jam?
8. Nyatakan $P \cup Q$ dengan menyebutkan anggota-anggotanya berdasarkan diagram venn berikut:



9. Seorang Ibu hamil membeli 2 meter kain katun untuk dijadikan pakaian bayi. Satu pakaian bayi membutuhkan $\frac{1}{4}$ m kain katun. Berapa banyak pakaian bayi yang dapat dibuat.
10. Bu Broto memiliki ladang gandum berbentuk persegi panjang. Panjangnya 20 m dan lebarnya $8\frac{2}{3}$ m. Tentukan luas ladang gandum tersebut.

11. $A = \{\text{bilangan cacah kurang dari 11}\}$
 $B = \{\text{Bilangan asli genap}\}$
 Isilah titik-titik dibawah dengan lambang $\in$ atau $\notin$ sehingga menjadi kalimat yang benar.
- $5 \dots A$
 - $100 \dots B$
 - $0 \dots A$
 - $11 \dots A$
 - $103 \dots B$
12. $M = \{\text{bilangan asli lebih dari 7 dan kurang dari 17}\}$
- Nyatakan M dengan notasi pembentuk himpunan
 - Nyatakan M dengan mendaftar anggota-anggotanya
13. Buatlah diagram Venn dari himpunan-himpunan ini:
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $A = \{\text{bilangan asli genap kurang dari 7}\}$
 $B = \{\text{bilangan cacah antara 1 dan 6}\}$
14. Tentukan himpunan bagian $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ berikut ini dengan mendaftar anggota-anggotanya:
- Himpunan anggota B yang lebih dari 3
 - Himpunan anggota B yang habis dibagi 4
 - Himpunan bilangan prima anggota B
15. Jika $P = \{x \mid 0 < x \leq 5, x \in \text{bilangan cacah}\}$
 $Q = \{x \mid x \leq 10, x \in \text{bilangan prima}\}$
- Nyatakan himpunan P dengan mendaftar anggota-anggotanya
 - Tentukan $P \cap Q$ dengan mendaftar anggota-anggotanya.
 - Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah yang menyatakan $P \cap Q$
16. Jika $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 $C = \{2, 3, 5, 7\}$
- Tentukan
- $A \cup B$
 - $A \cap C$
17. Jumlah siswa kelas VII-A sebanyak 28 siswa. Terdapat 18 siswa suka makan pedas, 12 siswa suka makan manis dan 5 siswa suka makan pedas dan manis,
- Gambarlah diagram venn-nya
 - Berapa siswa yang tidak suka makan pedas dan manis

18. Dari 20 anggota suatu perkumpulan remaja, 10 orang senang mendaki gunung, 12 orang senang berenang, serta 6 orang tidak senang mendaki gunung dan tidak senang berenang.
 - a. Berapa anak yang tidak gemar keduanya?
 - b. Gambarlah diagram venn-nya.
19. Dari 47 anak terdapat 40 anak gemar sepak bola, 22 anak gemar bulu tangkis dan yang gemar kedua-duanya sebanyak x anak
 - a. Buatlah diagram venn-nya
 - b. Berapa anak yang gemar kedua-duanya
20. Diketahui jarak peta antara Jakarta ke Mataram 5,5 cm sedangkan skalanya 1 : 20.000.000, tentukan jarak sesungguhnya.
21. Sebuah gedung panjangnya 325 m dan lebarnya 175 m akan di gambar di atas kertas berukuran $140 \text{ cm} \times 26 \text{ cm}$. Berapakah skala maksimum yang di perlukan?
22. Jarak antara kota A dengan kota B pada peta 16 cm sedangkan jarak kota B dengan C adalah 12 cm. Jika jarak kota B dengan C sesungguhnya 270 km, maka berapakah jarak kota A dengan B ?
23. Uang Ali lebih Rp10.000,00 dari uang Ani, dimana perbandingan uang mereka adalah 5 : 3. tentukan besar uang mereka masing-masing.
24. Tentukan nilai x dan y pada perbandingan-perbandingan berikut
 - a. $x : 5 = 16 : 20$
 - b. $8 : 5 = (x + 5) : 15$
25. Ahmad membeli 7 liter bensin dan ia harus membayar Rp31.500,00. Berapa liter bensin yang didapat seandainya ia membayar Rp58.500,00.
26. Seorang kontraktor dapat menyelesaikan sebuah gedung dalam waktu 4 bulan dengan pekerja yang berjumlah 90 orang. Jika kontraktor itu ingin pekerjaan itu selesai dalam waktu 3 bulan, berapa orang pekerja lagi yang diperlukan?
27. Dalam suatu gerak jalan, seorang peserta berjalan dengan kecepatan 6 km/jam agar ke garis finish dalam waktu 5 jam. Setelah 2 jam berjalan, ia berhenti selama 30 menit karena mengalami kejang otot. Agar ia sampai di garis finish sesuai rencana semula, berapakah kecepatannya yang di perlukan?

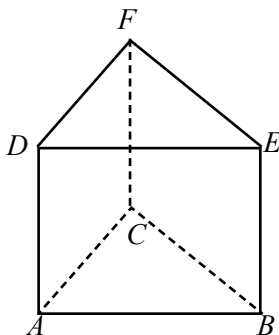
28. Taksir luas Pulau We pada peta berikut dengan menggunakan skala peta. Tunjukkan bagaimana cara kalian menaksir luas pulau tersebut.



Sumber: Google Maps

29. Jika, Perbandingan uang Ayubi, Budi, dan Candia adalah $2 : 3 : 5$, jika Ayubi mempunyai uang sebesar Rp10.000,00 Budi mempunyai uang sebesar Rp15.000,00

30.



Dari gambar di samping, sebutkan :

- Semua rusuk yang vertikal
- Semua rusuk yang horizontal
- Bidang sisi yang vertikal
- Bidang sisi yang horizontal
- Rusuk yang sejajar dengan AD
- Rusuk yang sejajar dengan CB

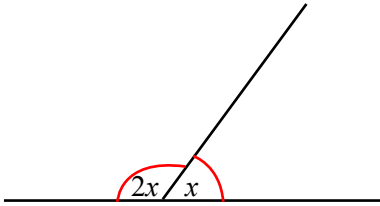
31. Diketahui suatu sudut, besar penyikunya 15° lebih besar dari empat kali sudut tersebut. Jika sudut tersebut adalah n° , tentukan besar n dan penyikunya.
32. Dua buah sudut sebesar $(3x + 5)^\circ$ dan $(x - 3)^\circ$ membentuk sudut siku-siku.
- Buatlah persamaan dalam x .
 - Hitunglah x .
 - Tentukan besar kedua sudut itu.

33. Tentukan besar sudut dan jenis sudut yang dibentuk oleh berikut ini.

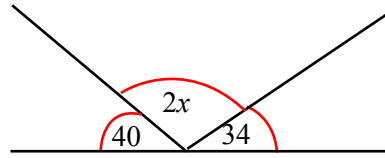
- | | | | |
|----|-------------------------------|-------|------------------|
| a. | $\frac{2}{3}$ sudut siku-siku | = ... | Jenis sudut: ... |
| b. | $\frac{4}{5}$ sudut lurus | = ... | Jenis sudut: ... |
| c. | $\frac{5}{6}$ putaran penuh | = ... | Jenis sudut: ... |
| d. | Jam pukul 4 | = ... | Jenis sudut: ... |
| e. | Jam pukul 01.30 | = ... | Jenis sudut: ... |

34. Hitunglah nilai x pada tiap-tiap gambar berikut.

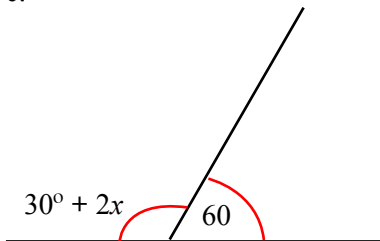
a.



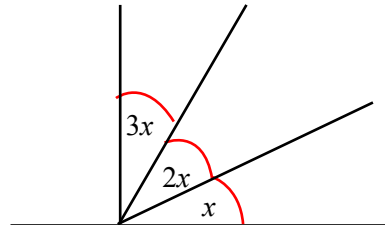
b.



c.

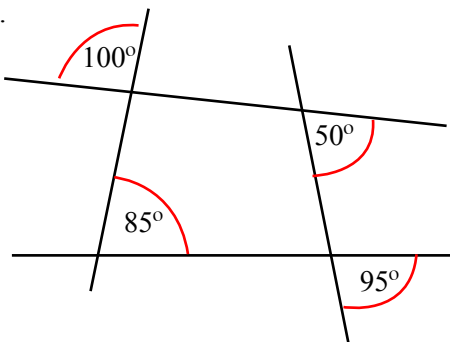


d.

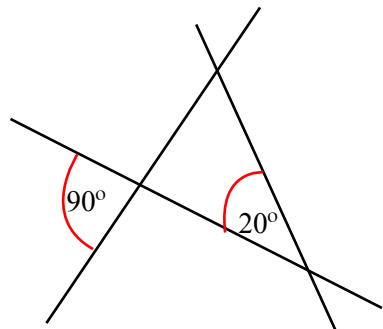


35. Tentukan besar sudut pada gambar berikut ini.

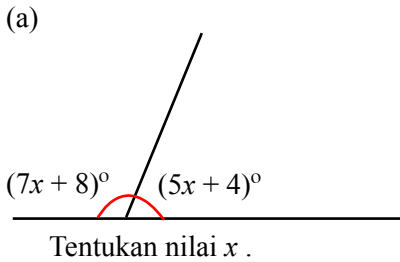
a.



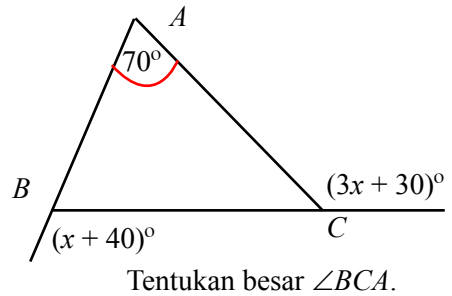
b.



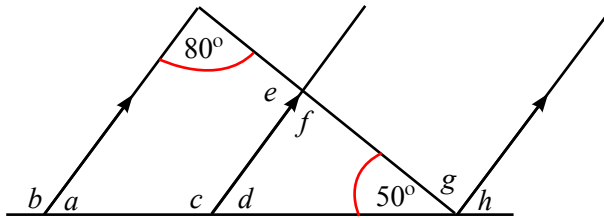
36. Perhatikan gambar berikut.



(b)

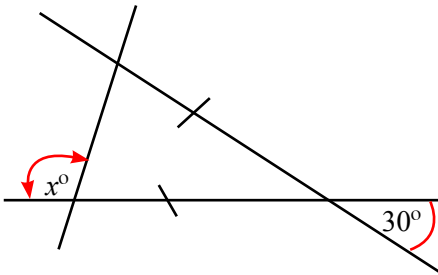


37. Hitunglah nilai a, b, c, d, e, f, g dan h pada gambar di bawah ini.

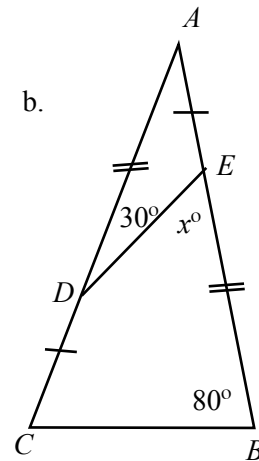


38. Tentukan besar sudut x° dari gambar berikut.

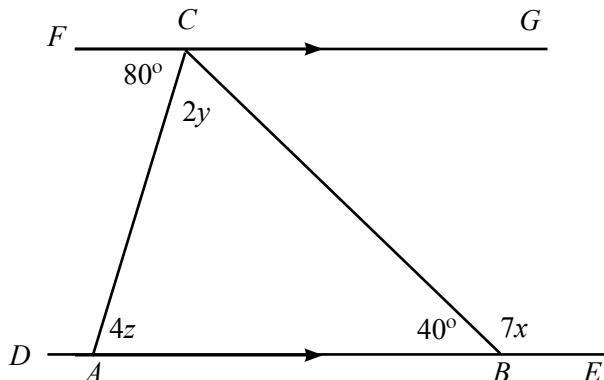
a.



b.



39. Hitunglah nilai $x + y + z$ pada gambar berikut.

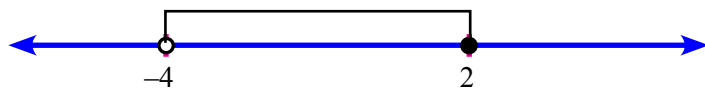




- Abels, M., Wijers, M., Kindt, M., Dekker, T., Burrill, G., Simon, A. N., and Cole, B. R. (2006). *Operations*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Abels, M., Wijers, M., and Pligge, M. (2006). *Revisiting numbers*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Adinawan, M. C. & Sugijono. *Seribu Pena Matematika Jilid 1 untuk SMP kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- Aufmann, R. N., Lockwood, J. S., Nation, R. D., & Clegg, D. K. 2008. *Mathematical Thinking and Quantitative Reasoning*. Houghton Miffl in Company: Boston.
- de Jong, J. A., Wijers, M., Bakker, A., Middleton, J. A., Simon, A. N., & Burrill, G. 2006. *Dealing with Data*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- de Lange, J., Wijers, M., Dekker, T., Simon, A. N., Shafer, M. C., and Pligge, M. A. (2006). *Made to measure*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Kemdikbud. 2013. *Matematika Kelas VII SMP/MTs: Buku Siswa*. Jakarta: Puskurbuk.
- Keijzer, R., Abels, M., Wijers, M., Brinker, L. J., Shew, J. A., Cole, B. R., and Pligge, M. A. 2006. *Ratios and Rates*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. 2006. *Algebra rules (Mathematics in Context)*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Klerk, J. 2007. *Illustrated Maths Dictionary*. 4th Ed. Melbourne: Pearson Education Australia.

- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Moving Straight Ahead: Linear Relationship*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Variables and Patterns: Introducing Algebra*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. Data About Us: *Statistics*. *Connected Mathematics*. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. *How Likely Is It?: Probability*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Manitoba Education. 2009. *Kindergarten to Grade 8 mathematics glossary : support document for teachers*. Manitoba, Kanada: Manitoba Education, Citizenship and Youth Cataloguing in Publication Data.
- Musser, G. L., Burger, W. F., dan Peterson, B. E. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. New Jersey: John Wiley & Son, Inc.
- Roodhardt, A.; de Jong, J. A.; Abels, M.; de Lange, J.; Brinker, L. J.; Middleton, J. A.; Simon, A. N.; and Pligge, M. A. 2006. *Triangles and Beyond*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Sukino & Wilson, S. 2006. *Matematika untuk SMP Kela VIII*. Erlangga: Jakarta.
- Sukino. 2009. *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.
- Tim. 2005. *MathScape: Seeing and Thinking Mathematically Course 1*. Columbus, OH: Glencoe/McGraw-Hill.
- Tim. 2005. *MathScape: Seeing and Thinking Mathematically Course 2*. Columbus, OH: Glencoe/McGraw-Hill.
- Van de Walle, J. A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. 2010. *Elementary and Middle School Matheatics: Teaching Developmentally*. Boton, MA: Pearson.

Akar kuadrat	Akar kuadrat adalah salah satu dari dua faktor yang sama dari suatu bilangan. Contoh, $\sqrt{9} = 3$ karena $3^2 = 9$.
Anggota himpunan	Suatu objek dalam suatu himpunan.
Belah ketupat	Suatu jajargenjang dengan empat sisi yang sama panjang.
Bentuk aljabar	Ekspresi yang terdiri atas satu atau lebih bilangan dan variabel serta satu atau lebih operasi hitung. Contoh, $-x + 2y$ dan b^2 .
bilangan bulat	Bilangan bulat adalah himpunan bilangan cacah dan lawan-lawannya. Contoh, $\{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$.
bilangan cacah	Bilangan cacah adalah 0, 1, 2, 3, 4, Misal, 4, 125, dan 2.947 semuanya adalah bilangan cacah.
Bilangan pokok	Apabila suatu bilangan ditulis dalam bentuk perpangkatan, bilangan yang digunakan sebagai faktor disebut bilangan pokok. Contoh: $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$. 5 adalah bilangan pokok.
Bilangan prima	Suatu bilangan yang memiliki tepat dua faktor, 1 dan bilangan itu sendiri disebut bilangan prima. Contoh: 13 adalah bilangan prima faktornya adalah 1 dan 13.
Bilangan real	Bilangan yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, $a, b \in$ bilangan bulat dan $b \neq 0$; himbunan bilangan real dinyatakan dalam bentuk pertidaksamaan atau garis bilangan. Misal, A adalah himpunan bilangan real yang kurang dari lebih dari -4 dan kurang dari atau sama dengan 2 dapat dinyatakan $A = \{x \mid -4 < x \leq 2\}$.



Bruto	Berat kotor; berat barang dengan kemasan.
Busur derajat	Alat yang dipakai untuk mengukur sudut.
Desimal	Bilangan yang menggunakan nilai tempat dan koma desimal untuk menunjukkan persepuluhan, perseratusan, perseribuan dll. Contoh: 3,47.
Desimal berulang	Desimal berulang adalah desimal yang satu atau serangkaian angkanya terus berulang. Contoh: $0,888888 \dots = 0, \bar{8}$.
Desimal setara	Bilangan-bilangan desimal yang memiliki nilai yang sama disebut desimal setara. Contoh: $0,6 = 0,60$. Desimal tidak berulang Bilangan desimal yang terputus. Contoh: 0,6 dan 0,7265.
Dilatasi	Transformasi yang mengubah ukuran sebuah objek.
Diagram Venn	Suatu representasi grafis dari suatu himpunan atau himpunan-himpunan.
Diskon	Potongan harga suatu barang.
Faktor	Satu bilangan merupakan faktor bilangan lain bila bilangan tersebut membagi habis bilangan kedua. Contoh: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, dan 36 adalah faktor dari 36.
Faktorisasi prima	Penulisan bilangan komposit sebagai hasil kali faktor-faktor primanya disebut faktorisasi prima. Contoh: Faktorisasi prima dari 30 adalah $2 \times 3 \times 5$.
FPB	Faktor persekutuan terbesar dua bilangan atau lebih adalah faktor terbesar dari semua dari dua bilangan tersebut. Contoh: FPB dari 12 dan 30 adalah 6. Gabungan dari himpunan A dan himpunan B Himpunan yang memuat elemen-elemen ini yang paling sedikit satu dari A dan B.
Gambar skala	Gambar benda yang diperbesar atau diperkecil sebanding dengan gambar semula. Contoh: Peta adalah gambar skala.

Garis	Lintasan lurus tanpa akhir dalam dua arah berlawanan.
Garis bagi	Garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan membagi sudut tersebut atas dua bagian yang sama.
Garis berat	Garis yang ditarik titik sudut segitiga dan melalui titik tengah sisi di hadapannya.
Garis bilangan	Garis untuk mewakili bilangan.
Garis sumbu	Garis yang ditarik tegak lurus dari titik tengah suatu sisi.
Garis tinggi	Garis yang ditarik dari suatu titik sudut segitiga yang tegak lurus terhadap sisi di depan sudut tersebut.
Garis sejajar	Dua garis di suatu bidang yang tidak berpotongan.
Himpunan semesta	Himpunan yang memuat semua objek dibawah pertimbangan.
Himpunan berhingga	Suatu himpunan dengan n elemen di mana n adalah suatu bilangan bulat tak negatif Himpunan tak berhingga Suatu himpunan yang anggotanya tak berhingga.
Identitas penjumlahan	Jumlah setiap bilangan dan 0 adalah bilangan itu sendiri. Contoh: $a + 0 = a$.
Identitas perkalian	Hasilkali 1 dan setiap bilangan adalah bilangan itu sendiri. Contoh: $a(1) = a$.
Irisan dari A dan B	Himpunan yang memuat elemen-elemen ini yang di A dan B .
Jajargenjang	Suatu segiempat dengan kedua pasang sisi yang berhadapan sejajar.
Kalimat terbuka	Kalimat yang belum mempunyai nilai kebenaran.
Kardinalitas S	Banyaknya elemen di S .
Kelipatan	Kelipatan suatu bilangan adalah hasil kali dari bilangan tersebut dengan bilangan cacah tidak nol. Contoh: Kelipatan dari 13 adalah 13, 26, 39, 52, dan seterusnya.
Koefisien	Contoh: Pada $y = 2x - 3$, 2 adalah koefisien x .

Komplemen A	Himpunan elemen-elemen di himpunan semesta yang tidak di A .
Konstanta	Suku yang tidak memuat variabel. Contoh: Pada $y = 2x - 3$, -3 adalah konstanta.
KPK	Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dua bilangan atau lebih adalah kelipatan terkecil dari keduanya. Contoh: KPK dari 3 dan 5 adalah 15.
Laju	Laju adalah rasio yang membandingkan dua kuantitas yang berbeda satuan. Contoh: Harga premium adalah Rp4.500,00 per 1 liter.
Lawan bilangan	Bilangan-bilangan yang berjarak sama dari nol pada garis bilangan tetapi berbeda arah; bilangan-bilangan berlawanan. Contoh: -17 dan 17 adalah berlawanan satu sama lain.
Layang-layang	Segiempat yang memiliki dua pasang sisi kongruen (sama panjang), tetapi sisi-sisinya yang berhadapan tidak perlu kongruen.
Netto	berat bersih barang tanpa kemasan.
Nilai mutlak	Jarak bilangan dari nol pada garis bilangan disebut nilai mutlaknya. Contoh: Nilai mutlak dari -3 adalah 3 karena -3 berjarak 3 satuan dari nol pada garis bilangan. Nilai mutlak dari -3 disimbolkan $ -3 = 3$.
Notasi ilmiah	Bilangan yang ditulis dalam bentuk hasilkali bilangan yang lebih besar dari atau sama dengan 1 dan kurang dari perpangkatan 10. Contoh: 37.000.000 dalam notasi ilmiah ditulis sebagai $3,7 \times 10^7$.
Pangkat	Pangkat menunjukkan pada kita berapa kali suatu bilangan pokok digunakan sebagai faktor. Contoh: $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$.
Pecahan	Bilangan yang menyatakan sebagian dari keseluruhan dilambangkan dengan $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Contoh: $\frac{1}{3}$ dan $\frac{2}{3}$.

Pecahan murni, biasa	Pecahan yang pembilangnya kurang dari penyebut. Contoh : $\frac{1}{3}$ dan $\frac{2}{3}$.
Pecahan senilai	Pecahan-pecahan yang samainainya disebut pecahan senilai. Contoh: $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$.
Pecahan tersederhana	Suatu pecahan disebut paling sederhana apabila pembilang dan penyebut hanya memiliki satu faktor persekutuan, yaitu 1. Contoh: $\frac{3}{5}$ adalah bentuk paling sederhana dari $\frac{18}{30}$.
Pecahan campuran	Pecahan yang pembilangnya lebih dari penyebut. Contoh: $\frac{7}{5}$ dan $\frac{13}{11}$.
Pembilang	Bilangan pada bagian atas pada pecahan. Contoh: $\frac{3}{5}$, 3 disebut pembilang.
Pengubinan (tesselation)	Pola yang menutupi bidang datar dengan mentransformasikan bangun yang sama atau berbeda sehingga tidak ada yang tumpang tindih atau tidak ada daerah yang kosong.
Penyebut	Bilangan pada bagian bawah pada pecahan. Contoh: $\frac{3}{5}$, 5 disebut penyebut.
Penyelesaian persamaan	Suatu nilai variabel yang membuat persamaan menjadi benar disebut penyelesaian persamaan tersebut. Contoh: 4 adalah penyelesaian dari $x + 5 = 9$.
Perbandingan	Hubungan antara ukuran-ukuran dua atau lebih objek dalam suatu himpunan dengan satuan yang sama, dinyatakan oleh dua bilangan yang dihubungkan oleh titik dua (:), pecahan, atau persen. Sering disebut sebagai rasio. Contoh: Perbandingan dari 3 terhadap 4 dapat ditulis sebagai 3 : 4 atau $\frac{3}{4}$. 3 dan 4 disebut unsur dari perbandingan.

Pernyataan	Kalimat yang bernilai benar atau salah, tetapi tidak keduanya. Contoh: $3 + 2 = 5$ (bernilai benar), $3 + 2 = 6$ (bernilai salah).
Persamaan	Dua ekspresi aljabar yang dihubungkan dengan sama dengan. Contoh: $x + y = 5$.
Persamaan linear	Persamaan disebut persamaan linear apabila grafik semua penyelesaiannya terletak pada sebuah garis. Contoh: $y = x + 3$ adalah linear karena grafik semua penyelesaian terletak pada satu garis.
Persamaan senilai	Apabila bilangan sama ditambahkan pada atau dikurangkan dari masing-masing ruas persamaan, hasilnya adalah persamaan ekuivalen. Contoh: $(23 + x) - 23 = 34 - 23$ ekuivalen dengan $(23 + x) = 34$.
Persegi	Suatu persegipanjang dengan empat sisi kongruen (sama panjang).
Persegipanjang	Suatu jajargenjang dengan dua sisi yang sejajar sama panjang dan besar keempat titik sudutnya 90° .
Persen	perbandingan yang membandingkan suatu bilangan terhadap 100. Contoh: 76 dari 100 adalah 76 persen atau 76%.
Pertidaksamaan	Kalimat terbuka yang menggunakan simbol $<$, d' , $>$, atau e'' untuk membandingkan dua kuantitas. Contoh: $x + 12d''$ 34.
Proporsi	Suatu persamaan dalam bentuk $=$ yang menyatakan bahwa dua rasio adalah ekuivalen. Contoh: $\frac{2}{5} = \frac{x}{10}$.
Segi empat	Bangun datar sederhana bersisi empat.
Segitiga	Bangun datar sederhana bersisi tiga.
Refelksi	Transformasi yang mencerminkan setiap titik pada gambar terhadap titi atau garis tertentu.

Rotasi	Transformasi yang memutar setiap titik pada gambar sampai sudut dan arah tertentu terhadap titik yang tetap.
Ruas garis (segmen)	Himpunan bagian dari titik-titik pada suatu garis yang memuat setiap dua titik berbeda dari garis titik-titik di antaranya.
Rugi	Keadaan penjual dimana harga penjualan lebih kecil dari pada harga pembelian Selisih dari himpunan A dan himpunan B . Himpunan yang memuat elemen-elemen di A tetapi bukan di B .
Sifat asosiatif	Cara pengelompokan tiga bilangan untuk dijumlahkan atau dikalikan tidak mengubah jumlah atau hasilkalinya. Untuk sebarang bilangan a , b , dan c , $(a + b) + c = a + (b + c)$, and $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$. Contoh: $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$ atau $(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5)$.
Sifat distributif	Untuk mengalikan suatu jumlah dengan suatu bilangan, kalikan masing-masing bilangan yang dijumlahkan dengan bilangan di luar kurung. Untuk setiap bilangan a , b , dan c , $a(b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ dan $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$. Contoh: $2(5 + 3) = (2 \times 5) + (2 \times 3)$ dan $2(5 - 3) = (2 \times 5) - (2 \times 3)$
Sifat kesamaan	Apabila kita mengurangi bilangan yang Pengurangan sama dari masing-masing ruas persamaan, kedua ruas tetap sama. Untuk setiap bilangan a , b , dan c , jika $a = b$, maka $a - c = b - c$. Contoh: jika $x = 3$, maka $x - 2 = 3 - 2$.
Sifat kesamaan	Apabila kita menambahkan bilangan yang Penjumlahan sama pada masing-masing ruas persamaan, kedua ruas tetap sama. Untuk setiap bilangan a , b , dan c , jika $a = b$, maka $a + c = b + c$. Contoh: jika $x = 3$, maka $x + 2 = 3 + 2$.
Sifat kesamaan perkalian	Apabila kita menambahkan bilangan yang sama pada masing-masing ruas persamaan, kedua ruas tetap sama.

	Untuk setiap bilangan a, b, dan c, jika $a = b$, maka $a \times c = b \times c$. Contoh: jika $x = 3$, maka $x \times 5 = 3 \times 5$.
Sifat komutatif	Urutan dua bilangan dijumlahkan atau dikalikan tidak mengubah jumlah atau produknya. Untuk setiap bilangan a dan b, $a + b = b + a$ dan $ab = ba$. Contoh: $2 + 3 = 3 + 2$ atau $2 \times 3 = 3 \times 2$
Sinar	Himpunan bagian dari suatu garis yang memuat suatu titik tertentu dan semua titik pada salah satu sisi dari titik tersebut. Titik yang diberikan disebut titik akhir dari sinar itu.
Sudut	Gabungan dua sinar berbeda yang tidak terletak pada satu garis dengan satu titik pangkal.
Statistika	cara untuk mengumpulkan, mengolah, menganalisis, dan menyajikan suatu data.
Suku banyak	Suku tunggal atau jumlah dari beberapa suku tunggal. Contoh: $3a^2 + 8$ dan $a^2 - 4a + 3$.
Suku dua	Suku banyak yang terdiri atas dua suku. Contoh: $3a^2 + 8$.
Suku tunggal	Suku banyak yang terdiri atas satu suku. Contoh: $-4a$.
Suku-suku sejenis	Suku-suku yang mempunyai variabel yang sama dengan pangkat yang sama pula. Contoh: $8y$, $-4y$, and $0,1y$
Tara	Berat kemasan; selisih antara Bruto dan Netto.
Titik	Menyatakan posisi, tidak memiliki ukuran.
Transformasi	Mengubah posisi setiap titik suatu objek dengan memindah, mencerminkan, menggeser tanpa mengubah bentuk objek. (lihat Refleksi, Translasi, Rotasi, dan Dilatasi).
Translasi	Menggeser setiap titik suatu objek dengan arah dan jarak yang sama.

Trapesium	Suatu segi empat yang satu pasang sisinya sejajar. Sisi-sisi sejajar itu disebut alas dari trapesium.
Untung	keadaan penjual dimana harga penjualan lebih besar dari pada harga pembelian.
Variabel	Huruf atau simbol lain yang digunakan untuk mewakili bilangan atau nilai yang tidak ditentukan. Contoh: Dalam persamaan $y = 2x - 3$, x dan y adalah variabel.

Diunduh dari BSE.Mahoni.com